

Моделирание на хоросановия слой в каменни мостове при анализ по метода на крайните елементи

Иво Драганов

***Modeling of mortar in stone bridges for finite element analysis:** The stone bridges under research are built from stones and mortar. A difficulty, that should be resolved using FEA, is the big difference between the thicknesses of the parts. A plane model of two stones connected by mortar and loaded by pressure is introduced for investigation. Stress and strain analysis is applied using rectangular plane-strain elements. The results are used to resolve the problem with elastic ties (elements).*

Key words: stone bridges, finite elements, mortar modeling, masonry

ВЪВЕДЕНИЕ

Каменните мостове, които са предмет на това изследване, са построени от камък и варо-пясъчен разтвор (хоросан). Трудностите при моделирането им по метода на крайните елементи (МКЕ), при отчитане на междинния слой, произтичат от голямата разлика в дебелините на двата материала. Представен е равнинен модел на два камъка свързани с хоросан и натоварени на натиск. Направен е анализ на напрегнатото и деформирано състояние, като са използвани равнинни крайни елементи. Получените резултати за преместванията и напреженията са използвани за решаване на задачата, като хоросанът е моделиран чрез еластични връзки. Резултатите от това изследване дават възможност за изграждане на по-прости модели на каменните мостове при изчисляването им чрез МКЕ и отчитане на хоросановия слой.

СЪЩЕСТВУВАЩО ПОЛОЖЕНИЕ

На територията на Република България има десетки каменни мостове. Някои от тях са част от пътната инфраструктура, а други са архитектурни забележителности или исторически паметници, като например моста на Кольо Фичето при град Бяла – фигура 1. Изискванията за безопасност и надеждност на тези съоръжения налагат да се създават модели описващи якостните им свойства, на базата на които да се извършва оценка за експлоатационната им пригодност. С развитието на изчислителната техника и натрупването на нови знания за поведението на материалите от които са построени каменните мостове, тези модели стават все по-сложни и отчитат все повече фактори, което води до по-точни решения на поставяните задачи.

Каменните мостове, които са предмет на това изследване, са изградени от камък и хоросан. Поради голямото съотношение между дебелините на двата материала, едновременното дискретизиране и на двете среди, чрез стандартните крайни елементи води до значителни по обем изчислителни процеси. Моделирането на свързващия слой, чрез еластични връзки, ще даде възможност ресурсите на изчислителната техника да се използват за изследване на по-сложни конструкции.

Представено е решение на двумерна задача, за натоварването на два камъка свързани с хоросан, чрез равнинни крайни елементи. Получените резултати за напреженията и преместванията в свързващия слой са използвани за задаване на свойствата на еластичните връзки. Разгледани са решенията на задачата при дебелина на хоросана $d = 1, 2, 5$ и 10 mm. Изследвано е влиянието на отношението между коефициентите на Поасон на камъка и хоросана.

