

## Моделиране на процеса за намаляване на влажността на твърдите отпадъци при преработка на маниока по метода на пресоване с напречен филтър

Чан Куок Хоан, Христо Белоев

*Modelling the process of reducing the moisture of solid waste when processing cassava by the transverse filter pressing method. The paper presents a mathematical model of the process of cassava waste pressing, with the aim to reduce its moisture, using transverse filter. The results from the experiments are presented graphically and some conclusions are drawn about the influence of speed, average pressing coefficient and initial height (thickness) of the pressed layer on the maximum pressure.*

**Key words:** cassava; solid waste; moisture; pressing, transverse filter.

### I. ВЪВЕДЕНИЕ

Необходимостта от намаляването на влажността на твърдите остатъци при преработката на маниока е мотивирано обоснована в [1]. Намаляването на влажността на отпадъците по метода на пресоване включва в себе си два основни процеса. Процес на пресоване на насипни материали и процес на филтрация. Двата процеса са взаимно-свързани. Отпадъците от маниока са финни частици с висока влажност и са лесно деформируеми. В тази статия разглеждаме теоретичното моделиране на процеса на отделянето на вода от отпадъците от маниока по метода пресоване с напречен филтър.

### II. МОДЕЛИРАНЕ НА ПРОЦЕСА НА ОТДЕЛЯНЕТО НА ВОДА ОТ ОТПАДЪЦИ ОТ МАНИОКА ПО МЕТОДА ПРЕСОВАНЕ С НАПРЕЧЕН ФИЛТЪР

Разглеждаме процеса на отделяне на водата от отпадъците по метода на пресоване в цилиндър. Схемата на пресоването е представена на фиг.1. Когато буталото 1 се движи надолу - по посоката, показана на фигурата, материалът намиращ се в цилиндъра се притиска и намалява обема си. За математичното моделиране на процеса се приема следното:

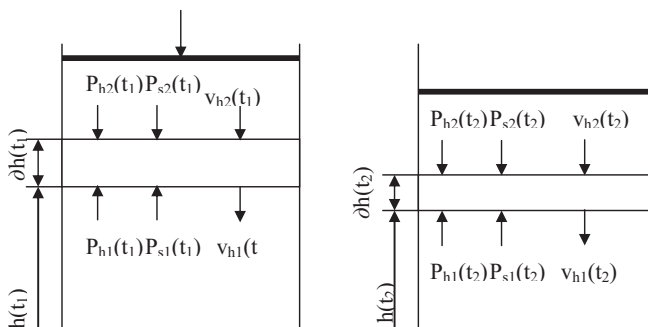
- отпадъците се състоят от 2 фази: твърда фаза - от отпадъците; течна фаза - водата в отпадъчния продукт;
- обемните деформации/несвиваемост на материала/ при двете отделни фази са незначителни и може да се пренебрегнат;
- липсва смесване на слоеве от материала при пресоване.

Процесът на отделяне на водата става по следния начин: Материалът от отпадъчния продукт постъпва в камерата и при процеса на пресоване при движение на буталото обемът на камерата се намалява. Водата изтича през филтровия плат 2, който не позволява твърдата фаза да премине пред него. Твърдата фаза остава над филтъра и по този начин се отнема водата от нея и се постига желания ефект като влажността намалява от 85 % до 40-45 % [1].

Разглеждаме един напречен слой на материала с начална дебелина  $\delta x$  и с начална ордината  $x$ . Тук едновременно се възникват два процеса: Процесът на пресоване и процесът на филтриране.

Първият процес се дължи на повишаване на вътрешното налягане на материала когато буталото се движи. При този процес разгледаният слой от твърдите частици и водата се деформира и намалява обема си. В следствието на това, височината на разгледания слой се намалява и става  $h < x$ . Дебелината на слоя намалява на  $\delta h < \delta x$ .

