Исследование движения сыпучих материалов в спирально-винтовом дозаторе

Тарас Щур

Motion study for materials in spiral-screw feeder

Приведенные результаты исследований движения сыпучих кормов по конической поверхности рабочего органа спирально - винтового дозатора.

Key words: flow cone dispenser, flow velocity, particle

ВСТУПЛЕНИЕ

Одним из факторов повышения продуктивности животных является обогащения комбикормов биологически активными кормовыми добавками, которые увеличивают переваримость кормов на 20-25 % и сокращают их расход на единицу продукции до 20 %. Основной операцией при этом является дозирование добавок, которая обеспечивает качество смеси. Поэтому усовершенствование конструкций [1] дозаторов является актуальной задачей для развития животноводческой отрасли.

Результаты испытаний разных конструкций дозаторов, проведенных в ЦНИИМЕСХ [2], показали, что существующие дозаторы удовлетворительно работают на материалах свободной и средней текучести, но их нельзя рекомендовать для материалов с плохой текучестью, к которым относятся микроэлементы. Поэтому последующее усовершенствование конструкции дозаторов имеет большое практическое значение, особенно когда количество микроэлементов в кормовой смеси составляет меньше 1-го процента.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Теоретическое описание и расчет устройства дозатора сыпучих кормов, который используется в качестве регулирующего фактора центробежных сил. (рис.1) представлен подающий конус дозатора, принципиальная схема.

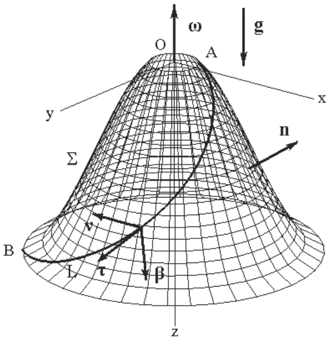

Рис.1. Принципиальная схема подающего конуса дозатора

Ротор дозатора ограничен поверхностью вращения Σ, ось которой Oz расположена вертикально вдоль направления силы тяжести интенсивности $\vec{g}$. На поверхности Σ имеется канавка L, вдоль которой сверху вниз может перемещается частица сыпучего материала массы m. Сам ротор вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$. Направление вращения и направление спирали канавки согласованы так, как это изображено на рис.1. При движении по каналу частица испытывает сопротивление движению из-за действия силы сухого трения. Под действием указанных факторов частица совершает сложное движение, перемещаясь по каналу от точки A, и в точке B покидает его. Абсолютная скорость $\vec{v}^a$ частицы в точке B представляет сумму переносной $\vec{v}^e$ и относительной $\vec{v}$ скоростей $\vec{v}^a = \vec{v}^e + \vec{v}$, где $\vec{v}^e$ направлен перпендикулярно цилиндрическому радиусу точки B и оси Oz в сторону вращения ротора, а $\vec{v}$ является касательным к линии L в точке B. При постоянной угловой скорости $\vec{\omega}$ переносная скорость $\vec{v}^e$ не меняется. Относительная же скорость $\vec{v}$ зависит как от $\vec{\omega}$, так и формы поверхности ротора Σ и канала L. Поэтому здесь можно поставить вопрос об оптимальном выборе параметров дозатора, при которых относительная скорость вылета частицы из канала будет максимальной

Математическая постановка задания о динамике частицы

Поверхность ротора Σ образуется вращением кривой CD вокруг оси Oz (рис.2). Здесь R_2- радиус меньшей основы ротора, R_1- радиус большей основы, - высота ротора. Тогда уравнение кривой CD можно записать

$$z = F(r), \tag{1}$$

В рабочем состоянии меньшая основа находится наверху, большая внизу (рис.1). Поверхность Σ выполнена так, что касательная плоскость к ней при следовании z к H становится горизонтальной. Это будет иметь место тогда, когда касательная к кривой CD в точке D будет горизонтальной, или, другими словами, производная $F'(R_1) = 0$.

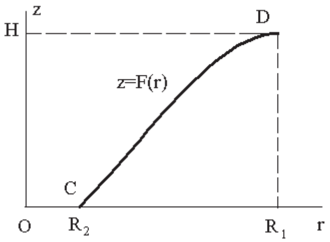

Рис.2. Принцип построения поверхности подающего конуса дозатора

Обозначим через Z_1 производную $F'(R_2)$. Кривую CD определим в виде сплайна, который соединяет точки C и D что удовлетворяет дополнительно два условия: [3, 4]. Сплайн в данном случае представляет полиномом третьей степени по переменной r, например, в виде

$$F(r) = A_3(R_1 - r)^3 + A_2(R_1 - r)^2 + H, \tag{2}$$

Такая функция удовлетворяет условиям $F(R_1) = H, \quad F'(R_1) = 0$. Неопределенные коэффициенты A_2, A_3 берем из условий $F(R_2) = 0, \quad F'(R_2) = Z_1$

$$\begin{cases} A_3(R_1 - R_2)^3 + A_2(R_1 - R_2)^2 + H = 0 \\ -3A_3(R_1 - R_2)^2 - 2A_2(R_1 - R_2) = Z_1 \end{cases}, \tag{3}$$

Соотношение (1.3) является системой двух линейных уравнений относительно неизвестных, решения которых имеют вид

$$A_2 = \left(Z_1 - \frac{3H}{R_1 - R_2} \right) \frac{1}{R_1 - R_2}, \tag{4}$$

$$A_3 = \left(\frac{2H}{R_1 - R_2} - Z_1 \right) \frac{1}{R_1 - R_2}$$

Таким образом, соотношение (1.2) дает однопараметрическое семейство кривых, которые описываются уравнением (1.1) с параметром Z_1. По смыслу задания значения этого параметра должны лежать в интервале $(0,\infty)$.

