

Някои методични особености при изследване на преходни процеси в линейни електрически вериги от втори ред по класическия метод във връзка с курсова задача по Теоретична електротехника

Анка Кръстева, Иван Гунев

Training Model of Microprogramming Unit for Operation Control: The paper presents some methodological peculiarities of the transitional processes in relation with the course work in Electrical Engineering.

Key words: transitional process, an electric circuit

ВЪВЕДЕНИЕ

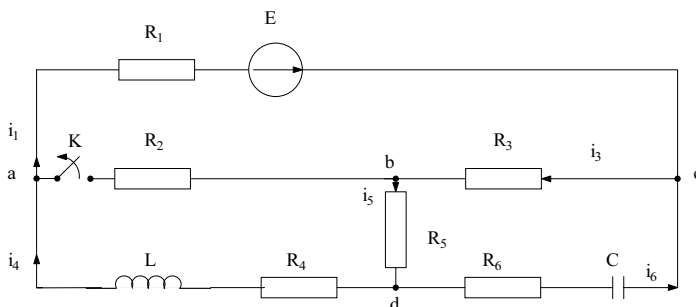
В теоретичната електротехника, при изследване на преходните процеси в линейни електрически вериги, се разглеждат вериги, съставени от последователно съединени RL , RC или RLC елементи, при захранване от източник на постоянно или синусоидално напрежение. Дава се общото решение на поставената задача, включващо намиране корените на характеристичното уравнение, определяне вида на търсената величина в зависимост от корените, а също така и начина на изчисление на интеграционните константи [1,2,3,4]. В практиката изследваните електрически вериги са по-сложни. Те се състоят от няколко възела и клона, в които се съдържат освен резистори и един или два реактивни елемента L , C , LC .

В настоящата работа се предлага методика за решаване на курсова задача по Теоретична електротехника при всички възможни варианти, произтичащи, както от топологията на електрическата верига, така и от числените стойности на елементите. Изследваната електрическа верига е сложна верига с четири възела и шест клонa с резистори. В четири от клоновете има по един индуктивен L , капацитивен C , комутиращ елемент K или източник на постоянно напрежение E .

ИЗЛОЖЕНИЕ

Заданието на курсовата задача съдържа: топологията на електрическата верига, местоположението и стойностите на елементите - L , C , E , както и местоположението на комутиращия елемент K , който е затворен и при комутация се отваря. За улеснение се задават и посоките на токовете, които е задължително да бъдат спазвани при всички етапи на решение на задачата.

Една от възможните конфигурации на изследваната електрическа верига е дадена на фиг.1.



Фиг.1. Примерна схема на изследваната електрическа верига в курсовата задача по Теоретична електротехника

Решението се състои от няколко етапа:

1. Определяне на началните условия

При затворен ключ K се определят всички токове и напрежението u_c на кондензатора. Тъй като електродвижещото напрежение $E = \text{const}$, то $u_L(0-) = 0$, $i_C(0-) = 0$. Това означава, че пад на напрежение върху индуктивния елемент L няма и ток през кондензатора C не преминава. Въз основа на първи и втори закон на комутацията се записва

$$i_L(0-) = i_L(0) = i_L(0+) \quad (1)$$

$$u_C(0-) = u_C(0) = u_C(0+) \quad (2)$$

За изчисляване на токовете е удобно прилагане на метода на преобразуване на електрически вериги (фиг.2).

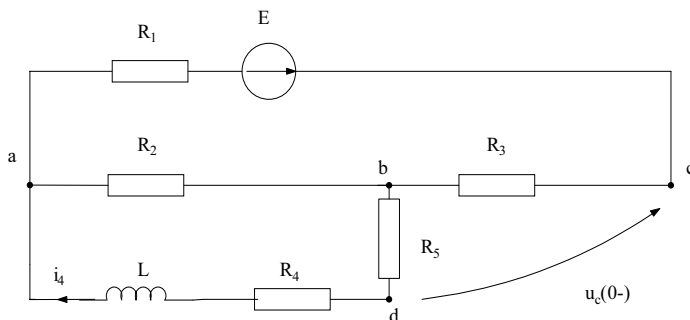
$$R_{245} = \frac{R_2 \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_4 + R_5} \quad (3)$$

