

Алгоритъм за съвместна обработка на сигнали от GPS и INS с използване на Калманов филтър

Живо Петров

In this paper an algorithm of kalman filtering and model of observation and navigation equations are proposed. Using this algorithm and taking into account the IMU and GPS errors, the accuracy in determining the location of UAV is examined. Simulation results of the algorithm are presented.

Key words: Kalman Filter, UAV, IMU, GPS, model, errors.

ВЪВЕДЕНИЕ

През последните години все по-широко приложение намира използването на безпилотни летателни апарати (БЛА). Решаването на поставените им задачи основно зависи от навигационните системи, с които се оборудват БЛА. БЛА от тип „малки“ [2] се оборудват с бордови навигационни системи с малки размери, тегло, цена и същевременно решават навигационните задачи с достатъчно висока точност. В съвременните навигационни системи обикновено се използва съвместна обработка на измерванията от инерциална навигационна система (INS) и приемник на спътникова навигационна система (GPS). Един от най-популярните методи, използван при съвместната обработка, е калмановата филтрация.

Предложен е модел на състоянието и наблюдението и е синтезиран алгоритъм за калманова филтрация с отчитане на нестабилностите на постоянните грешки на измервателни устройства с инерциални датчици и жирокопи (IMU). Изследвана е точността при определяне на местоположението на БЛА. Симулирани са траектории с различна интензивност на маневриране [4,9].

ИЗЛОЖЕНИЕ

При съвместната обработка на сигнали от GPS и INS, в повечето случаи се оценяват грешките на измерванията в INS, а не самите координати на потребителя [6,8]. За формиране уравнението на състоянието в калмановата филтрация е необходимо да се дефинират модели на тези грешки. Подходящи модели са предложени и изследвани в [1,3], същите са използвани за получаването на уравнението на състоянието в дискретен вид:

$$\lambda(k) = \Phi(k)\lambda(k-1) + w(k), \quad (1)$$

където:

$$\lambda(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(k), \varepsilon_y(k), \varepsilon_z(k), \varepsilon_{V_x}(k), \varepsilon_{V_y}(k), \varepsilon_{V_z}(k), b_{ax}(k), b_{ay}(k), \\ b_{az}(k), b_{ax}(k), b_{oy}(k), b_{oz}(k), \Delta\alpha(k), \Delta\beta(k), \Delta\gamma(k) \end{bmatrix}$$

е векторът на състоянието

изразен в геоцентрична координатна система; $\varepsilon_x(k), \varepsilon_y(k), \varepsilon_z(k)$ са грешките на изчислените от INS координати; $\varepsilon_{V_x}(k), \varepsilon_{V_y}(k), \varepsilon_{V_z}(k)$ са грешките на изчислените от INS скорости; $b_{ax}(k), b_{ay}(k), b_{az}(k)$ са постоянните отклонения на акселерометрите; $b_{ax}(k), b_{oy}(k), b_{oz}(k)$ са постоянните отклонения на жирокопите; $\Delta\alpha(k), \Delta\beta(k), \Delta\gamma(k)$ са грешките на INS на измерените ъгли на ориентация; k е номера на времевия дискрет; $\Phi(k)$ е преходната матрица с размерност 15×15 , съдържаща следните ненулеви елементи:

