

Изследване процесите на пълнене с вода на хидрофорен съд в помпена система

Ивайло Николаев Иван Георгиев Генчо Попов
Красимир Тужаров Климент Климентов

Изследване процесите на пълнене на хидрофорен съд в помпена система: Разгледана е работата на помпена система с хидрофорен съд. Изследвани са процесите на пълнене и числено са определени зависимостта на налягането от обема вода в хидрофора и изменението на моментния дебит към него във функция от времето. Определен е средният дебит и времето за пълнене на хидрофорния съд. Показано е, че времето за пълнене е допустимо да се пресмята с дебита към хидрофора при средно налягане в него.

Key words: Хидрофор, хидрофорен съд, хидрофорна инсталация, помпена система.

ВЪВЕДЕНИЕ

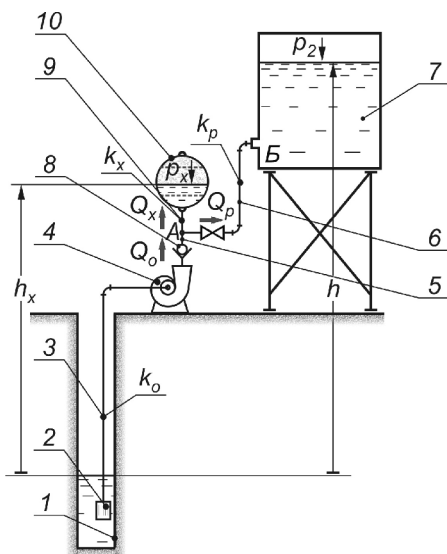
Известно е, че при работа в хидрофорна инсталация, режимът на съвместна работа на помпата с хидрофорния съд се променя, а от там и на цялата система. Целта на настоящата работа е:

- да се изследват процесите на пълнене и да се определи дебитът към хидрофора и времето за неговото запълване;
- да се изясни въпросът за пресмятане на времето за пълнене на съда при използване на дебита, пресметнат при средно налягане на въздуха в него.

ИЗЛОЖЕНИЕ

1. Постановка на задачата

За постигане на поставената цел е необходимо да се реши задачата за съвместна работа на помпа с паралелно свързаните хидрофорен съд и нагнетателен резервоар (фиг. 1).



Фиг. 1. Схема на хидрофорна инсталация

За решаване на тази задача е прието, че налягането p_2 в закрития резервоар 7 остава постоянно и режимите да движение в тръбопроводите 3, 5, 6 и 9 са такива, че хидравличните съпротивления са в квадратичната област. Характеристиките на тръбопроводите приведени към т.А са:

- линия (9) към хидрофорния съд:
 (1) $H_x = H_{\text{сгх}}(t) + k_x Q_x^2$;
 ▪ линия (6) към нагнетателния резервоар:
 (2) $H_p = H_{\text{сгп}} + k_p Q_p^2$,

където $H_{\text{ctx}}(t)$ е статичният напор на хидрофора 10, който се променя във времето t ; $H_{\text{сгп}}$ – статичният напор на резервоара 7; k_x и k_p са съответно коефициентите на съпротивителните характеристики на хидрофорния съд и 6 – от т. А до

резервоара; Q_x и Q_p – съответно дебитите към 10 и 7.

Съгласно схемата на фиг. 1, статичните напори $H_{ctx}(t)$ и H_{ctp} се определят по:

$$(3) \quad H_{ctx}(t) = h_x + \frac{p_x(t) - p_{атм}}{\rho g};$$

$$(4) \quad H_{ctp} = h + \frac{p_2 - p_{атм}}{\rho g},$$

където h_x и h са съответно височините на нивата на водата в хидрофорния съд 10 и резервоара 7 спрямо нивото на водата в кладнеца, а $p_x(t)$ и p_2 - наляганията съответно в 10 и 7.

Налягането $p_x(t)$ при пълнене на хидрофорния съд с вода нараства във времето, вследствие намаляване обема (сгъстяване) на въздушната фаза.

