

Сигнали с корелационни свойства близки до идеалните в мобилни комуникационни системи от 4^{то} поколение

Михаил Илиев

The article analyzes the method for synthesis of systems of signals having quasi-ideal correlation properties in 4G mobile communications. On the basis of Ipatov's theorem a concept is proposed for synthesis of families of signals having quasi-ideal periodic correlation properties. The synthesized family of signals has a large range of zero correlation for the periodic autocorrelation function and a zero cross-correlation function for each time shift of the signal pair.

Key words: signal synthesis, 4G mobile communications, LTE - Long Term Evolution

ВЪВЕДЕНИЕ

Безжичните технологии за предаване на данни са една от най-динамично развиващите се области в телекомуникациите. До преди година стандартът IEEE 802.16 (**WIMAX**) се смяташе за лидер в мобилните системи от трето поколение (**3G**). Големите надежди за развитие на този стандарт и за плавното му преминаване към технологии от четвърто поколение (**4G**) постепенно избледняха. Все повече нарастват резервите на експертите към масовото използване на този стандарт. Основна причина за това са показаните слабости в стандарта и появилият се в резултат на недостатъците, нов проект **3GPP LTE** (*3rd Generation Partnership Project Long Term Evolution*). Този проект (**LTE**) е базиран на модифициране и усъвършенстване на **UMTS** (*Universal Mobile Telecommunication System*), с цел удовлетворяване на бъдещите завишени изисквания по отношение скорост на трансфера на данни. **LTE** бързо се развива и се очаква към 2013 г. да се превърне във водещ стандарт в безжичните технологии /някои автори го определят като **3.9G** - предшественик на **4G** системите в мобилните комуникации/ [1], [9], [10]. До момента са известни няколко мобилни оператора развили реални **LTE** мрежи. Те осигуряват скорост на предаване на данни 100 Mb/s в посока базова станция - мобилен терминал /низходящия канал/ и 50 Mb/s в посока мобилен терминал – базова станция /възходящия канал/ [5], [6].

Съществено приложение в **LTE** намират т.нар. равномерни последователности с идеална периодична автокорелационна функция (**РПИПАКФ**). Една последователност с дължина N , $u(n)$ се нарича равномерна ако:

$$\{u(n)\}_{n=0}^{N-1} = \{u(0), u(1), \dots, u(N-1)\}, \quad (1)$$

$$\forall u(n) \in \{\exp[(2\pi il) / Q]; l = 0, 1, \dots, Q-1\}, \quad (2)$$

където: $N \geq 1, Q \geq 2$ са цели числа.

Последователностите от този тип са математически модел на радио сигналите, получени чрез прилагане само на фазова манипулация на Q нива (**Q-PSK**) върху носещата честота. Анализът показва, че при разглежданите сигнали пик-факторът $\eta_{\text{пд}}$ на предавателя е 1. По тази причина те могат да се генерират с евтини, икономични в енергетично отношение и малки по размери полупроводникови елементи. Прилагателното „равномерни“ в наименованието на последователностите акцентира върху факта, че елементите на последователностите отговарят на условието (2).

За да се намалят вредните последствия от многолъчевото разпространение на радиовълните, фазово манипулираните (**ФМ**) сигнали, описвани математически с равномерни последователности, трябва да отговарят и на следното условие:

$$P_u(r) = \sum_{n=0}^{N-1} u(n) \cdot u^* \langle n+r \rangle = \begin{cases} N, & r = 0, \\ 0, & r = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (3)$$

Тук r е времето отместване, $P_u(r)$ е съответната стойност на периодичната авто-корелационна функция **/ПАКФ/** на последователността $\{u(n)\}_{n=0}^{N-1}$, символът “*” означава “комплексна спрегнатост”, а “ $\langle k+r \rangle$ ” показва, че сумата се взема по модул N .