$$\begin{aligned} \Phi_{1,1} = \Phi_{2,2} = \Phi_{3,3} = \Phi_{4,4} = \Phi_{5,5} = \Phi_{6,6} = \Phi_{7,7} = \Phi_{8,8} = \Phi_{9,9} = \Phi_{10,10} = \Phi_{11,11} = \Phi_{12,12} = \\ = \Phi_{13,13} = \Phi_{14,14} = \Phi_{15,15} = 1; \quad \Phi_{1,7} = \Phi_{2,8} = \Phi_{3,9} = \frac{T^2}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{1,4} = \Phi_{2,5} = \Phi_{3,6} = \Phi_{4,7} = \Phi_{5,8} = \Phi_{6,9} = \Phi_{10,13} = \Phi_{11,14} = \Phi_{12,15} = T; \quad \Phi_{2,15} = -\Phi_{3,14} = \frac{a_x(k)T^3}{6}; \\ \Phi_{1,11} = \Phi_{4,14} = -\Phi_{2,10} = -\Phi_{5,13} = \frac{a_z(k)T^2}{2}; \quad \Phi_{1,11} = \Phi_{4,15} = -\Phi_{3,10} = -\Phi_{6,13} = -\frac{a_y(k)T^2}{2}; \\ \Phi_{1,14} = -\Phi_{2,13} = \frac{a_z(k)T^3}{6}; \quad \Phi_{1,15} = -\Phi_{3,13} = -\frac{a_y(k)T^3}{6}; \quad \Phi_{5,12} = -\Phi_{6,11} = a_x(k)T; \\ \Phi_{2,12} = \Phi_{5,15} = -\Phi_{3,11} = -\Phi_{6,14} = \frac{a_x(k)T^2}{2}; \quad \Phi_{4,11} = -\Phi_{5,10} = a_z(k)T; \quad \Phi_{4,12} = -\Phi_{6,10} = -a_y(k)T; \end{aligned}$$

T е времеви интервал между две измервания на GPS приемника; $a_x(k), a_y(k), a_z(k)$ са измерените от INS ускорения;

$w(k)$ е вектор на шумовете с корелационна матрица $\Psi(k)$ с размерност 15×15 съдържаща следните ненулеви елементи:

$$\begin{aligned} \Psi_{1,1} = \Psi_{2,2} = \Psi_{3,3} = \frac{\sigma_a^2 T^4}{3}; \quad \Psi_{1,4} = \Psi_{2,5} = \Psi_{3,6} = \Psi_{4,1} = \Psi_{5,2} = \Psi_{6,3} = \frac{\sigma_a^2 T^3}{2}; \\ \Psi_{4,4} = \frac{\sigma_g^2 a_y^2(k)T^4}{3} + \frac{\sigma_g^2 a_z^2(k)T^4}{3} + \sigma_a^2 T^2; \quad \Psi_{4,5} = \Psi_{5,4} = -\frac{\sigma_g^2 a_x(k)a_y(k)T^4}{3}; \\ \Psi_{4,6} = \Psi_{6,4} = -\frac{\sigma_g^2 a_x(k)a_z(k)T^4}{3}; \quad \Psi_{4,11} = \Psi_{11,4} = -\Psi_{5,10} = -\Psi_{10,5} = \frac{\sigma_g^2 a_z(k)T^3}{2}; \\ \Psi_{4,12} = \Psi_{12,4} = -\Psi_{6,10} = -\Psi_{10,6} = -\frac{\sigma_g^2 a_y(k)T^3}{2}; \quad \Psi_{5,5} = \frac{\sigma_g^2 a_x^2(k)T^4}{3} + \frac{\sigma_g^2 a_z^2(k)T^4}{3} + \sigma_a^2 T^2; \\ \Psi_{5,6} = \Psi_{6,5} = -\frac{\sigma_g^2 a_y(k)a_z(k)T^4}{3}; \quad \Psi_{5,10} = -\frac{\sigma_g^2 a_z(k)T^3}{2}; \\ \Psi_{5,12} = \Psi_{12,5} = -\Psi_{6,11} = -\Psi_{11,6} = \frac{\sigma_g^2 a_x(k)T^3}{2}; \quad \Psi_{6,6} = \frac{\sigma_g^2 a_x^2(k)T^4}{3} + \frac{\sigma_g^2 a_y^2(k)T^4}{3} + \sigma_a^2 T^2; \end{aligned}$$

$\Psi_{10,10} = \Psi_{11,11} = \Psi_{12,12} = \sigma_g^2 T^2$, където: σ_g^2 е дисперсията на случайните грешки на жирокопите; σ_a^2 е дисперсията на случайните грешки на акселерометрите.