Разгледаният слой в момента  $t=0$  има началната височината  $x$  и дебелина на слоя  $\delta x$ . В момент  $t=t_1$  и  $t_2$  в следствие на деформацията, той има съответно височина  $h(t_1)$  и  $h(t_2)$ ; и дебелина  $\delta h(t_1)$  и  $\delta h(t_2)$ ;



Фиг.1. Схема на пресоването

Динамиката на пресоването се състави по следните предпоставки:

- запазване на обема на течната фаза;
- запазване на обема на твърдата фаза;
- силово равновесие на всеки слой.

**\* Условие за запазване на водния обем**

Обемът на водата, изтичаща през долното и горното сечение на слоя през време  $\partial t$  ще бъде съответно:

$$\begin{aligned} \partial Q_{h1} &= S * v_{h1} * \partial t; \\ \partial Q_{h2} &= S * v_{h2} * \partial t \end{aligned} \quad ,$$

където  $v_{h1}$  и  $v_{h2}$  са съответно скоростите на филтрация през долното и горното сечение на слоя;

$S$  – напречно сечение на цилиндъра.

Както допуснахме по-горе, общият обем на твърдата и течната фаза се запазва при деформация, намалението на обема на слоя ще бъде равно на обема на водата изтекла от слоя.

$$\partial Q_{h2} - \partial Q_{h1} = S * (v_{h2} - v_{h1}) * \partial t = S * [\partial h(t_2) - \partial h(t_1)]$$

или 
$$v_{h2} - v_{h1} = \frac{\partial h(t_2) - \partial h(t_1)}{\partial t} \quad (1)$$

Делим и двете страни да  $\partial x$  и получаваме уравнението за запазване на обема на водата

$$\frac{v_{h2} - v_{h1}}{\partial x} = \frac{\partial h(t_2) - \partial h(t_1)}{\partial x \cdot \partial t}$$

или 
$$\frac{\partial v_h}{\partial x} = \frac{\partial^2 h}{\partial x \cdot \partial t} \quad (2)$$

Това уравнение показва, че градиентът на скоростта на твърдата фаза по оста на деформирането е равен на скоростта на изменението на дебелината на слоя.

**\* Условие за запазване на обема на твърдата фаза**

Преди деформирането в момент  $t=0$ , обемът на твърдата фаза на слоя се определя по обема на слоя и коефициента на уплътнение (виж формула 1) и се изчислява по уравнението

$$\partial Q_s = \frac{S \cdot \partial x}{\beta_0}; \quad (3)$$

където  $\beta_0$  е коефициентът на уплътнение на твърдата фаза преди деформиране.

В момента  $t$  обемът на твърдата фаза на слоя се изчислява по уравнение

$$\partial Q_s = \frac{S \cdot \partial h}{\beta}$$

От условието за обемна недеформируемост на твърдата фаза

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\beta}{\beta_0} \quad (4)$$

Това означава, че височина на слоя зависи само от коефициента на уплътнение.

**\* Уравнения за силово равновесие**

За да се деформира слоя, необходимо е да се подложи едновременно на две усилия – усилие за деформиране на твърдата фаза и усилие за осъществяване на филтрация (за да изтича вода през слоевете).

Общото налягането за пресоване на едно сечение от отпадъци ще бъде

$$P = P_s + P_h$$

От условието за силово равновесие, общото налягане на горното и долното сечения на всеки слой трябва да бъдат равни

$$P = P_{s1} + P_{h1} = P_{s2} + P_{h2}$$

от това

$$P_{h2} - P_{h1} = P_{s1} - P_{s2} \quad (5)$$

където  $P_s$  е налягането на деформация на твърда фаза;

$P_h$  - налягане на течната фаза.

Индекс (1) (2) са съответно за долното и горното сечение на слоя.

Това уравнение показва, че с намаляване на интензивността на филтрация ще се увеличава налягането на деформация на твърда фаза. т.е повишава деформацията на слоя.

