

Изследване на перфектността на възникващи фондови пазари от източноевропейския регион посредством дискретна трансформация с вълнички¹

Боян Ломев, Иван Иванов, Боряна Богданова

Investigation of the Market Efficiency of Emerging Stock Markets in the East-European Region through Discrete Wavelet Transform(DWT): Investigation of the market efficiency of seven emerging East-European stock exchanges is carried out as their major stock indices (SOFIX, RTSI, ISE 100, CROBEX, PFTS, BET, BELEX15) are studied in respect of long-range dependence (LRD) and the LRD parameter is estimated using DWT. The results obtained state that LRD is present for all of the indices and thus the investigated stock markets are imperfect.

Key words: stock market efficiency, long-range dependence, wavelets

ВЪВЕДЕНИЕ

В скорошни публикации [15], [9], се установява наличието на дългосрочна зависимост при SOFIX, а в [14] се установява наличие на дългосрочна зависимост както за SOFIX, така и за RTSI. Настоящото изследване има за цел да тества за дългосрочна зависимост основните борсови индекси на възникващи фондови пазари от източноевропейския регион.

ПАЗАРНА ПЕРФЕКТНОСТ

Според хипотезата за пазарна перфектност (Efficient Market Hypothesis) цените на търгуемите ценни книжа напълно отразяват цялата налична информация. Пазарната перфектност има 3 форми – слаба, полу-силна и силна.

При слабата форма, цените на ценните книги отразяват цялата налична историческа информация. Случайното блуждаене е рестриктивния вариант на слабата форма на пазарната перфектност, който предполага, че последователните логаритмични възвръщаемости са независими и еднакво (нормално) разпределени. Фама отбелязва [3], че теорията за случайното блуждаене на последователните възвръщаемостите предполага, че те „нямат памет”.

При полу-силната форма цените на ЦК отразяват цялата налична публична информация, а при силната форма – цялата налична информация, публична и частна.

ДЪЛГОСРОЧНА ЗАВИСИМОСТ И FARIMA

Дългосрочната зависимост е статистическа характеристика, присъща на редица случайни процеси както в икономиката и финансите, така и в много други области. Процесите, проявяващи дългосрочна зависимост се наричат още процеси с “дълга памет”, тъй като се характеризират с много бавно намаляваща автокорелационна функция. Това свойство се представя формално като

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} R(k), \text{ където } R(k) = \text{corr}(X_t, X_{t+k}), \quad (1)$$

Спектралната плътност на процеси, проявяващи дългосрочна зависимост има следното представяне:

$$g(v) \sim c_g |v|^{-\gamma}, \text{ при } v \rightarrow 0, \quad (2)$$

¹ Тази статия е частично финансирана по научен проект 10/2010 от Фонд Научни Изследвания на СУ „Св. Климент Охридски”.

където V е честотата, c_g е положителна константа, а $\gamma \in (0,1)$.

Дългосрочната зависимост се измерва с помощта на параметъра на Хърст H , като е налице дългосрочна зависимост при $H \in (1/2,1)$, а при $H = 1/2$ изследвания процес се характеризира с краткосрочна зависимост.

Едно от следствията на бавно намаляващата автокорелационна функция е, че процесите с дългосрочна зависимост не могат да бъдат добре моделирани с класическите ARIMA (p,d,q) процеси, където $d \in Z_+$.

Процесите FARIMA(p,d,q), предложени едновременно от Грейнджър и Йоекс в [5] и Хоскинг в [6] успяват да моделират успешно процесите с дългосрочна зависимост. Те представляват обобщение на ARIMA (p,d,q) процесите, като основна тяхна характеристика е въвеждането на дробно диференциране, т.е. $d \in R$. Операторът за дробно диференциране се получава чрез биномно разлагане:

$$\nabla^d = (1-B)^d = \sum_{k=0}^d \binom{d}{k} (-1)^k B^k \quad (3)$$

$$\text{където } \binom{d}{k} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} \quad (4)$$

Общия вид на FARIMA (p,d,q) е:

$$\Phi(B)\nabla^d X_t = \Theta(B)Z_t \quad (5)$$

където

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \quad (6)$$

$$\Theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q, \quad (7)$$

B е лаговия оператор, а Z_t е дискретен бял шум.

