

Статистически анализ на взаимно-корелационните свойства на сигнали с дължина от вида 2^{n-1} и 3^{n-1} , притежаващи идеална периодична автокорелационна функция

Стоян Йорданов

Statistical Analysis of the Cross-Correlation Properties of Signals with Length 2^{n-1} and 3^{n-1} , Possessing Ideal Periodic Autocorrelation Function: A key role for the present wireless communications play the families of signals, possessing so named optimal correlation properties. With regard in the paper results of a survey of the cross-correlation properties of phase manipulated signals with length $2n-1$ and $3n-1$, possessing ideal periodic auto-correlation function (PACF), are presented. These results could be used in the process of developing of new wireless communication systems, providing ultra high rate of information transmission.

Key words: phase manipulated signals, signals with optimal correlation properties.

ВЪВЕДЕНИЕ

За съвременните безжични комуникационни системи изключително важна роля имат корелационните свойства на използваните сигнали, тъй като те осигуряват едновременен достъп на потребителите до ресурсите на системите. Тази ситуация обуславя изключителния интерес към проблема за синтез на фамилии, състоящи се от сигнали, които притежават едновременно идеална периодична автокорелационна функция (ПАКФ) с формата на делта импулс и нулева периодична взаимно – корелационна функция (ПВКФ) между всички двойки от сигнали във фамилията [1], [2], [3], [4], [5]. Установените чрез теоретичен анализ ограничения показват [1], [2], [3], [4], [5], [6], че само фамилиите от комплементарни сигнали, наричани още сигнали на Голай, притежават посочените корелационни свойства. Тези фамилии от сигнали се реализират практически само чрез едновременно използване на поне два типа модулация (например честотна и фазова, поляризациянна и фазова и т.н.), което е съпроводено със съществено усложняване на използваната апаратура. По тази причина в момента се извършват интензивни изследвания, целящи откриването на фамилии от фазово манипулирани (ФМ) сигнали, при които максималното ниво на ПАКФ (без централния лист) и ПВКФ са възможно най-малки, а сложността на фазовата манипулация е приемлива от икономическа гледна точка [1], [2], [3], [4], [5]. Отчитайки теоретичните ограничения, зададения вид на фазовата манипулация и дължината на сигналите N , посоченият проблем се свежда до намирането на множество (фамилия) $\Phi(K, N, C)$, съдържащо максимално възможния брой K от ФМ сигнали, така че максималното относително ниво на листата на ПАКФ (без централния лист) и ПВКФ да не превишава величината [1], [2], [3], [4], [5]:

$$C = \alpha\sqrt{N} \quad (1)$$

Тук α е коефициент, а дължината N показва количеството на елементарните фазови импулси (чипове), съдържащи се във всеки сигнал от фамилията.

Следва да се отбележи, че посоченият проблем в много случаи не може да се реши на базата само на теоретични анализи [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Предвид на това в настоящия доклад се представят резултатите от изчерпателно изследване с помощта на компютри на корелационните свойства на ФМ сигнали с идеална ПАКФ, чиято дължина е от вида $N = 2^n - 1$ и $N = 3^n - 1$, а началната фаза приема само 2, респективно 3, различни стойности. Предвид на изложеното по – горе, резултатите от изследването могат да се използват в процеса на разработване на нови безжични комуникационни системи, осигуряващи свръхвисока скорост на предаване на информацията.

Статистически анализ на взаимно-корелационните свойства на сигнали с дължина от вида 2^{n-1} и 3^{n-1} , притежаващи идеална периодична автокорелационна функция

ФМ сигналите, формирани на базата на линейни рекурентни последователности (ЛРП) с максимална дължина (maximal length sequences), наричани кратко М – последователности (M-sequences), са открити в началото на 50-те години на миналия век [3], [7], [8].