$$i_1(0-) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_{245}} \quad (4)$$

$$u_{ab} = i_1(0-) \cdot R_{245} \quad (5)$$

$$i_L(0-) = i_4(0-) = \frac{u_{ab}}{R_4 + R_5} \quad (6)$$

$$u_C(0-) = i_1(0-) \cdot R_3 + i_4(0-) \cdot R_5 \quad (7)$$



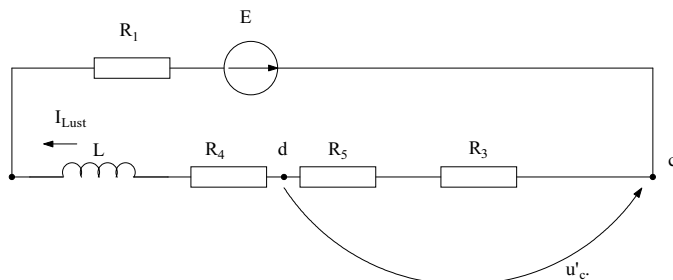
Фиг.2. Еквивалентна схема на електрическата верига преди комутация

2. Определяне на установения режим след комутация

Определят се токовете и напрежението на кондензатора достатъчно дълго време след комутацията (предполага се, че тогава преходният процес е затихнал) - фиг.3

$$i'_L = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4 + R_5} \quad (8)$$

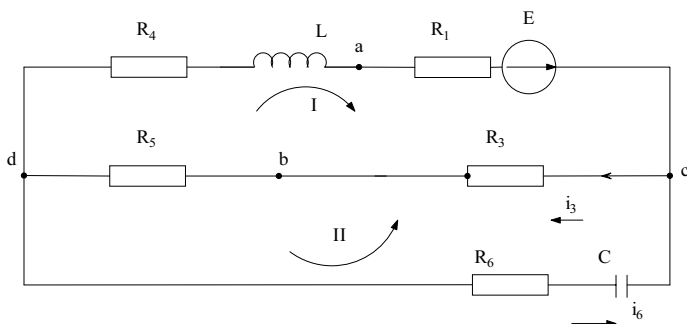
$$u'_C = i'_L \cdot (R_3 + R_5) \quad (9)$$



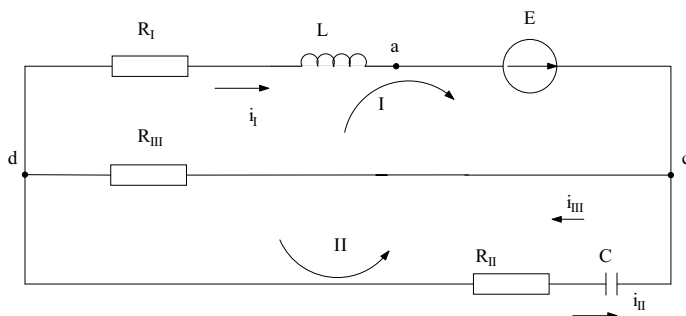
Фиг.3. Електрическа заместваща схема за определяне на установения режим след комутация

3. Преходен процес

Записва се система уравнения за моментните стойности на токовете и напреженията за момент $t(0+)$. В тях участват напрежителния пад $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ и тока $i_C = C \frac{du_C}{dt}$. За целта се начертава заместващата електрическа схема на веригата. За разглеждания пример, тя е представена на фиг.4.



Фиг.4. Еквивалентна електрическа схема за веригата за изследване на преходния процес



Фиг.5. Еквивалентна електрическа схема за веригата за изследване на преходния процес след преобразуване

За опростяване на математическия запис се полага $R_I = R_1 + R_4$; $R_{II} = R_6$; $R_{III} = R_3 + R_5$. След направените полагания, схемата от фиг.4 добива вида, посочен на фиг.5.