Връзката между параметъра на дробно диференциране d и експонентата на Хърст H е $H = d + 1/2$, т.е. процеси FARIMA(p,d,q), за които $d \in (0,1/2)$ са процеси с дългосрочна зависимост.

ДИСКРЕТНА ТРАНСФОРМАЦИЯ С ВЪЛНИЧКИ

Дискретната трансформация с вълнички (ДТВ) често се дефинира с помощта на непрекъснатата трансформация с вълнички (НТВ). НТВ се осъществява чрез проекцията на разглежданата функция (или извадка, описваща разглеждания стохастичен процес) $\{X(t), t \in R\}$ върху разтеглена и транслирана версия на базова функция на времето $\psi(t)$, наречена вълничка „майка“:

$$W(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{u,s}(t) dt \quad (8)$$

$$\text{като } \psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (9)$$

е разтеглена с фактор s и транслирана с u единици версия на вълничката майка $\psi(t)$.

По своята същност вълничката майка приема функцията на високочестотен филтър и е необходимо да отговаря на определени условия, които са разгледани подробно в [4].

Получените чрез НТВ коефициенти са функция на скала s и разположение u , като s и u са реални числа. С цел улесняване на последващия анализ е възможно

да се направи подходяща извадка на получените чрез НТВ коефициенти така, че да се запази необходимата информация. Трябва да бъде спазен принципа „критична извадка“ (critical sampling), според който $s = 2^j$ и $u = k2^j$, като j и k са цели числа, съответстващи на множествата от дискретни транскации и разтегляния. Това по своята същност представлява ДТВ.

Факторите 2^j и j се наричат съответно скала и октава. Положителните стойности на октавата съответстват на разтегляния, а отрицателните на свивания. ДТВ на разглежданата функция $\{X(t), t \in R\}$ се представя по следния начин:

$$w_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{j,k}(t) dt, \quad \text{за } j, k \in Z, \quad (10)$$

като получените коефициенти $w_{j,k}$ се наричат детайли и съдържат информация за разликите между съседни скали, центрирани около скала 2^j и времеви момент $2^j k$. В практиката ДТВ се осъществява чрез т.нар. „пирамидални алгоритми“ [10], които са базирани на теорията на мултирезулционния анализ.

ОЦЕНКА НА ПАРАМЕТЪРА НА ДРОБНО ДИФЕРЕНЦИРАНЕ С ПОМОЩТА НА ДТВ

Изследването на дългосрочната зависимост през призмата на трансформацията с вълнички е обещаваща перспектива, тъй като с помощта на ДТВ разглеждания процес се изследва върху набор от последователни скали в рамките на определен скалов диапазон. От друга страна дългосрочната зависимост се явява една от основните форми на скаловата стабилност (scale invariance) и в този смисъл за оценката на параметъра на дългосрочна зависимост d е удачно да се използват методи базиран на ДТВ. В литературата са познати три основни метода, базирани на ДТВ за оценка на параметъра на дробно диференциране:

- Метод на най-малките квадрати (МНМК) [8];
- Метод на максималното правдоподобие (ММП), изследван е от McCoу и Walden [11] и Jensen [7];
- Метод за оценка посредством дискретна производна от втори ред (second order discrete derivative) [2].

МНМК е лесен за приложение и дава добри резултати. В настоящата разработка се прилага този метод във варианта му предложен в [1], където се използва претеглена регресия с цел да се намали средната квадратична грешка на оценката на параметъра на дългосрочна зависимост \hat{d} .