Когато даден **ФМ** сигнал отговаря на условие (3) се казва, че неговата **ПАКФ** има идеална форма, тъй като прилича на делта импулс. Поради важността на такива сигнали за безжичните комуникационни системи, равномерните последователности с идеална **ПАКФ** са предмет на сериозни изследвания. В специализираната литература се използват различни имена за равномерните последователности с идеална **ПАКФ**: многофазни кодове с добри (или оптимални) корелационни свойства (*polyphase codes with good (or optimum) correlation properties*) [4], [6], последователности с перфектна автокорелация (*perfect autocorrelation sequences*), последователности на корени от единицата (*root-of-unity sequences*) [11], [13], бент функции (*bent functions*) [5], [11], последователности с постоянна амплитуда и нулева автокорелация (*Constant Amplitude Zero AutoCorrelation – CAZAC*) [2] и др. В техническата литература, посветена на **LTE**, те се наричат последователности на Задофф – Чу (*Zadoff-Chu sequences*) и последователности с постоянна амплитуда и нулева автокорелация (**CAZAC sequences**) [9], [10].

Цел на настоящата работа е на базата на анализ на използването на **РПИПАКФ** в **LTE** да се предложи идея за синтез на системи сигнали с по-добри качествени показатели.

МЕТОД ЗА СИНТЕЗ НА СИСТЕМИТЕ СИГНАЛИ В **LTE**

Системите от сигнали, използвани в **LTE**, са съобразени с две основни особености на стандарта:

1. Предаването на данни става чрез **OFDM** (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), при което е предвиден и т.нар. режим разделяне на абонатите в честотната област с една носеща честота **SC-FDMA** (*Single Carrier Frequency Domain Multiple Access*), който по същество е аналогичен с принципа на работа на **MC-DS-CDMA** при безжичните комуникационни системи [9], [10];

2. Идеалните периодични корелационни свойства на **РПИПАКФ** се използват за оценка на характеристиките на канала с т.нар. последователности от опорни сигнали (**ПОС**, *Reference Signal Sequences – RSS*). В резултат на това в приемниците на системата се постига режим на кохерентно приемане на сигналите, тъй като се отчитат всички особености на комуникационния радиоканал [9], [10], [12], [14].

По-конкретно, **ПОС** се използват във възходящия канал от мобилните телефони към базовите станции. Последователностите от опорните сигнали биват два типа – опорни сигнали за демодулация (**ОСД**, *Demodulation Reference Signals – DMRS*) и опорни сигнали за прозвъняване (**ОСП**, *Sounding Reference Signals – SRS*). При формирането на семейства от **ПОС** се прилага следният подход [9]:

Първо се създава една **РПИПАКФ** с голяма дължина N , която е число, делящо се на 12. След това чрез циклични отмествания на 12, 24 и т.н. позиции се получават $N/12$, последователности, които имат зона на нулева взаимна корелация с ширина $12\tau_0$ (τ_0 е продължителността на един елементарен импулс). Посочената ширина $12\tau_0$ съответства на няколко микросекунди и е малко по-голяма от

времетражкснието на радиосигналите, изминали по-дълъг път поради отражение в различни препятствия.

Второ се създава една **РПИПАКФ** с голяма дължина **N**, която е просто число (например 839). Тогава от изходната **РПИПАКФ** се формират още **N-1** (например 838) последователности, които са редовете (стълбовете) на матрицата по метода на Франк-Задофф-Хаймилер [2].

Трето се синтезира фазово модулиран сигнал, чиято **ПАКФ** има идеална форма, т.е. прилича на делта импулс чрез последователности с константен спектър. При синтеза се прилага следният подход:

Нека $\{u(n)\}_{n=0}^{N-1}$ е **РПИПАКФ**. Тогава за нея е изпълнено [3], [7]:

$$\sum_{r=0}^{N-1} P_u(r)x^r = \left[\sum_{n=0}^{N-1} u(n)x^n \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} u^*(n)x^{-n} \right] \text{mod}(x^N - 1) \quad (4)$$

Тук коефициентите $P_u(r), r = 0, 1, 2, \dots, N-1$ се изчисляват по формула (3), тъй като представляват стойностите на **ПАКФ** на последователността и $x^{-k} = x^{N-k} \text{mod}(x^N - 1)$.