ЛРП намират широко приложение в редица области, особено при защита на данните от несанкциониран достъп [9], [10]. По-конкретно, значението на ЛРП за комуникационните системи произтича от факта, че на тяхна база се формират периодични ФМ сигнали с близка до идеалната ПАКФ, наричани кратко М-последователности. Това се постига като комплексните обвивачи на елементарните фазови импулси (чипове) на ФМ сигналите се формират по следното правило за кодиране:

$$\zeta(i) = \exp\left[j \frac{2\pi d}{p} u(i)\right], \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1, \dots \quad (2)$$

Тук $1 \leq l < p$ е произволно просто число, а a са елементи на ЛРП с максимален период.

ПАКФ на М-последователностите имат странични листа с постоянно относително ниво -1. Математически това се описва с равенството:

$$P_{\zeta\zeta}(r) = \sum_{i=0}^{N-1} \zeta(i) \cdot \zeta^*(i+r) = \begin{cases} N, & r = 0, \\ -1, & r \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

В (3) $P_{\zeta\zeta}(r)$ е ПАКФ на М-последователността (2) с дължина (период)

$N = p^n - 1$, r е отместването във времето, символът “ $\langle \rangle$ ” означава “сума по модул p ”, символът “ $*$ ” – “комплексно спрягане”.

Ако се избере $p = 2$, тогава комплексните обвивачи на елементарните фазови импулси на М-последователностите, съгласно (2), могат да бъдат само -1 и +1. Това означава, че в този случай М-последователностите могат да се формират много просто чрез бинарна фазова манипулация (binary phase shift keying-BPSK), при която стойностите на началната фаза на елементарните фазови импулси е 0 или π радиана.

Предвид на големия контраст между централния и страничните листа на ПАКФ и удобството на техническата реализация, бинарните (двоичните) М-последователности започват да се прилагат в инженерната практика още в началото на 50-те години на миналия век. Все пак обстоятелството, че страничните листа на ПАКФ на разглежданите бинарни М-последователностите не е 0, създава определени проблеми при разграничаването (разделянето) в приемника на няколко припокриващи се по време сигнала с различна енергия. Поради този негативен ефект вероятно в края на 50-те години на миналия век е бил разработен метод [8] за корекция на кодовата последователност, така че страничните листа на ПАКФ на коригираната М-последователност изчезват (стават 0). Аналогично, в [11] е обоснован метод за коригиране на М-последователностите при $p = 3$.

Предвид на възможността за трансформиране на М-последователностите във ФМ сигнали с идеална ПАКФ, в [12] е обоснован следният общ алгоритъм.

Алгоритъм за синтез на системи от сигнали с оптимални корелационни свойства

Първо, от справочници (например [4], [6], [7]) се избират примитивни неразложими полиноми над $GF(p)$ като на p се дават стойности

$n = n_0, n_0 + 1, \dots, n_{\max}$. Тук n_0 се определя от необходимата минимална шумозащитеност на комуникационната система [4], а n_{\max} се ограничава от максималната дължина на ФМ сигналите, която може да се използват практически със съвременните технологии.

Второ, предвид на еднозначно обратимото съответствие между характеристичния полином на дадена ЛРП и нейното линейно рекурентно уравнение (ЛРУ), от всеки избран на предходната стъпка примитивен неразложим полином се получава ЛРУ, чрез което се изчисляват елементарните фазови импулси на М-последователностите при всяка от стойностите на n .

Трето, изчисленията на предходната стъпка М-последователности се децимират като се използват съответните децимационни коефициенти и така за всяка стойност на n се формира по едно множество $U(Nt, N)$ от децимирани М-последователности.

Четвърто, М-последователностите (ФМ сигналите) от множествата $U(Nt, N)$ се коригират, съгласно методите от [8] и [9], в резултат на което страничните листа на ПАКФ на М-последователностите от множествата $U(Nt, N)$ изчезват (стават 0).

Пето, с помощта на компютри се изчисляват ПВКФ на всички възможни двойки коригирани М-последователности от множествата $U(Nt, N)$. На тази база се отстранява минимално възможното количество коригирани М-последователности от множествата $U(Nt, N)$, така че останалите М-последователности да представляват системи (семейства) $\Phi(K, N, C)$, съдържащи максимално възможния брой K от ФМ сигнали, при което максималното относително ниво на листата на ПВКФ да не превишава величината (1).