От теорията за филтрация [3]

$$P_{h2} - P_{h1} = \mu \eta_s(\beta) \cdot v_h \cdot \partial h$$

Като отчитаме уравнение 13, имаме

$$P_{s1} - P_{s2} = \mu \eta_s(\beta) \cdot v_h \cdot \partial h$$

$$\partial P_s = -\mu \eta_s(\beta) \cdot v_h \cdot \partial h$$

или

$$\frac{\partial P_s}{\partial h} = -\mu \eta_s(\beta) \cdot v_h \quad (6)$$

където  $\mu$  е коефициентът на вискозитета на водата;

$\eta_s(\beta)$  - коефициент на съпротивление на филтрацията на отпадъците от маонока, зависещ от коефициента на уплътнение на материала.

Уравнение 6 показва, че скоростта на течната фаза зависи само от градиента на налягането на деформацията на твърдата фаза.

Заместваме (4) в (6) и получаваме

$$\frac{\partial P_s}{\partial x} = -\frac{\mu \eta_s(\beta) \cdot \beta \cdot v_h}{\beta_0}$$

оттук определяме скоростта на филтрацията

$$v_h = -\frac{\beta_0}{\mu \eta_s(\beta) \cdot \beta} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial x} \quad (7)$$

Горното уравнение има два компонента  $P_s$  и  $\eta_s$  зависещи от коефициента на уплътнение  $\beta$ .

От зависимостта за коефициента на уплътнение от натисковото налягане на насипни материали [2]

$$P_s = P_0 e^{\frac{\beta_0 - \beta}{\psi}}$$

Диференцираме по променливата  $x$  и получаваме

$$\frac{\partial P_s}{\partial x} = -\frac{1}{\psi} P_0 e^{\frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x} \quad (8)$$

Коефициентът на съпротивление на филтрацията зависи от коефициента за уплътнение и се изчислява по коефициента на уплътнение

$$\eta_s = \frac{\eta_0}{\beta} \cdot e^{-\beta/k_\eta} \quad (9)$$

Заместваме уравнения(8 и 9) в уравнение(7) и получаваме

$$v_h = \frac{P_0 \beta_0}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x} \quad (10)$$

Диференцираме двете страни на това уравнение и получаваме

$$\frac{\partial v_h}{\partial x} = \frac{P_0 \beta_0}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} \cdot e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \left[ \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\psi} \right) \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right] \quad (11)$$

Заместваме уравнение(11) в (2) и получаваме

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \cdot \partial t} = \frac{\partial v_h}{\partial x} = \frac{P_0 \beta_0}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} \cdot e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \left[ \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\psi} \right) \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right]$$

От друга страна от уравнение (8) и (4) имаме

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\beta}{\beta_0} \quad (12)$$

Диференцираме двете страни по време t и получаваме:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \cdot \partial t} = \frac{1}{\beta_0} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (13)$$

Заместваме уравнение (13) в (11) и получаваме окончателното частно диференциално уравнение:

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{P_0 \beta_0^2}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} \cdot e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \left[ \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\psi} \right) \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right] \quad (14)$$

Това уравнение с поставеното гранично условие може да се реши с подходящ числен метод. Крайният резултат ще бъде изменението на налягането  $\beta$  в зависимост от началната ордината  $x$  (началната височина) и времето  $t$ .

Текуща височина  $h(t)$ , налягането  $P_s$   $\beta(t,x)$  и влажността  $W(t,x)$  може да се определят по уравнения 12 и 8

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\beta_0 - \psi \ln \frac{P_s}{P_0}}{\beta_0}; \quad P_s = P_0 e^{\frac{\beta_0 - \beta}{\psi}}; \quad W = \frac{(\beta - 1)\rho_h}{\rho_s + (\beta - 1)\rho_h} \quad (15)$$

където  $\rho_h$  и  $\rho_s$  са съответно плътността на течната и на твърдата фаза.