Уравнение поверхности Σ является двухмерным многообразием, любая точка ее однозначным чином определяется значениями двух параметров - криволинейных координат [5].

Введем в рассмотрение две системы координат: первую, декартова систему (x,y,z), вторую, цилиндровую (r,φ,z). Ось Oz выберем совпадающую с осью симметрии ротора и направим вниз. Начало координат пусть лежит в центре верхней основы ротора (рис.1). В дальнейшем воспользуемся принятым обозначением компонент любого трехмерного вектора $\vec{a}$ в виде набора его проекций на осе декартова системы координат $\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$. В таких обозначениях радиус-вектор $\vec{r}$ записывается как $\vec{r}=(x,y,z)$.

Учитывая однозначность функции (1.1), выберем в качестве параметров поверхности Σ (криволинейных координат) цилиндровый радиус $\vec{r}$ и угол φ. Тогда векторное уравнение поверхности можно записать в виде

$$\vec{r}=\vec{r}(r,\varphi)=\left(x(r,\varphi),y(r,\varphi),z(r,\varphi)\right)$$

или, учитывая связь между декартовы и цилиндровыми координатами, в форме [6]

$$\vec{r}=\left(r\cos\varphi,r\sin\varphi,F(r)\right), \tag{5}$$

Вектора базиса криволинейной системы координат на Σ определяются в виде

$$\begin{aligned}\vec{e}_r&=\frac{\partial\vec{r}(r,\varphi)}{\partial r}=\left(\cos\varphi,\sin\varphi,F'(r)\right)\\ \vec{e}_\varphi&=\frac{\partial\vec{r}(r,\varphi)}{\partial\varphi}=\left(-r\sin\varphi,r\cos\varphi,0)\right)\end{aligned}, \tag{6}$$

где $F'(r)=\dfrac{dF(r)}{dr}$.

Вектора $\vec{e}_r=\vec{e}_r(r,\varphi)$ является касательными к координатным линиям параллелям $\varphi=const$ на Σ а вектора $\vec{e}_\varphi=\vec{e}_\varphi(r,\varphi)$ касательные к координатным линиям меридианам $r=const$. Координатная сетка на Σ является ортогональной, что выходит из ортогональной векторов $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\varphi$.

Вектор единичной внешней нормали $\vec{n}$ к Σ определяется как векторное создание векторов $\vec{e}_\varphi$ и, разделенное на модуль этого векторного уравнения

$$\vec{n}=\vec{n}(r,\varphi)=\frac{\vec{e}_\varphi\times\vec{e}_r}{\left|\vec{e}_\varphi\times\vec{e}_r\right|}=\frac{\left(F'(r)\cos\varphi,F'(r)\sin\varphi,-1\right)}{\sqrt{1+F'^2(r)}}, \tag{7}$$

Канал L на поверхности Σ является пространственной кривой. Здесь удобно рассмотреть параметрическую форму задания этой кривой [5]. Выберем как параметр полярный угол, областью изменения которого является интервал, где λ определяет, сколько раз кривая L обвивает ротор дозатора. Введем сокращенно обозначение

$$c=\frac{R_1-R_2}{2\pi\lambda}, \tag{8}$$

и зададим уравнение кривой L в векторном виде

$$\vec{r} = \vec{R}(\varphi) = \left((R_2 + c\varphi)\cos\varphi, (R_2 + c\varphi)\sin\varphi, F(R_2 + c\varphi)\right), \tag{9}$$

Из этого соотношения видно, что если частица двигается по каналу с постоянным шагом h_φ по углу φ, то ее перемещение вдоль цилиндрового радиуса r тоже будет проходить с постоянным шагом, ровным $c\,h_\varphi$. Шаг же вдоль оси z при этом не будет постоянным, и будет зависеть от характера кривой (1).