Този алгоритъм беше използван за изчерпателно изследване с помощта на компютри на корелационните свойства на ФМ сигнали с идеална ПАКФ, представляващи коригирани М-последователности при $p=2$ и $p=3$, чиято дължина е от вида $N=2^n-1$ и $N=3^n-1$, а началната фаза приема само 2, респективно 3, различни стойности. Използвана е програмната среда Matlab и са анализирани всички ФМ сигнали с идеална ПАКФ с дължина $N < 1000000$, като по този начин са обхванати всички възможни случаи, представляващи практически интерес на сегашния етап от развитието на радиокомуникационните технологии. Получените резултати са представени в таблици 1 и 2 като са използвани следните означения:

- N_t е броят на възможните децимационни коефициенти (в [7] е доказано, че децимационни коефициенти могат да бъдат всички положителни цели числа, които са по-малки от N и са взаимно прости с N);

- $\min C_{s(t),s(dt)}(\tau)$ е минималната стойност на ПВКФ, която може да бъде достигната с някой от децимационните коефициенти d ;

- $\max C_{s(t),s(dt)}(\tau)$ е максималната стойност на ПВКФ, която може да бъде достигната с някой от децимационните коефициенти d ;

- $f(\sqrt{N})$ е представяне на съответната стойност (максимална или минимална) на ПВКФ като функция на \sqrt{N} ;

- K е размерът на пълното семейство от ФМ сигнали с идеална ПАКФ, при които максималното ниво на ПВКФ на всички възможни двойки от сигнали заема стойности в диапазона $\min C_{s(t),s(dt)}(\tau) \div \max C_{s(t),s(dt)}(\tau)$.

Таблица 1. Изследване на ПВКФ на всички възможни двойки от ФМ сигнали с идеална ПАКФ при $\rho=2$

n	N	min $C_{s(t),s(dt)}(\tau)$	$f(\sqrt{N})$	max $C_{s(t),s(dt)}(\tau)$	$f(\sqrt{N})$	K
6	63	15.75	$2\sqrt{N-1}$	23.63	$3\sqrt{N-1}$	6
7	127	19.84	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	39.69	$2.5\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	18
8	255	31.88	$2\sqrt{N-1}$	95.63	$6\sqrt{N-1}$	16
9	511	31.94	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	111.78	$3.5\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	48
10	1023	63.94	$2\sqrt{N-1}$	383.63	$12\sqrt{N-1}$	60
11	2047	63.97	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	287.86	$4.5\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	176
12	4095	63.97	$2\sqrt{N-1}$	1407.66	$22\sqrt{N-1}$	144
13	8191	127.98	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	703.91	$5.5\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	630
14	16383	255.98	$2\sqrt{N-1}$	5631.66	$44\sqrt{N-1}$	756
15	32767	255.99	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	4927.85	$19.25\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	1800
16	65535	511.99	$2\sqrt{N-1}$	22015.66	$86\sqrt{N-1}$	2048
17	131071	512.00	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	5951.96	$11.625\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	7710
18	262143	1024.00	$2\sqrt{N-1}$	87551.67	$171\sqrt{N-1}$	*
19	524287	1024.00	$\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	13183.98	$12.875\sqrt{2 \cdot (N-1)}$	*

Таблица 2. Изследване на ПВКФ на всички възможни двойки от ФМ сигнали с идеална ПАКФ при $\rho=3$