Тъй като разглежданата последователност има **ПАКФ** с идеална форма, стойностите на коефициентите в лявата страна на (4) са нула за $r = 1, 2, \dots, N-1$ и само за $r = 0$ е изпълнено $P_u(r = 0) = N$. Ето защо (4) всъщност има вида:

$$\left[\sum_{n=0}^{N-1} u(n)x^n \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} u^*(n)x^{-n} \right] = N \text{mod}(x^N - 1) \quad (5)$$

Символът $\text{mod}(x^N - 1)$ означава, че равенство (5) е изпълнено само за стойностите на **x**, които са от вида:

$$x = e^{j\frac{2\pi}{N}k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

Следователно (5) може да се представи във формата:

$$\left[\sum_{n=0}^{N-1} u(n)e^{j\frac{2\pi}{N}n(N-k)} \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} u^*(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}n(N-k)} \right] = \quad (7)$$

$$\left[\sum_{n=0}^{N-1} u(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \right] \left[\sum_{n=0}^{N-1} u^*(n)e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \right] = N, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

като тук е използвано, че:

$$e^{j\frac{2\pi}{N}n(N-k)} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (8)$$

Следва да се отчете, че амплитудите на хармониците при дискретното преобразуване на Фурие на последователността $\{u(n)\}_{n=0}^{N-1}$ са:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

Като се замести с (9) в (7) се установява, че за всяка **РПИПАКФ** е изпълнено:

$$(NC_k)(NC_k)^* = N, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (10)$$

От (10) следва, че дискретният спектър на **РПИПАКФ** е постоянен (константен). При това вече става ясен третият подход за синтезиране на **РПИПАКФ**, използван в **LTE**. По-конкретно, взема се някаква последователност $\{C_k\}_{k=0}^{N-1}$ от N комплексни числа с модул $1/\sqrt{N}$. След това от нея чрез обратното дискретно преобразуване на Фурие :

$$v[n] = \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{(j\frac{2\pi}{N}n)k} \quad (11)$$

се получава последователността $\{v(n)\}_{n=0}^{N-1}$ от отчети от комплексната обвиваща на фазово модулиран сигнал, чиято **ПАКФ** има идеална форма, т.е. прилича на делта импулс.

Тук следва дебело да се подчертае, че елементите на последователността $\{v(n)\}_{n=0}^{N-1}$ не са с една и съща (единична) амплитуда. По тази причина се прави претърсване с компютър и се "отсяват" само последователности с приемлива неравномерност.

СЪЩНОСТ НА ПРЕДЛАГАНАТА ИДЕЯ ЗА СИНТЕЗ НА СЕМЕЙСТВА СИГНАЛИ

Идеята за генериране на сигнали с идеални периодични корелационни свойства се основава на т.нар. теорема на Ипатов [8]:

Нека последователностите $\{u(i_1)\}_{i_1=0}^{N_1-1}$ и $\{v(i_2)\}_{i_2=0}^{N_2-1}$ имат идеални **ПАКФ**, като числата N_1 и N_2 са взаимно прости. Тогава производната (деривативната) последователност $\{w(i)\}_{i=0}^{N_1 \cdot N_2 - 1}$, формирана по правилото:

$$w(i) = u(i_1) \cdot v(i_2), \quad i = 0, 1, \dots, N_1 \cdot N_2 - 1, \quad i \equiv \begin{cases} i_1 \pmod{N_1} \\ i_2 \pmod{N_2} \end{cases} \quad (12)$$

също е кодова последователност с идеална **ПАКФ**.

Теоремата на Ипатов може да се илюстрирана със следния пример:

Директната проверка показва, че последователностите $\{u(i_1)\}_{i_1=0}^1 = \{u(0) = 1, u(1) = j\}$ с дължина $N_1 = 2$ и

$\{v(i_2)\}_{i_2=0}^2 = \{v(0) = 1, v(1) = 1, v(2) = \omega\}$, $\omega = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ с дължина $N_2 = 3$ имат идеални

ПАКФ. Тогава "произведението" на посочените последователности, съгласно (12) (илюстрирано в Таблица 1), също е кодова последователност с идеална **ПАКФ**.

Таблица 1.