МНМК

В [1] се доказва, че дисперсията на детайлите $w_{j,k}$ може да се представи като

$$E w_{j,k}^2 \sim c_g 2^{j\gamma} \int_R |v|^{-\gamma} |\Psi(v)|^2 dv, \quad \text{при } j \rightarrow +\infty, \quad (11)$$

където с $\Psi(v)$ е означена трансформацията на Фурие на $\psi(t)$,

$$\text{като } d = \frac{\gamma}{2}. \quad (12)$$

Ако графиката на $s_j = \log_2(E w_{j,k}^2)$ спрямо j в интервала $[j_1, j_2]$ е права линия, то следва, че има индикация за дългосрочна зависимост, като наклона на правата в този интервал представлява оценка на γ . Тъй като реално не знаем каква е стойността на s_j , построяваме неизместена оценка по следния начин:

$$y_j = \log_2(\mu_j) - g(j), \quad (13)$$

$$\mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |\omega_{j,k}|^2, \quad (14)$$

където

а $g(j)$ е коригираща величина.

Неизместената оценка на γ се получава чрез претеглена линейна регресия на y_j в този интервал:

$$\hat{\gamma} = \frac{\sum_{j=j_1}^{j_2} y_j (S_j - S_1) / \sigma_j^2}{SS_2 - S_1^2} \equiv \sum_{j=j_1}^{j_2} a_j y_j, \quad (15)$$

където σ_j^2 е дисперсията на y_j , а S, S_1, S_2 са тегла, зависещи от j_1, j_2 и σ_j^2 .

ОЦЕНКА НА ПАРАМЕТЪРА НА ДРОБНО ДИФЕРЕНЦИРАНЕ ЗА СЕДЕМ ИЗТОЧНОЕВРОПЕЙСКИ БОРСОВИ ИНДЕСА

Редица автори използват трансформацията с вълнички (ТВ) като инструмент за анализ на финансови и икономически масиви от данни, тъй като този подход е свързан със значителни ползи при изследването на сложни динамични структури. В [12] е налична подробна дискусия по темата. В частност, ТВ позволява анализ на изследвания процес върху набор от скали и локализира прецизно точките на външни шокове. В този смисъл ТВ се явява подходящ инструмент за анализ на данни, обхващащи дълги времеви периоди. Например в [13] се изследва борсовия индекс S&P500 за наличие на самоподобност чрез приложение на анализ, основаващ се на ТВ, като изследването обхваща периода 03.01.1928 - 25.06.1990.

В текущото изследване се тестват за наличие на дългосрочна зависимост основните борсовите индекси на българската, руската, румънската, сръбската, турската, украинската и хърватската фондова борса – SOFIX, RTSI, BET, BELEX15, ISE100, PFTS и CROBEX. Всички изброени индекси са анализирани за периода 20.10.2000 – 31.08.2010. За начална дата на анализирания период е избрана базисната дата на SOFIX. Изключение са само индексите BELEX15 и PFTS, тъй като базовата дата на BELEX15 е 01.10.2005, а PFTS е регистриран през 1997, но чак през 2001г. стартира кампания по създаване на публично наличен регистър, отразяващ дневните изменения на индекса.

Изходните данни се състоят от стойностите на изследваните индекси при затваряне на съответните борсови пазари, като честотата на наблюденията е дневна. За целите на анализа върху необработените данни е приложено рутинното за финансови данни преобразуване в логаритмични възвращаемости. Резултатите са получени с MATLAB R2009b и са обобщени в таблица 1:

Табл.1. Оценка на параметъра на дробно диференциране посредством ДТВ

Индекс	SOFIX	RTSI	BET	BELEX15	ISE100	PFTS	CROBEX
\hat{d}	0.0381	0.0569	0.0512	0.2185	0.0030	0.0566	0.0421

Получените резултати по метода на Уитъл са близки до представените и потвърждават наличието на дългосрочна зависимост.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резултатите от настоящото изследване са получени с помощта на ДТВ, без да е необходимо да бъдат специфицирани икономическите механизми, действащи на изследваните пазари. Получените оценки на параметъра на дробно диференциране свидетелстват за наличие на дългосрочна зависимост при всички изследвани индекси. Получените оценки на d за различните индекси са близки по стойност. Изключение правят само BELEX15, за който стойността на параметъра на дробно диференциране е доста по-висока спрямо другите индекси и ISE100, за който параметърът на дробно диференциране заема най-ниска стойност.