Характеристиката на помпата се дава с уравнението [1]:

$$(5) \quad H_n = aQ_n^2 + bQ_n + c,$$

където: a , b и c са коефициенти, които се определят при апроксимиране на действителната заводска характеристика на помпата с полином от втора степен, а Q_n – дебитът на помпата.

Тази характеристика се привежда към точка А, като се извадят загубите на напор $h_{v,o} = k_o Q_n^2$ в общите тръбопроводи - смукателния (3) и участъка (5) от нагнетателния тръбопровод до т.А.

$$(6) \quad H_{нпр} = (a - k_o)Q_n^2 + bQ_n + c,$$

където k_o е коефициентът на сумарната съпротивителна характеристика на общите тръбопроводи. $p_x(t) = [p_x(t_1) \dots p_x(t_2)]$

При включване на помпата започва процес на пълнене на хидрофорния съд, налягането в който в началния момент от време $t_1 = 0$ е $p_x(t_1)$. Пълненето продължава до достигане на налягане в хидрофора $p_x(t_2)$, като t_2 е крайният момент от времето на пълнене.

Процесът на сгъстяване на въздуха в хидрофорния съд в общия случай протича по политропен процес и връзката между $p_x(t)$ и обема вода $V_x(t)$, постъпващ в хидрофора, се дава с уравнението $pV^n = \text{const.}$ (n е показателят на политропата).

При напълно празен хидрофор (липса на вода) първоначалното налягане в него е $p_{xo} = 0.9p_x(t_1)$, а обемът на въздуха - V_{xo} . Като се отчете това, за текущия обем вода $V_x(t)$ в хидрофора се получава:

$$(7) \quad V_x(t) = V_{xo} \left[1 - \left(\frac{p_{xo}}{p_x(t)} \right)^{\frac{1}{n}} \right].$$

2. Сумарна характеристика $H_\Sigma = f(Q_\Sigma)$ на паралелно свързаните тръбопроводи 9 и 6, приведена към началната точка А

При паралелна работа на два тръбопровода с обща начална точка А (фиг. 1), са в сила равенствата:

$$(8) \quad Q_\Sigma = Q_x + Q_p,$$

$$(9) \quad H_\Sigma = H_x(t) = H_p.$$

където Q_Σ е сумарният дебит към двата тръбопровода (равен на дебита на помпата); H_Σ - напорът в т.А.

Като се вземат предвид (1), (2) и (9), за сумарния дебит Q_{Σ} се получава:

$$(10) \quad Q_{\Sigma} = \sqrt{\frac{H_{\Sigma} - H_{ctx}(t)}{k_x}} + \sqrt{\frac{H_{\Sigma} - H_{cтр}}{k_p}}.$$

След преобразуване, горното равенство придобива вида:

$$(H_{\Sigma} - H_{ctx}(t))(H_{\Sigma} - H_{cтр}) = \frac{k_x k_p}{4} (Q_{\Sigma}^4 + 2Q_{\Sigma}^2 + 16).$$

Реалният корен на това квадратно уравнение спрямо H_{Σ} представлява уравнението на сумарната характеристика $H_{\Sigma} = f(Q_{\Sigma})$ на двата паралелни тръбопровода, приведена към точка А:

$$(11) \quad H_{\Sigma} = \frac{H_{ctx}(t)k_p^2 + H_{cтр}k_x^2 - k_p k_x (H_{cтр} + H_{ctx}(t))}{(k_p - k_x)^2} + \frac{k_p k_x [(k_x + k_p)Q_{\Sigma}^2 - 2Q_{\Sigma} \sqrt{k_p k_x Q_{\Sigma}^2 + k_p (H_{ctx}(t) - H_{cтр})} + k_n (H_{cтр} - H_{ctx}(t))]}{(k_p - k_x)^2}.$$

Тази характеристика започва от минимален дебит:

$$(12) \quad Q_{\Sigma min} = \sqrt{\frac{H_{cтр} - H_{ctx}}{k_x}}.$$

3. Определяне работния режим на помпената система

Режимът на работа, като е известно, се определя от пресечната точка на сумарната характеристика на паралелните тръбопровода $H_{\Sigma} = f(Q_{\Sigma})$ и приведената напорна характеристика на помпата $H_{nп} = f(Q_{nп})$.