**\* Граничните условия.**

- Начално условие  $t=0$ : при  $t=0$  материала още не се деформира затова

$$\beta = \beta_0 \quad (16)$$

Гранично условие:

При  $x=0$  скоростта на филтриране  $v_h = v_p$ , където  $v_p$  е скоростта на буталото

$$v_p = \frac{P_0 \beta_0}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

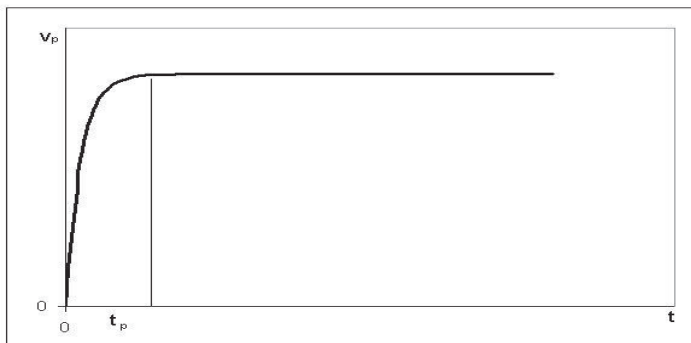
и тогава градиентът на коефициента на уплътнение е:

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{v_p \cdot \psi \cdot \mu \cdot \eta_0}{P_0 \beta_0 \cdot e^{\beta/k_\eta + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}}} \quad (17)$$

Обаче, тук има противоречие: в началния момент на пресоване за всички точки на материала налягането на пресата  $\beta = \beta_0$  и за това  $\frac{\partial \beta}{\partial x} = 0$ .

Това означава, че ние не можем да деформираме материала скокообразно от нула до  $v_p$ . За да се избегне това противоречие, ние ще дефинираме така че в мо-

мента  $t=0$  скоростта на буталото  $v_p = 0$ . В уравнение (17),  $\frac{\partial \beta}{\partial x} = 0$  не противоречи граничното условие при  $t = 0$ . Изменението на скоростта на буталото е показано на фиг.2.



Фиг.2. Изменение на скоростта на пресоване

Процесът на повишаването на скоростта на буталото има един преходен период  $t_p$ . При малка стойност на  $t_p$ , процесът на пресоване почти не се влияе от този период. Стойността на  $t_p$  се избира така, че да запазва сходимостта и постоянни стойности при изчисление на компютъра.

За тази цел ние избираме изчисляването на скоростта на пресоване по формулата:

$$v_p(t) = v_p(1 - e^{-at})$$

Стойността на  $a$  е във интервала 1-2. При това разликата между  $v_p(t)$  спрямо  $v_p$  след  $3s$  е под  $0,1\%$ . При времето на пресоване в порядъка  $200-500 s$ , тази грешка е незначителна и не влияе върху резултата на изчислението.

- При  $x=x_{hmax}$

Поради това, че няма изтичане през горното сечение на материала скоростта на филтриране ще бъде равна на нула. От уравнение 16 имаме

$$v_h(t, x = h_{max}) = \frac{P_0 \beta_0}{\psi \cdot \mu \cdot \eta_0} e^{\beta_i k_{\eta} + \frac{\beta_0 - \beta}{\psi}} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

от там 
$$\frac{\partial \beta_x}{\partial x}(t, x = h_{max}) = 0 \quad (18)$$

### III. РЕЗУЛТАТ ОТ ЦИФРОВТО МОДЕЛИРАНЕ

Уравнение (14) с крайни условия (16), (17), (18) може да се реши по числен метод.

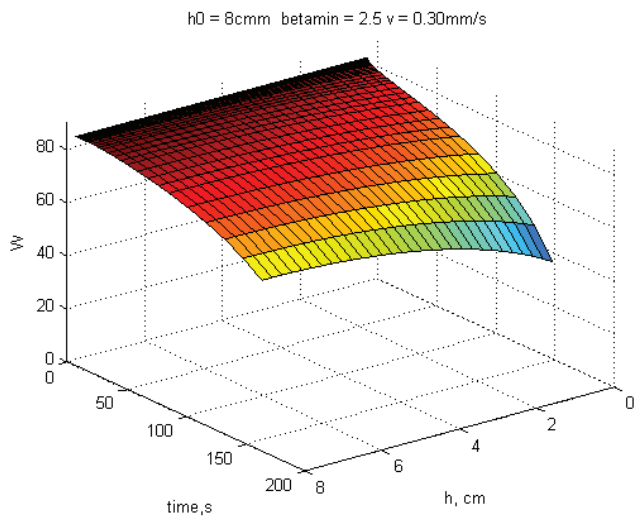
Частните диференциали  $\frac{\partial \beta}{\partial x}$  и  $\frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2}$  може да се апроксимират по метода на крайни диференциали