Възможното тълкуване на получените резултати е, че за всички изследвани борсови пазари е налице пазарна неперфектност, като за сръбската фондова борса тя е най-силно изразена, а при ISE100 са нужни допълнителни изследвания, които да потвърдят наличието на дългосрочна зависимост.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Abry, P., P.Flandrin, M.S.Taqqu, and D.Veitch. Self-similarity and Long-range Dependence through the Wavelet Lens, Theory and Applications of Long-range Dependence. Birkhäuser, 2003, 527-556.
- [2]. Bardet, J.-M., G.Lang, G.Oppenheim, A.Philippe, S.Stoev, and M.S.Taqqu. Semi-parametric Estimation of the Long-range Dependence Parameter: a Survey. Theory and Applications of Long-range Dependence, Birkhauser, 2003, 557-577.
- [3]. FAMA, Eugene F. Random Walks in Stock Market Prices. Financial Analysts Journal, 1965, 21(5), 55-59.
- [4]. Gençay, R., F.Selçuk, and B.Whitcher. An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics. Academic Press, New York, 2002.
- [5]. Granger, C.W., R.Joyeux. An Introduction to Long-memory Time Series Models and Fractional Differencing. J.Time Series Analysis, 1980, 1, 15-29.
- [6]. Hosking, J.R.M. Fractional differencing. Biometrika, 1981, 68, 165-176.
- [7]. Jensen, M.J. An Approximate Wavelet MLE of Short and Long Memory Parameters. Study in Nonlinear Dynamics and Economics, Academic Press, San Diego 1999.
- [8]. Jensen, M.J. Using Wavelets to Obtain a Consistent Ordinary Least Squares Estimator of the Long-memory Parameter. Journal of Forecasting, 1999b.
- [9]. Lomev, B., I.Ivanov. Self-similarity, Heavy Tails and Long-range Dependence as Measures for Financial Market Inefficiency-the Case of Bulgaria. The 9th Hellenic European Research on Computer Mathematics and its Applications Conference, Athens, 2009 (a conference talk).
- [10]. Mallat, S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11, 674-693.
- [11]. McCoy, E.J., A.T.Walden. Wavelet Analysis and Synthesis of Stationary Long-memory Processes. Journal of Computational and Graphical Statistics, 1996, 5, 26-56.
- [12]. Ramsey, James B. The contribution of wavelets to the analysis of economic and financial data. Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1999, 357, 2593-2606
- [13]. Ramsey, James B., Daniel Usikov, George Zaslavsky. An Analysis of the U.S. Stock Price Behavior Using Wavelets. C.V. Starr Center for Applied Economics, 94-06, 1994
- [14]. Ломев, Б., И.Иванов., Б.Богданова. Изследване на перфектността на фондовите борси в България и Русия посредством честотни методи. Шеста научна конференция „Мениджмънт и предприемачество“, Пловдив, Сборник доклади, 2009, стр.95-100.
- [15]. Ломев, Б., И.Иванов, Е.Туйова. Дългосрочна зависимост при индекса SOFIX на Българската Фондова Борса. Научни трудове на русенския университет, 2008, 47, 6.1.

За контакти:

гл.ас. д-р Боян Михайлов Ломев, Стопански факултет, СУ "Св. Климент Охридски", e-mail lomev@feb.uni-sofia.bg
 доц. д.м.н. Иван Ганчев Иванов, Стопански факултет, СУ "Св. Климент Охридски", e-mail iivanov@feb.uni-sofia.bg
 Боряна Цветанова Богданова, Стопански факултет, СУ „Св. Климент Охридски“, e-mail bpelova@gmail.com

Докладът е рецензиран.