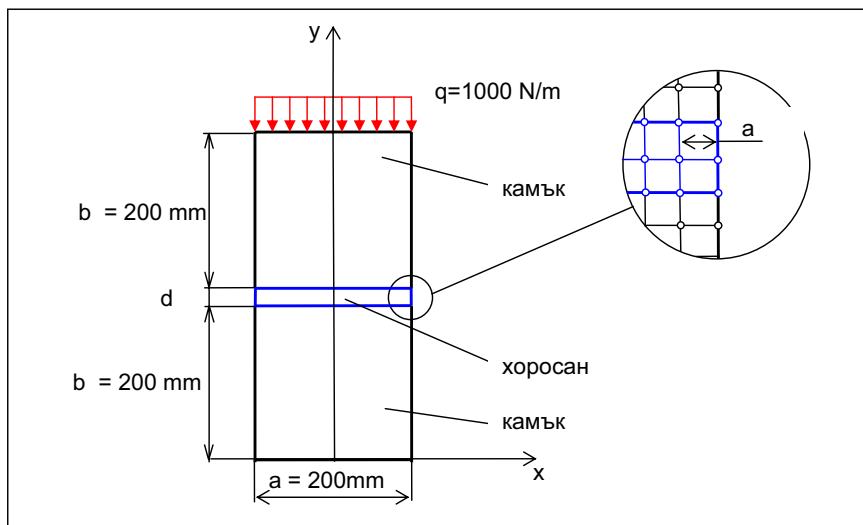


Фигура 1. Мостът на Кольо Фичето при град Бяла

РАВНИНЕН МОДЕЛ НА ДВА КАМЪКА СВЪРЗАНИ С ХОРОСАН И МОДЕЛИРАНЕТО МУ ЧРЕЗ ПРАВОЪГЪЛНИ КРАЙНИ ЕЛЕМЕНТИ

Напрегнатото и деформирано състояние на два камъка, свързани с хоросан и подложени на равномерен натиск перпендикулярен на свързващия слой, може да се разгледа като задача от равнинно деформирано състояние.

Схемата на натоварване е дадена на фигура 2. Използвана е симетрията спрямо ос y и е разглеждана половината от ширината.

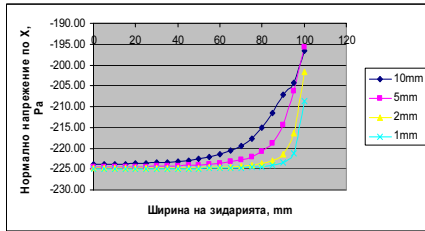


Фигура 2. Равнинна задача за два камъка свързани с хоросан

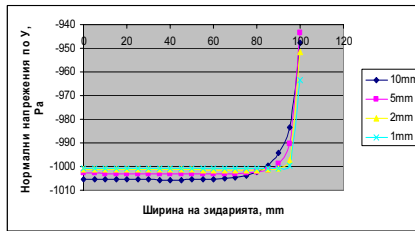
За анализа по МКЕ на каменната зидария е използвана програмна система ВИМКЕ. Моделирането е извършено чрез правоъгълни крайни елементи тип RR2P. Стойностите на материалните характеристики са следните:

- $E_k = 2 \cdot 10^{10}$ Pa - модул на еластичността на камъка;
- $E_x = 2 \cdot 10^9$ Pa - модул на еластичността на хоросана;
- $\mu_k = 0,2$ - коефициент на Поасон за камъка;
- $\mu_x = 0,2$ - коефициент на Поасон за хоросана.

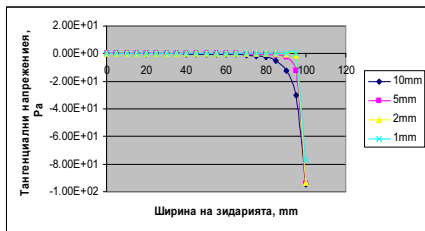
Получени са диаграми на напреженията и преместванията по x в граничните слоеве между горния камък и хоросана, както и смачкването на хоросановия слой при дебелини 1, 2, 5 и 10 mm – фигура 3.



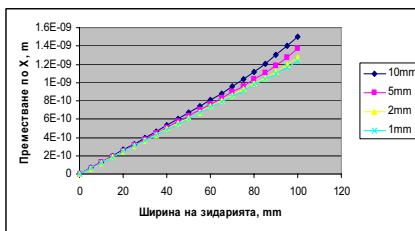
а) Нормално напрежение по x - σ_x



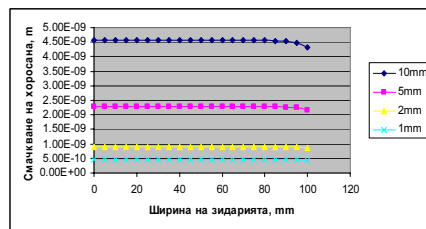
б) Нормално напрежение по y - σ_y



в) Тангенциално напрежение - τ_{xy}



г) Преместване по x - u



д) Смачкване по y - Δu
Фигура 3.