За получаване на уравнението на наблюдение се извършва апроксимация на разстоянията от потребителя до видимите спътници, чрез разлагане в ред на Тейлор около измерените от INS координати на потребителя. В резултат се получава следния дискретен вид на уравнението на наблюдението:

$$\xi(k) = \mathbf{H}(k)\lambda(k) + \mathbf{v}(k); \quad (2)$$

където: $\xi(k) = [\zeta_1(k) - \rho_{1_{INS}}(k), \zeta_2(k) - \rho_{2_{INS}}(k), \dots, \zeta_{N_{sat}}(k) - \rho_{N_{sat}_{INS}}(k)]^T$ е вектора на формираното наблюдение от INS и GPS; $\zeta_i(k) = \rho_i(k) + v_i(k)$; е вектора на измерваните от GPS приемника псевдодалечини до i -тия спътник с компенсирана разсинхронизация на хетеродина на приемника; $\rho_i(k) = \sqrt{(x_i(k) - x(k))^2 + (y_i(k) - y(k))^2 + (z_i(k) - z(k))^2}$ е разстоянието между потребителя и i -тия спътник; $x_i(k), y_i(k), z_i(k)$ са координатите на i -тия спътник в текущия момент от време; $x(k), y(k), z(k)$ са истинските текущи координати на БЛА; $v_i(k)$ са грешките на измерване на разстоянията от GPS приемника, които имат разпределение на бял гаусов шум (БГС) [5,7]; $\rho_{i_{INS}}(k) = \sqrt{(x_i(k) - x_{INS}(k))^2 + (y_i(k) - y_{INS}(k))^2 + (z_i(k) - z_{INS}(k))^2}$ е изчислената псевдодалечина до i -тия спътник, по измерените от INS координати на потребителя $x_{INS}(k), y_{INS}(k), z_{INS}(k)$; $\mathbf{H}(k)$ е матрица с размерност $N_{sat} \times 15$

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} \frac{x_1(k) - x_{INS}(k)}{\rho_{1\ INS}(k)} & \frac{y_1(k) - y_{INS}(k)}{\rho_{1\ INS}(k)} & \frac{z_1(k) - z_{INS}(k)}{\rho_{1\ INS}(k)} & 0, \dots, 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{Nsat}(k) - x_{INS}(k)}{\rho_{Nsat\ INS}(k)} & \frac{y_{Nsat}(k) - y_{INS}(k)}{\rho_{Nsat\ INS}(k)} & \frac{z_{Nsat}(k) - z_{INS}(k)}{\rho_{Nsat\ INS}(k)} & 0, \dots, 0 \end{bmatrix};$$

$\mathbf{v}(k)$ е вектор на шумовете на наблюдението с корелационна матрица с размерност $Nsat \times Nsat$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma^2, & 0, & \dots & 0 \\ 0, & \sigma^2, & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & \dots & \sigma^2, \end{bmatrix},$$

в която: σ^2 е дисперсията на грешките на измерванията псевдодалечини от GPS приемника; $Nsat$ е броя на използваните спътници в алгоритъма.

Уравнението на състоянието (1) и наблюдението (2) са линейни, което улеснява използването на калманов филтър за оценка на параметрите във вектора на състоянието. Особеност на синтезирания алгоритъм е, че във всяка стъпка се извършва корекция на изчислените от INS координати на потребителя и на изчисляваните псевдодалечини до спътниците по измерванията на INS. За корекция се използват предсказаните стойности на грешките на изчислените от INS координати. Алгоритъмът на корекция се описва от следните съотношения:

$$\tilde{\lambda}(k) = \Phi(k)\hat{\lambda}(k-1), \quad (3)$$

$$x_{c\ INS}(k) = x_{INS}(k) - \tilde{\varepsilon}_x(k), \quad (4)$$

$$y_{c\ INS}(k) = y_{INS}(k) - \tilde{\varepsilon}_y(k), \quad (5)$$

$$z_{c\ INS}(k) = z_{INS}(k) - \tilde{\varepsilon}_z(k), \quad (6)$$

$$\rho_{ic\ INS}(k) = \sqrt{(x_i(k) - x_{c\ INS}(k))^2 + (y_i(k) - y_{c\ INS}(k))^2 + (z_i(k) - z_{c\ INS}(k))^2}, \quad (7)$$

където $\tilde{\lambda}(k)$ е предсказания вектор на състоянието за текущия момент от времето; $\rho_{ic\ INS}(k)$ е коригираната псевдодалечина изчислена от INS в текущия момент от време.