$$\frac{\partial \beta}{\partial x}(x = i * h) = \frac{\beta_{i+1} - \beta_{i-1}}{2h} \quad \text{и}$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2}(x = i * h) = \frac{\beta_{i+1} - 2 \cdot \beta_i + \beta_{i-1}}{h^2}$$

Тогава уравнение (14) ще стане система от обикновени уравнения спрямо времето  $t$ .

Резултатът от моделирането е показан на фиг.3, отчитайки влажността на материала в зависимост от времето времето и дебелината на слоя.

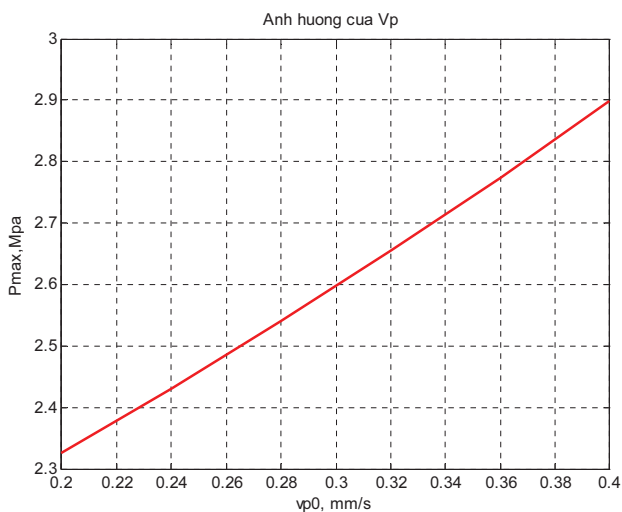


**Фиг.3. Изменението на влажността на опадащите от маниока по височината на цилиндъра и в зависимост от времето на пресоване**

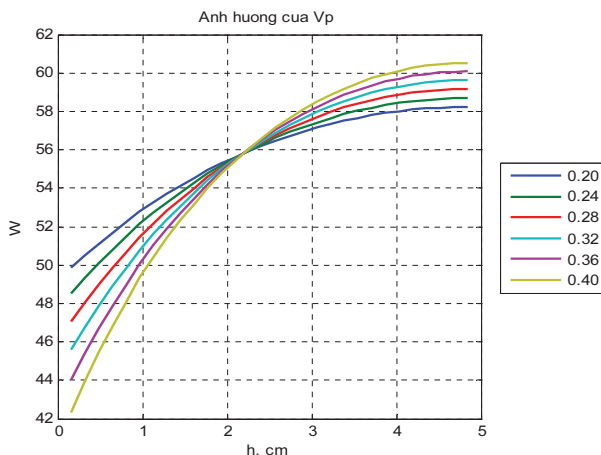
От фигурата се вижда, че има разлика между разпределението на влажността в горния ( $x=h$ ) и долния ( $x=0$ ) слой на пресования материал. В горния слой, влажността се намалява по-бавно отколкото в долния слой и оттам по височината на пресования материал влажността в долното сечение е по-малка от тази на горното сечение.

Чрез модела ние можем да изследваме влиянието на входните фактори като височината на пресования слой, скоростта на пресоване, средния краен коефициент на пресоване върху налягането на пресоването. Резултатите са показани на фиг.4, 5, 6, 7, 8 и 9.