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА КОРАВИНАТА НА ЕЛАСТИЧНИТЕ ВРЪЗКИ В НОРМАЛНО И ТАНГЕНЦИАЛНО НАПРАВЛЕНИЕ СПРЯМО ХОРОСАНОВИЯ СЛОЙ

Коравината на хоросановия слой по оси y и x може да се определи чрез зависимостите:

$$c_{y\text{хор}} = \frac{E_x}{d} \tag{1}$$

$$c_{\text{хорор}} = \mu \frac{E_x}{d} \quad (2)$$

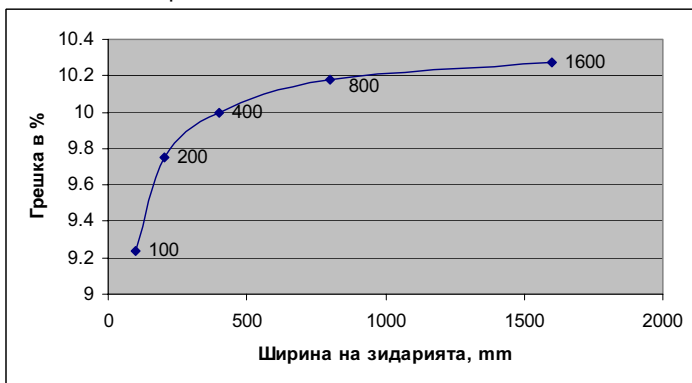
Изменението на размерите на хоросановия слой, което ще се получи в резултат на прилагане на разпределения товар, като е в сила принципът на Сен-Венан за граничните условия, се определя от следните зависимости:

$$\Delta d = \frac{qd}{E} \quad (3)$$

за смачкването, а разширяването в напречно направление ще е равно на:

$$\Delta a = \mu \frac{qa}{E} \quad (3)$$

Порядъкът на отношението между дебелината и ширината на хоросановия слой не позволява да се използва принципът на Сен-Венан. Диаграмата на фигура 4 показва грешката в смачкването от това предположение при дебелина на свързващия слой 10 mm и няколко ширини на зидарията. Тя е изчислена, като резултатите получени при дискретизиране на хоросановия слой чрез крайни елементи са сравнени с резултатите получени при моделиране на същия с еластични връзки тип XS26, чиято коравина е определена чрез разделянето на получените стойности от зависимости (1) и (2) на броя крайни елементи по границата на камъка с хоросана. Наложено е ограничението разстоянията между възлите в границите камък - хоросан да са равни. Краевите ефекти (5% от ширината) в диаграмата на преместванията по ос у (фигура 3) са пренебрегнати с цел коравината на еластичните връзки да не зависи от местоположението им, като в двата крайни елемента е равна на половината от тази на останалите.



Фигура 4. Грешка при приемане принципа на Сен-Венан в зависимост от ширината на зидарията

Граничните условия зададени съгласно фигура 2 не позволяват да се прояви влиянието на коравината на еластичната връзка в перпендикулярно направление. Причина за това е, че в резултат на действието на разпределения товар, двата камъка се разширяват еднакво в напречно направление. Определянето на преместванията в тангенциално направление, при дискретизиране на хоросановия слой чрез правоъгълни крайни елементи, зависи от броя на редовете от крайни елементи. Предвид горните две обстоятелства и очакванията в зидарията да възникват незначителни тангенциални напрежения между камъните в арката, е прието коравината на еластичните връзки в тангенциално направление, определени чрез зависимост (2), да не се коригира.

В таблица 1 са дадени стойностите на единичната коравина в нормално направление при дебелини на хоросана 1, 2, 5 и 10 mm и ширина на зидарията 200 mm, получени така че преместванията по y да отговарят на преместванията при моделирането на хоросановия слой чрез крайни елементи, както и единичните коравини в тангенциално направление. Под единична коравина трябва да се разбира коравината на слоя при един метър ширина на зидарията. При решаване на конкретна задача е необходимо единичната коравина да се умножи по дължината на камъка (в метри) и да се раздели на броя на крайните елементи по границата хоросан - камък.