Формиране на производна кодова последователност, съгласно (12)

i	0	1	2	3	4	5
$i_1 \equiv i \pmod{2}$	0	1	0	1	0	1
$u(i_1)$	1	j	1	j	1	j
$i_2 \equiv i \pmod{3}$	0	1	2	0	1	2
$v(i_2)$	1	1	ω	1	1	ω
$w(i) = u(i_1) \cdot v(i_2)$	1	j	ω	j	1	j · ω

Следва да се подчертае, че доказателството на теоремата на Ипатов се основава на факта, че ако се „умножат“ последователности с дължини N_1 и N_2 , които са взаимно прости числа, тогава техните **ПАКФ** също се „умножават“ по формула (12). По тази причина на базата на теоремата на Ипатов могат да се синтезират фамилии от сигнали с идеални периодични корелационни свойства като се използва следният алгоритъм:

1. По метода на Чу се построява **РПИПАКФ** с дължина N ;
2. Синтезира се **РПИПАКФ**, която се декомпозира (разлага) на N_2 взаимно ортогонални последователности с дължина N_1 . Получените последователности представляват фамилия от сигнали като **ПВКФ** на всяка двойка от сигнали е 0 за всяко временно отместване;
3. Всички последователности от предходната стъпка се умножават съгласно формула (12). Така се получава фамилия от сигнали със следните свойства:
 - **ПАКФ** имат зона на нулева корелация с ширина N_1 ;
 - **ПВКФ** на всяка двойка от сигнали е 0 за всяко временно отместване.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представена идея за синтез на фамилия от последователности с идеални периодични корелационни свойства, при която се използва теоремата на Ипатов. Фамилията от сигнали се характеризира със следните свойства:

- **ПАКФ** имат зона на нулева корелация с голяма ширина;
- **ПВКФ** на всяка двойка от сигнали е 0 за всяко временно отместване.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вишневский В., Портной С., Шахнович И., Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G, Техносфера, Москва, 2009.
- [2] Benedetto J. J., Donatelli J. J., Ambiguity function and frame-theoretic properties of periodic zero-autocorrelation waveforms, IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing, vol.1, No.1, pp. 6-20, June 2007.
- [3] Bedzhev B., M. Iliev, A General Method for Synthesis of Uniform Sequences with Perfect Periodic Autocorrelation, Novel Algorithms and Techniques in Telecommunications and Networking, Springer, 2010.
- [4] Chu D. C., Polyphase codes with good periodic correlation properties, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-18, pp. 531–532, 1972.
- [5] Chung H., Kumar P. V., A new general construction for generalized bent functions, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 35, pp. 206–209, 1989.
- [6] Frank R., Polyphase codes with good nonperiodic correlation properties, IEEE Trans. on Information Theory, 1963, vol. IT – 9, № 1, pp. 43 – 45
- [7] Iliev M. P., Bedzhev B. Y., An Algorithm for Synthesis of Families of Generalized Orthogonal Complementary Pairs, Novel Algorithms and Techniques in Telecommunications, Automation and Industrial Electronics, Springer, USA, 2010
- [8] Ipatov V. P., Contribution to the theory of sequences with perfect periodic autocorrelation properties, Radio Engineering and Electronic Physics, vol. 25, pp. 31 – 34, Apr. 1980
- [9] Holma H., Toskala A., LTE for UMTS. OFDMA and SC-FDMA based radio access, John Wiley & Sons Ltd, 2009
- [10] LTE resources guide, Anritsu, www.anritsu.com, 2011
- [11] Peng D. Y., Fan P. Z., Generalized Sarvate bounds on periodic autocorrelations and crosscorrelations of binary sequences, Electronics Letters, vol. 38, no. 24, pp. 1521 – 1523, 2002
- [12] Qureshi T. R., Zoltowski M. D., Calderbank R., A MIMO-OFDM channel estimation scheme utilizing complementary sequences, in Proc. The 2009 IEEE

International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, pp.2677-2680, Taipei, Taiwan, 19-24 April, 2009

[13] Sarwate D. V., Pursley M. B., Cross-correlation properties of pseudo-random and related sequences, Proc. of the IEEE, 1980, vol. 68, pp. 593 – 619

[14] Zoltowski M. D., Qureshi T. R., Calderbank R., Complementary codes based channel estimation for MIMO-OFDM systems, in Proc. Forty-Sixth Annual Allerton Conference, pp. 133-138, Allerton House, UIUC, Illinois, USA, 23-26 Sept., 2008

За контакти:

доц. д-р инж. Михаил Илиев, Катедра “Комуникационна техника и технологии”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел. 082-888 673, e-mail: miliev@uni-ruse.bg

Докладът е рецензиран.