Изчислява се коригираното наблюдение:

$$\xi_c(k) = \zeta(k) - \rho_{c\ INS}(k), \quad (8)$$

където: $\zeta(k) = [\zeta_1(k), \zeta_2(k), \dots, \zeta_{Nsat}(k)]^T$;

$$\rho_{c\ INS}(k) = [\rho_{1c\ INS}(k), \rho_{2c\ INS}(k), \dots, \rho_{Nsat\ c\ INS}(k)]^T.$$

Това наблюдение се използва в синтезирания алгоритъм на филтър на Калман, който се описва от следните съотношения:

$$\tilde{\mathbf{R}}(k) = \Phi(k)\hat{\mathbf{R}}(k-1)\Phi(k)^T + \Psi(k) \quad (9)$$

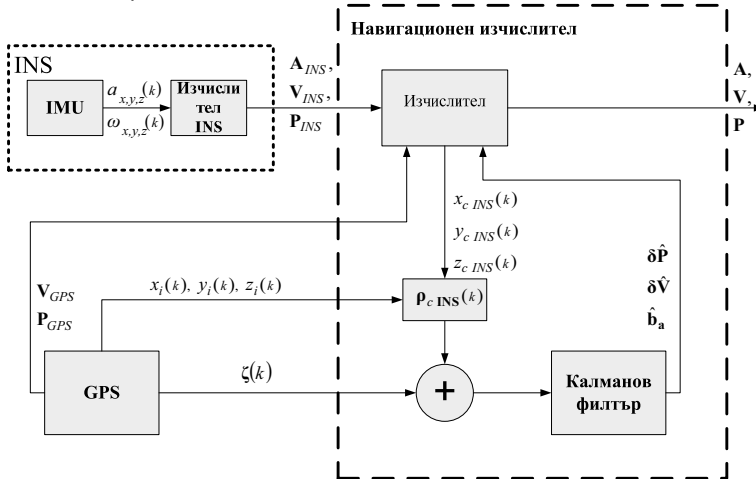
$$\mathbf{K}(k) = \tilde{\mathbf{R}}(k)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\tilde{\mathbf{R}}(k)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{P}]^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{R}}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\tilde{\mathbf{R}}(k) \quad (11)$$

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}(k) = \tilde{\boldsymbol{\lambda}}(k) + \mathbf{K}(k)\boldsymbol{\xi}_c(k) \quad (12)$$

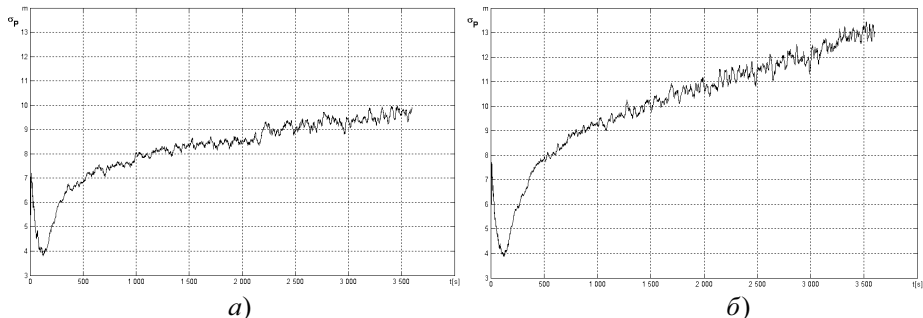
Началните стойности на параметрите във вектора на състоянието са нулеви.