В тази точка са изпълнени условията:

$$(13) \quad Q_{\Sigma} = Q_{nп}$$

$$(14) \quad H_{\Sigma} = H_{nп}.$$

Като се използват (6), (11) и (13), рав. (14) придобива вида:

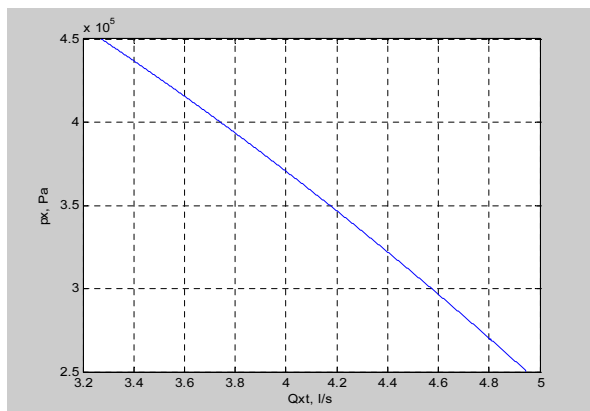
$$(15) \quad \frac{H_{ctx}(t)k_p^2 + H_{cтр}k_x^2 - k_p k_x (H_{cтр} + H_{ctx}(t))}{(k_p - k_x)^2} + \frac{k_p k_x [(k_x + k_p)Q_{\Sigma}^2 - 2Q_{\Sigma} \sqrt{k_p k_x Q_{\Sigma}^2 + k_p (H_{ctx}(t) - H_{cтр})} + k_n (H_{cтр} - H_{ctx}(t))]}{(k_p - k_x)^2} - (a - k_{np})Q_{\Sigma}^2 - bQ_{\Sigma} - c = 0.$$

Полученото нелинейно уравнение е трудно решимо аналитично спрямо Q_{Σ} . За решаването е използван числен итеративен метод, реализиран с помощта на програмния продукт Matlab.

След определяне на Q_{Σ} , останалите показатели на системата се определят по следните зависимости:

- напор на помпата от рав. (5) и (13) – $H_n = aQ_{\Sigma}^2 + bQ_{\Sigma} + c$;
- напор на паралелните тръбопровода, приведен в т.А от (5), (9), (13) и (14) – $H_x(t) = H_p = (a - k)Q_{\Sigma}^2 + bQ_{\Sigma} + c$;
- дебит към хидрофора от рав. (1) и (9) – $Q_x = \sqrt{\frac{H_{\Sigma} - H_{ctx}(t)}{k_x}}$
- дебит към нагнетателния резервоар от рав. (2) и (9) – $Q_p = \sqrt{\frac{H_{\Sigma} - H_{cтр}}{k_p}}.$

4. Зависимост между налягането в хидрофора и дебита към него



Фиг. 2. Зависимост между налягането в хидрофора и дебита към него

Зависимостта между налягането в хидрофора p_x и дебита към него Q_x се определя също по числен път. За целта се пресмятат показателите на системата по описана в т.3 последователност. Изчисленията се извършват с наляганя в интервала: начално налягане $p_x(t_1)$, отговарящо на момента на включване на помпата, до крайно налягане $p_x(t_2)$, при което помпата трябва да спре. Изследването е направено със следните

параметри на системата:

$$h_n = 4 \text{ m}; p_x(t_1) = 2.5 \text{ bar}; p_x(t_2) = 4.5 \text{ bar}; k_x = 1.2 \text{ s}^2/\text{m}^5; h = 15 \text{ m}; p_2 = 3.8 \text{ bar}; k_p = 0.325 \text{ s}^2/\text{m}^5; a = -0.5; b = 3; c = 80; k_{np} = 0.23 \text{ s}^2/\text{m}^5; V_{x0} = 200 \text{ l}; n = 1.37;$$