При естественной параметризации кривой как параметр выступает длина ее дуги. Начало и положительное направление отсчета дуги выбираются произвольно. Обозначим через ds бесконечно малый элемент дуги. Он связан с приростом $d\vec{r}$ радиус-вектора (9) соотношением

$$ds = \sqrt{(d\vec{r}\cdot d\vec{r})},$$

где

$$d\vec{r} = d\vec{R} = \\ = \begin{pmatrix} c\cos\varphi - (R_2 + c\varphi)\sin\varphi, \\ c\sin\varphi + (R_2 + c\varphi)\cos\varphi, \\ cF'(R_2 + c\varphi) \end{pmatrix} d\varphi \quad , \tag{10}$$

Таким образом

$$ds = \sqrt{(R_2 + c\varphi)^2 + c^2\left(1 + F'^2(R_2 + c\varphi)\right)}d\varphi, \tag{11}$$

Проинтегрируем последнее соотношение по φ, считая, что начало отсчета дуговой координаты лежит в т.А, а положительное направление ее отсчета совпадает с направлением движения точки от А к точке В. Получим зависимость дуговой координаты от

$$s = s(\varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{(R_2 + c\varphi')^2 + c^2\left(1 + F'^2(R_2 + c\varphi')\right)}d\varphi', \tag{12}$$

(φ' - переменная интеграции).

При обычном способе задания движению закон движения материальной точки имеет вид зависимости дуговой координаты от времени $s = s(t)$ [7]. Уравнения динамики при таком способе описания движения записываются в системе координат, связанной с естественным трехгранником, ортом которыми являются единичные вектора $\vec{\tau}$ - касательные к L, $\vec{\nu}$ - главной нормали, бинормали

$$\vec{\beta} = \vec{\tau}\times\vec{\nu}, \tag{13}$$

Касательный вектор определяется как

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{R}}{d\varphi}\left|\frac{d\vec{R}}{d\varphi}\right|^{-1}, \tag{14}$$

что, согласно формулам(1.10), (1.11), приводит к выражению

$$\vec{\tau} = \\ = \begin{pmatrix} c\cos\varphi - (R_2 + c\varphi)\sin\varphi, \\ c\sin\varphi + (R_2 + c\varphi)\cos\varphi, \\ cF'(R_2 + c\varphi) \end{pmatrix} \times \\ \times\left\{(R_2 + c\varphi)^2 + c^2(1 + F'^2(R_2 + c\varphi))\right\}^{-1/2} \tag{15}$$

Формулы Френе устанавливают связь между касательным вектором $\vec{\tau}$ и вектором главной нормали $\vec{\nu}$ [3]

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = k_1\vec{\nu}, \tag{16}$$

где

$$k_1 = \left|\frac{d\vec{\tau}}{ds}\right| = \left|\frac{d\vec{\tau}}{d\varphi}\right| \left(\frac{ds}{d\varphi}\right)^{-1}, \tag{17}$$

- главная кривизна кривой, для нахождения которой нужно найти производную $\vec{\tau}$ по углу

$$\frac{d\vec{\tau}}{d\varphi} = \frac{\begin{pmatrix} -2c\sin\varphi - (R_2 + c\varphi)\cos\varphi, \\ 2c\cos\varphi - (R_2 + c\varphi)\sin\varphi, \\ c^2F''(R_2 + c\varphi) \end{pmatrix}}{\left\{(R_2 + c\varphi)^2 + c^2(1 + F'^2(R_2 + c\varphi))\right\}^{1/2}} - \tag{18}$$

$$- \frac{c(R_2 + c\varphi) + c^3F'(R_2 + c\varphi)F''(R_2 + c\varphi)}{\left\{(R_2 + c\varphi)^2 + c^2(1 + F'^2(R_2 + c\varphi))\right\}^{3/2}} \begin{pmatrix} c\cos\varphi - (R_2 + c\varphi)\sin\varphi, \\ c\sin\varphi + (R_2 + c\varphi)\cos\varphi, \\ cF'(R_2 + c\varphi) \end{pmatrix}$$

Соотношение (16), (17), (18), (11), (13) дают возможность записать выражения для главной кривизны k_1, главной нормали $\vec{\nu}$ и бінормалі $\vec{\beta}$, конечный вид которых не приводится через их громоздкость.

Выводы

В результате проведенных исследований получили рациональную кривизну канала подающего конуса дозатора, которая обеспечит максимальную скорость движения потока сыпучего материала, который существенно повысит качественные показатели дозатора.

Литература

[1] Дозатор сипучих матеріалів: Пат. на корисну модель. №19992 Україна, МПК GO1F 11/00/ Бойко І.Г., Щур Т.Г. -200605866; Заявл.29.05.2006; Опубл. 15.01.2007, Бюл. №1. С. 16.

[2] Степук Л.Я., Михасенюк Е.М., Лабоцкий И.М. Универсальный дозатор ингредиентов комбикормов. – Мех. и электрификация соц. с. х-ва , 1976, №1, с. 44-45.

[3] Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука,-1976. - 248.

[4] Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. - 120 с.

[5] Погорелов А.В. Лекции по дифференциальной геометрии. Харьков. Изд-во Харьковск. госун-та, 1967. - 163 с.

[6] Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. Харьков: Выща школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. - 216 с.

7. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т.1. М.: Наука.-1972. – 530 с.

Контакты:

К.т.н., в.о.доцента Тарас Щур, Кафедра “Тракторов и автомобилей”, Львовский национальный анрарный уныверситет, тел.: 8(032)-242-954, Taras-g-sh@yandex.ru

Рецензент: проф. д.т.н. Дидух В.Ф.