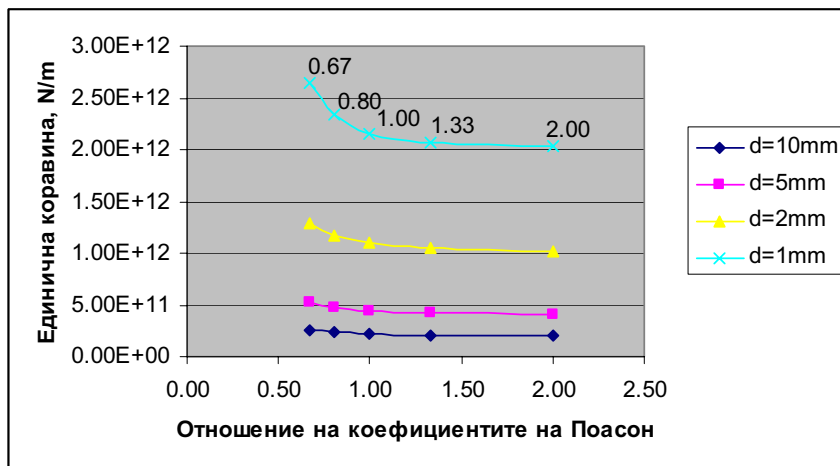
Таблица 1

Дебелина на хоросановия слой, mm	1	2	5	10
Единична коравина C_x , N/m	$4 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^{10}$
Единична коравина C_y , N/m	$2,16 \cdot 10^{12}$	$1,09 \cdot 10^{12}$	$4,4 \cdot 10^{11}$	$2,2 \cdot 10^{11}$

ИЗЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ОТНОШЕНИЕТО МЕЖДУ КОЕФИЦЕНТА НА ПОАСОН НА КАМЪКА И ХОРОСАНА ПРИ ДЕБЕЛИНА НА СВЪРЗВАЩИЯ СЛОЙ 1, 2, 5 И 10 MM

На фигура 7 е дадена зависимостта на коравината на еластичните връзки в нормално направление и отношението на коефициентите на Поасон за камъка и хоросана – m, при дебелини d = 1, 2, 5 и 10 mm.

$$m = \frac{\mu_k}{\mu_x} \tag{5}$$



Фигура 7

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При пресмятания на каменни мостове чрез метода на крайните елементи е възможно хоросанът да се моделира чрез еластични връзки, което ще доведе до подобряване точността на модела.

При определяне коравината на еластичните връзки принципът на Сен-Венан за граничните условия не е приложим.

Ширината на зидарията не оказва съществено влияние върху единичната коравина на еластичните връзки.

Изборът на коравина на еластичните връзки зависи от дебелината на хоросана и отношението на коефициента на Поасон за камъка и хоросана, като на фигура 7 е показана връзката между тях.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Martinez J., J. Revilla, A. Torre Critical thickness criteria on stone arch bridges with low rise/span ratio and current traffic loads. Historical Constructions, P.B. Loureno, P. Roca (Eds.) Guimaraes, 2001, 609-615.

[2] Purtak F., Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein. Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, 2000.

[3] Witzany J., T. Cejka, Reliability and failure resistance of the stone bridge structure of Charles bridge during floods. Journal of civil engineering and management 2007, Vol XIII, No 3, 227-236.

[4] Велчев Д. Модели за формообразуване на конструкции, работещи на натиск. Сборник доклади на студентска научна сесия – СНС'08, Факултет „Машинно технологичен“, 40-45.

[5] Феодосьев В., Спротивление материалов, Наука, Москва 1967.

За контакти:

Ас. инж. Иво Драганов, Катедра “Техническа механика”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел.: 082-888 224, e-mail: iivanov@ru.acad.bg

Докладът е рецензиран.