На фиг.1 е показана блоковата схема на синтезирания алгоритъм за съвместна обработка на измерванията от GPS и INS.



Фиг.1 Блокова схема на алгоритъм с филтър на Калман

Изследвани са средно квадратичното отклонение (СКО) на оценките на грешките по координати на INS при полети на БЛА с интензивно и слабо маневриране. Извършено е усредняване на 400 реализации на траекториите и грешките от измерванията. Траекториите са генерирани по модел описан в [4,9]. При симулациите са използвани типови данни за ниско точна INS [1] и СКО на грешките в определяне на далечините от GPS $\sigma = 7m$ и използване на 5 спътника с геометричен фактор 3,9 m , което определя точност на местоопределяне на GPS по голяма от 25 метра [5,7].



Фиг.2 СКО на грешките по местоположение

На фиг. 2а са показани резултатите от изследванията при слабоманевриращ БЛА, за продължителност на полета 1 час. От нея се вижда, че след установяване на филтъра СКО на грешките σ_p нараства плавно с увеличаване на времето на полета. Дори в края на полета грешката на определяне на местоположението σ_p не

превишава 10 m, което е 2,5 пъти по-малко от грешките на измерване само от GPS. Показаните грешки определят средноквадратичната стойност на разстоянието между действителното и оцененото местоположение на потребителя.

На фиг. 2б са показани резултатите от изследванията при интензивно маневриращ БЛА, за продължителност на полета 1 час. Вижда се, че след установяване на филтъра СКО на грешките нараства плавно с увеличаване на времето на полета. В края на полета грешката на определяне на местоположението не превишава 13 m, което е около 2 пъти по-малко от грешките на измерване само от GPS. Грешката в този случай е по-голяма от тази на фиг. 2а, като разликата в точностите в края на полета за двата типа траектории е 3 m.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезираният алгоритъм с отчитане на нестабилностите на постоянните грешки на IMU и коригиране на измерванията от INS на всяка стъпка, по наблюденията от GPS приемника осигурява достатъчно висока точност, позволяваща изпълнение на поставената навигационна задача. Характерна особеност на алгоритъма е нарастването на грешката с течение на времето което се дължи на наличието на флуктуации на постоянните грешки на IMU които са нестационарни и не могат да бъдат изцяло филтрирани от Калманов филтър.

Предложеният филтър осигурява по-висока точност при по-слабо маневриращи летателни апарати. Поради което е подходящ за използване в слабоманеврени малогабаритни БЛА от клас малки.

Алгоритъмът осигурява висока точност при използване на INS и GPS с нисък клас, което позволява реализирането на навигационна система с по-ниска цена.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Петров Ж.П Иванов И.В. Анализ модела на грешките на акселерометри. ЮНС Д. Митрополия. 2010.

[2] Петров Ж.П Иванов И.В. Анализ на изискванията към навигационните системи на безпилотните летателни апарати. ЮНС Д. Митрополия. 2009.

[3] Петров Ж.П Модел на грешките на инерциална и GPS система. ЮНС Д. Митрополия. 2010.

[4] Ярлыков М.С., Статистическая теория радионавигации, – М.: Радио и связь, 1985.

[5] Guochang Xu GPS · theory, algorithms and applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007

[6] Isaac S. Peter H. A low-cost GPS aided inertial navigation system for vehicle applications <<http://www.s3.kth.se>>

[7] Kaplan E., Understanding GPS: principals and applications, Artech House, London, 1996

[8] Michael G. Salah S. Tightly Coupled INS/GPS with Bias Estimation for UAV Applications <<http://www.araa.asn.au/acra/acra2005/papers/george.pdf>>

[9] Singer R.E Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-6, № 4, July 1970

За контакти:

ст. ас. инж Живо Божидаров Петров, Катедра “Електроника, комуникационна и навигационна техника в авиацията”, НБУ”В. Левски” Авиационен Факултет гр. Долна Митрополия, e-mail: zhivo@vip.bg

Докладът е рецензиран.