Записват се уравненията по метода с контурните токове за двата независими контура

$$\begin{cases} i_I(R_I + R_{III}) + L \frac{di_I}{dt} + CR_{III} \frac{du_C}{dt} = E \\ i_I R_{III} + C(R_{II} + R_{III}) \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Характеристичното уравнение е решение на детерминантата, приравнена на нула

$$\begin{vmatrix} R_I + R_{III} + Lk & CR_{III}k \\ R_{III} & C(R_{II} + R_{III})k + 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

След преработка се получава израза

$$LC(R_{II} + R_{III})k^2 + [C(R_I R_{II} + R_{II} R_{III} + R_{III} R_I) + L]k + R_I + R_{III} = 0 \quad (12)$$

Корените на квадратното уравнение са k_1 и k_2 и в зависимост от тяхните стойности са възможни следните три случая:

а) k_1 и k_2 са реални отрицателни числа, като $|k_2| > |k_1|$; дискриминантата $\Delta > 0$

Решението е от вида

$$\begin{cases} i_L(t) = i_{Lust} + A_1 e^{k_1 t} + A_2 e^{k_2 t} \\ u_C(t) = u_{Cust} + A_1 e^{k_1 t} + A_2 e^{k_2 t} \end{cases} \quad (13)$$

Режимът на работа на веригата е аperiодичен.

б) $k_1 = k_2 = k$ - реално отрицателно число, $\Delta = 0$. Решението е от вида

$$i_L(t) = i_{Lust} + A_1 e^{kt} + A_2 t e^{kt} \quad (14)$$

$$u_C(t) = u_{Cust} + A_1 e^{kt} + A_2 t e^{kt} \quad (15)$$

Режимът на работа на веригата е критичен аperiодичен.

в) k_1 и k_2 са комплексно спрегнати числа, $\Delta < 0, \sqrt{-\Delta} = j\sqrt{\Delta}$

Корените са от вида $k_1 = \delta + j\omega$, $k_2 = \delta - j\omega$, където δ е отрицателно число.

Решението се представя по следния начин

$$\begin{cases} i_L(t) = i_L' + e^{\delta t} A_1 \sin(\omega t + A_2) \\ u_C(t) = u_C' + e^{\delta t} A_1 \sin(\omega t + A_2) \end{cases} \quad (16)$$

A_2 в последния израз е в радиани.

Режимът на работа на веригата е псевдопериодичен.

4. Определяне на интеграционните константи

В горните изрази A_1 и A_2 са интеграционни константи. В зависимост от търсената величина, може да се използват само независимите начални условия или едно зависимо и едно независимо начално условие.

а) *търсената величина е $u_C(t)$ (втори клон)*

За момента $t = 0 +$ от уравнение (13)

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C' + A_1 + A_2 \quad (17)$$

За второ уравнение се използва уравнение (10), от което се намира

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{-u_C(0+) - i_L(0+)R_{III}}{C(R_{II} + R_{III})} \quad (18)$$

Диференцира се уравнение (15), полага се $t = 0$ и се получава

$$\frac{du_C(t)}{dt} = k_1 A_1 + k_2 A_2 \quad (19)$$

Приравняват се уравненията (18) и (19) и се получава

$$\frac{-u_C(0+) - i_L(0+)R_{III}}{C(R_{II} + R_{III})} = k_1 A_1 + k_2 A_2 \quad (20)$$

Решава се системата от уравнения (17) и (20) спрямо интеграционните константи A_1 и A_2 .

Ако търсената величина е $i_C(t)$, то се използва, че $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$.

б) *търсената величина е $i_L(t)$*

За момента $t = 0 +$ от уравнение (13), за тока през индуктивността се получава

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_{Lust} + A_1 + A_2. \quad (21)$$

За второ уравнение за намиране на интеграционните константи се използва уравнение (18). Записва се в системата (10) първо уравнение и се изчислява

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \frac{E(R_{II} + R_{III}) + u_C(0+)R_{III} + i_L(0+)[R_{III}^2 - (R_I + R_{III})(R_{III} + R_{III})]}{R_{II} + R_{III}} \quad (22)$$

Диференцира се уравнение (13), полага се $t = 0 +$ и се получава

$$\frac{di_L}{dt} = k_1 A_1 + k_2 A_2 \quad (23)$$

Приравняват се изразите (22) и (23) и заедно с уравнение (21) се получава система от две уравнения, с две неизвестни.