Получените резултати са представени графично на фиг.2. Уравнението, което описва получената крива, определено по метода на най-малките квадрати, е от вида:

$$(16) \quad p_x(t) = a_1 [Q_x(t)]^2 + a_2 [Q_x(t)] + a_3.$$

За дадения пример коефициентите имат стойности:

$$a_1 = -1.0439 \cdot 10^{-4};$$

$$a_2 = -3.3473 \cdot 10^{-4};$$

$$a_3 = 6.7119 \cdot 10^{-5}.$$

5. Определяне изменението във времето на обема на течността в хидрофора $V_x(t)$ и на моментния дебит към хидрофора $Q_x(t)$

За намиране на моментния дебит $Q_x(t)$ към хидрофора първо трябва да се определи изменението във времето на обема течност в него $V_x(t)$. Това става с помощта на зависимост (16). Като се има предвид, че моментният дебит е:

$$(17) \quad Q_x(t) = \frac{dV_x(t)}{dt},$$

от урав. (16) следва:

$$(18) \quad p_x(t) = a_1 \left[\frac{dV_x(t)}{dt} \right]^2 + a_2 \frac{dV_x(t)}{dt} + a_3.$$

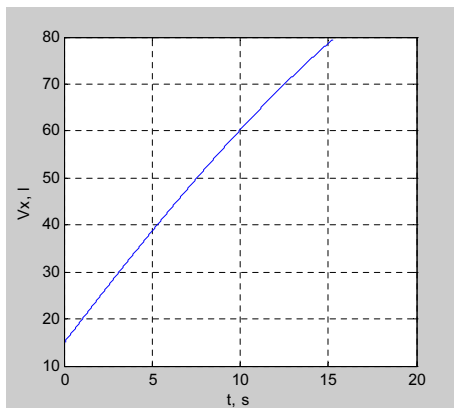
След като от (7) се изрази $p_x(t)$ и се приравнят десните части на (7) и (18), за търсеното изменение на обема течност $V_x(t)$ получаваме следното нелинейно диференциално уравнение:

$$a_1 \left[\frac{dV_x(t)}{dt} \right]^2 + a_2 \frac{dV_x(t)}{dt} + a_3 = p_{x0} \left(\frac{V_{x0}}{V_{x0} - V_x(t)} \right)^n.$$

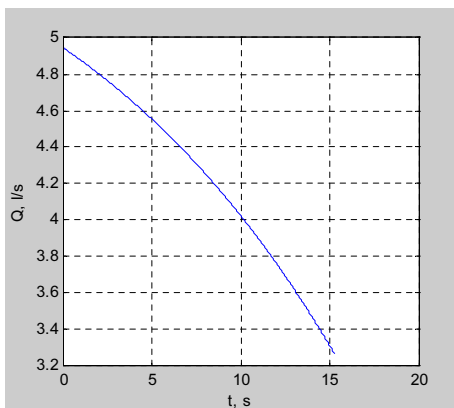
То се привежда във вида:

$$(19) \quad \frac{dV_x(t)}{dt} = \frac{-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4a_1 \left(a_3 - p_{x0} \left(\frac{V_{x0}}{V_{x0} - V_x(t)} \right)^n \right)}}{2a_1}.$$

За числено решаване на това диференциално уравнение в средата на Matlab е използван методът на Рунге-Кута, като се използват числените данни за. Решението е представено графично на фиг. За интервал от $V_x(t_1)$ до $V_x(t_2)$, изчислени по формула (7) съответно с $p_{xm}(t_1)$ и $p_{xm}(t_2)$. За дадения пример $V_x(t_1) = 14,8045 \text{ l}$, $V_x(t_2) = 79,4131 \text{ l}$ и $t_2 = 15,2563 \text{ s}$.