n	N	min $C_{s(t),s(dt)}(\tau)$	$f(\sqrt{N})$	max $C_{s(t),s(dt)}(\tau)$	$f(\sqrt{N})$	K
2	8	5.33	$1.89\sqrt{N-1}$	5.33	$1.89\sqrt{N-1}$	3
3	26	8.67	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	8.67	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	4
4	80	17.78	$2\sqrt{N-1}$	44.44	$5\sqrt{N-1}$	8
5	242	26.89	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	62.74	$2.33\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	22
6	728	53.93	$2\sqrt{N-1}$	377.48	$14\sqrt{N-1}$	49
7	2186	80.96	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	269.88	$3.33\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	157
8	6560	161.98	$2\sqrt{N-1}$	3310.50	$41\sqrt{N-1}$	320
9	19682	242.99	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	1862.91	$7.66\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	*
10	59048	485.99	$2\sqrt{N-1}$	29645.50	$122\sqrt{N-1}$	*
11	177146	728.00	$\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	9638.95	$13.22\sqrt{3 \cdot (N-1)}$	*
12	531440	1459.00	$2\sqrt{N-1}$	266084.50	$365\sqrt{N-1}$	*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящия доклад са представени резултатите от изчерпателно изследване с помощта на компютри на корелационните свойства на ФМ сигнали с идеална ПАКФ, представляващи коригирани М-последователности при $p=2$ и $p=3$, чиято дължина е от вида $N=2^n-1$ и $N=3^n-1$, а началната фаза приема само 2, респективно 3, различни стойности. Използвана е програмната среда Matlab и са анализирани всички ФМ сигнали с идеална ПАКФ с дължина $N < 1000000$, като по този начин са обхванати всички възможни случаи, представляващи практически интерес на сегашния етап от развитието на радио комуникационните технологии.

В резултат на изследването са получени системи (семейства) от ФМ сигнали с оптимални корелационни свойства, които могат да се използват в процеса на разработване на нови безжични комуникационни системи, осигуряващи свръхвисока скорост на предаване на информацията.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Holma H., A. Toskala, LTE for UMTS - OFDM and SC - FDMA Based Radio Access, Chichester, UK, John Wiley & Sons Ltd, 2009.- 452 pp.

[2] Zhelev S., O. Fetfov, Advantages of ultra wide band technology in reconnaissance work, 3rd International Conference, Military Technical Faculty of National Defence University, Budapest, 2005

[3] Желев С., Спътникови комуникации, Университетско издателство "Еп. К. Преславски", Шумен, 2012, ISBN978-954-577-619-9

[4] Варакин Л. Е., Системы связи с шумоподобными сигналами - М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.

[5] Benedetto J. J., J. J. Donatelli, Ambiguity function and frame-theoretic properties of periodic zero-autocorrelation waveforms, IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing, vol.1, No.1, pp. 6-20, June 2007.

[6] Hellesteth T, P. V. Kumar, Sequences with low correlation, Chapter in: Handbook in Coding Theory. (Eds. V.S. Pless and W.C. Huffman), Elsevier 1998.

[7]. Zierler N., Linear recurring sequences, J. Soc. Ind. Appl. Math., 7 (1959), №1, pp. 31 – 48

[8] Bedzhev B. Y., Zh. N. Tasheva, B. P. Stoyanov, The Method for Synthesis of Perfect Two-Dimensional Arrays, Bergel House Inc., USA, Journal of Automation and Information Science, vol. 38, № 10, 2006, pp. 56 – 62

[9] Станев С., С. Железов, Т. Великова, М. Иванова, За ефективността на стеганографските програми, Сборник трудове на национална конференция с международно участие „40 години Шуменски университет“, ФМИ, Шумен, 2011

[10] Станев С., И. Якимов, С. Железов, Реализация на паралелен стеганализ с клъстерна система, Международна научна конференция "Съвременни методи и технологии в научните изследвания", Варна, 2012 (под печат)

[11] Беджев Б., С. Йорданов, Метод за синтез на сигнали с дължина от вида $3n-1$, притежаващи идеална периодична автокорелационна функция, Международна научна конференция на РУ „А. Кънчев“, Русе, 26-27.10.2012 (под печат)

[12] Беджев Б., С. Йорданов, Алгоритъм за синтез на системи от сигнали с оптимални корелационни свойства, Международна научна конференция на РУ „А. Кънчев“, Русе, 26-27.10.2012 (под печат)

За контакти:

инж. Стоян Събков Йорданов, докторант в Катедра "Телекомуникации", Русенски университет "Ангел Кънчев", E-mail: stoyan.yordanov1000@abv.bg

Докладът е рецензиран.