Ако търсената величина е $u_L(t)$, то $u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$.

в) *Търсената величина е $i_{III}(t)$ -трети клон*

Съставя се системата уравнения – за един възел и за затворен контур, който съдържа капацитивния елемент C и не съдържа индуктивния елемент L . Изчисляват се токовете и напрежителните падове за $t = 0+$.

$$\begin{cases} i_{II}(0+)R_{II} + u_C(0+) + i_{III}(0+)R_{III} = 0 \\ i_{III}(0+) = i_I(0+) + i_{II}(0+) \end{cases}$$

(24)

Токът $i_L(0-) = i_L(0+)$ е известен от началните условия. Изчисляват се токовете $i_{II}(0+)$ и $i_{III}(0+)$.

$$\begin{cases} i_{II}(0+) = \frac{-u_C(0+) - i_I(0+)R_{III}}{R_{II} + R_{III}} \\ i_{III}(0+) = \frac{i_I(0+)R_{II} - u_C(0+)}{R_{II} + R_{III}} \end{cases}$$

(25)

Токът през трети клон на веригата е от вида

$$i_{III}(t) = i_{IIIst} + A_1 e^{\kappa_1 t} + A_2 e^{\kappa_2 t}$$

(26)

За момент $t = 0+$, уравнение (26) добива вида

$$i_{III}(0+) = i_{IIIst} + A_1 + A_2.$$

(27)

За зависимото начално условие се диференцират уравненията (24) и се получава

$$\begin{cases} \frac{di_{II}}{dt} R_{II} + \frac{i_{II}}{C} + \frac{di_{III}}{dt} R_{III} = 0 \\ \frac{di_{III}}{dt} = \frac{di_I}{dt} + \frac{di_{II}}{dt} \end{cases}$$

(28)

Изразът $\frac{di_I}{dt}$ е изчислен предварително в уравнение (22).

Системата се решава спрямо $\frac{di_{III}}{dt}$, диференцира се уравнение (26), приравняват се двете уравнения и се получава второто уравнение за намиране на интеграционните константи.

г) Ако индуктивният L и капацитивният елемент C след комутацията са в един и същ клон е целесъобразно да се използва метода с клоновите токове. В този случай токът $i_L(t) = i_C(t)$. Интеграционните константи се намират както в предходната точка.

Аналогично се постъпва и в случаите, когато корените на характеристичното уравнение се получават комплексни числа. След намирането на интеграционните константи, тяхната числена стойност се замества в общия вид на решението.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена е методика за изследване на преходни процеси в линейни електрически вериги във връзка с курсовата задача по Теоретична електротехника.

Предимствата на методиката са:

- опростеният математически запис на системата уравнения, описващи преходния процес във веригата;
- за намирането на първите производни на $i_L(t)$ и $i_C(t)$, необходими за изчисление на интеграционните константи, се използват непосредствено уравненията на преходния процес.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Армянов, Н., Т. Стоянова. Теоретична електротехника, част I и II, ПБ Русе, 2001.
- [2] Армянов, Н. и др. Теоретична електротехника, Ръководство за семинарни упражнения, ПБ Русе, 2005.
- [3] Фархи, С., С. Папазов. Теоретична електротехника, част I. Техника, 1987.
- [4] Фархи, С., С. Папазов. Теоретична електротехника, част II. Техника, 1989.

За контакти:

гл. ас. д-р инж. Анка Кръстева, Катедра "Технически и природо-математически науки", Русенски университет "Ангел Кънчев" - Филиал Силистра, Тел.: 086/821-521, E-mail: pkj@abv.bg.

гл. ас.инж. Иван Гунев, Катедра "Технически и природо-математически науки", Русенски университет "Ангел Кънчев" - Филиал Силистра, Тел.: 086/821-521.