а)



б)

Фиг. 3

С така определените по (19) числени данни за обем $V_x(t)$, същите се заместват в (17) и по този начин числено се получава $Q_x(t)$ при същия интервал от време $\Delta t = t_2 - t_1 = 15,2563 - 0 = 15,2563 \text{ s}$. Решението е представено графично на фиг. 3б. Средният дебит $Q_{\text{срх}}$ към хидрофора за интервала от време Δt се получава след числено интегриране (по метода на трапеците) на зависимостта:

$$(20) \quad Q_{\text{срх}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} Q_x(t) dt}{\Delta t}.$$

За примера се получава $Q_{\text{срх}} = 4,2348 \text{ l/s}$.

Точността на решението може да се провери след пресмятане на средния дебит по формулата:

$$(21) \quad Q_{\text{срх}} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{V_x(t_2) - V_x(t_1)}{\Delta t} = 4,2349 \text{ l/s}.$$

6. Време за пълнене на хидрофора, пресметнато с дебита при усреднено налягане в него.

Средното налягане в хидрофора е:

$$(22) \quad p_{\text{ср}} = \frac{p_x(t_1) + p_x(t_2)}{2} = 2,5 \text{ Bar}.$$

Като пресметнем дебита към хидрофора с това средно налягане по последователността, описана в т. 3, се получава $Q_x(p_{\text{хмср}}) = 4,1707 \text{ l/s}$.

Тогава времето за пълнене, пресметнато с този дебит, ще бъде:

$$(23) \quad \Delta t_{\text{cp}} = \frac{V_x(t_2) - V_x(t_1)}{Q_x(p_{\text{хмср}})} = 15,4910 \text{ s},$$

а относителната грешка

$$(24) \quad \delta t = \frac{|\Delta t - \Delta t_{\text{cp}}|}{\Delta t} \cdot 100\% = 1,5383 \%$$

Вижда се, че по същество средният дебит на пълнене на хидрофора и дебитът към него при средно налягане на въздуха в него са различни понятия. В същото време, с цел избягване на по-сложни числени решения, е допустимо за приближено пресмятане с инженерни цели да се използва именно този подход.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основните резултати, получени в работа, са:

- Получена е аналитична зависимост за режима на работа на центробежна помпа при съвместната работа с два паралелни тръбопровода – ур. (14) и (15).
- Чрез числено изследване е получена връзката между налягането в хидрофора и дебита (моментен и среден) към него, както и времето за пълнене на съда.
- Показано е, че за инженерни изчисления е допустимо времето за пълнене да се пресмята с дебита към хидрофора при усреднено налягане в него.
- Създадена е програма в средата на Matlab за определяне дебита и времето на пълнене на хидрофорен съд за такъв тип помпени системи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.] Климентов, Кл., Г. Попов, Кр. Тужаров. Уравнения на характеристиките на центробежни помпи, Сп. Енергетика, София, 2008
- [2.] Комитовски М. Елементи на хидро- и пневмозадвижването. „Техника“, София, 1985.
- [3.] Сендов В., В. Попов. Числени методи. Първа част. Държавно издателство „Наука и техника“, София, 1976.
- [4.] Тончев Й. Матлаб. Преобразувания, изчисления, визуализация. I и II част. Техника, ISBN 954-03-0659-0, София 2005 и 2006.

За контакти:

Ст. ас. инж. Ивайло Николаев, катедра “Топлотехника, хидро и пневмотехника”, Русенски университет, Тел.: 082 / 888 -582, E-mail: nikolaev@uni-ruse.bg;

Ас. мат. Иван Георгиев, катедра “Числени методи и статистика”, Русенски университет Тел.: 082 / 888 -593, E-mail: oalipiev@uni-ruse.bg;

Доц. д-р инж. Генчо Попов, катедра “Топлотехника, хидро и пневмотехника”, Русенски университет, Тел.: 082 / 888 -580, E-mail: gspopov@uni-ruse.bg;

Доц. д-р инж. Красимир Тужаров, “Топлотехника, хидро и пневмотехника”, Русенски университет, Тел.: 082 / 888 -581, E-mail: tujarov@uni-ruse.bg;

Гл. ас. инж. Климент Климентов, “Топлотехника, хидро и пневмотехника”, Русенски университет, Тел.: 082 / 888 -581, E-mail: kklimentov@uni-ruse.bg.

Докладът е рецензиран.