*а) Влияние на скоростта на пресоването*



**Фиг.4. Влияние на скоростта на пресоването върху максималното налягане**

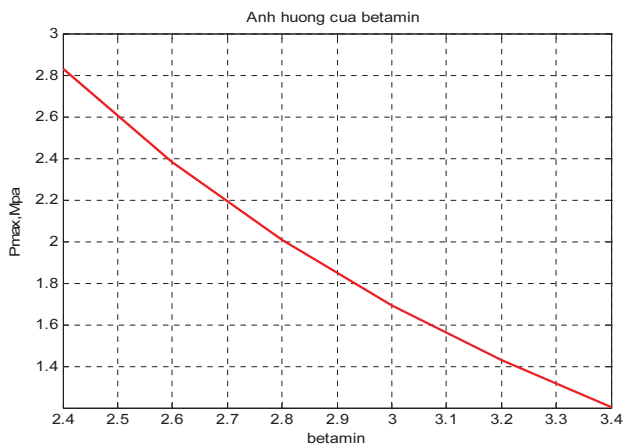


**Фиг.5. Разпределение на влажността на материала по височината на цилиндъра при различна скорост на пресоване**

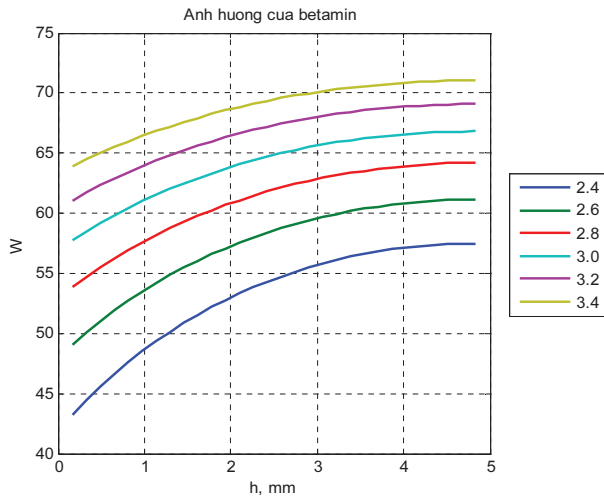
При еднаква крайна средна влажност на материала, максималното налягане (в края на процеса на пресоването) се изменя почти пропорционално на скоростта на пресоването. Освен това при повишаване на скоростта на пресоването ще се увеличава разликата на влажността между горния и долния слой.

На фиг.6 и 7 са представени влиянието на средната крайна влажност на материала върху крайното налягане на пресоване. При повишаване на влажността, налягането на пресоване се намалява по експоненциален закон, т.е при по-малка влажност скоростта на повишаване на налягането е по-висока от тази при високата влажност. Освен това разпределението на влажността в пресования материал също е по стръмна крива.

*а) Влиянието на крайния среден коефициент на пресоване*

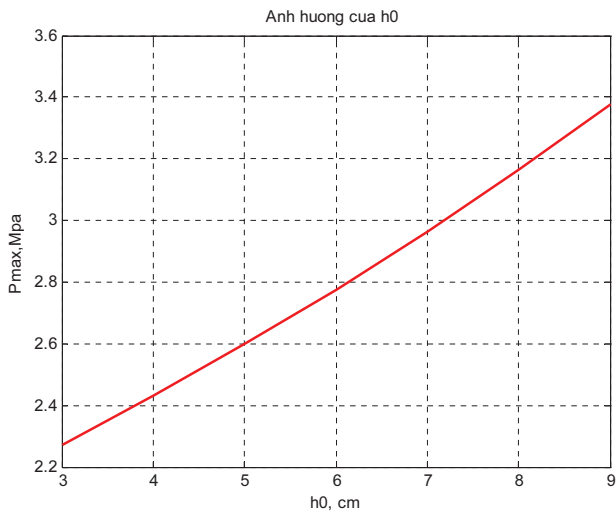


**Фиг. 6. Влияние на средния краен коефициент на пресоването върху максималното налягане**



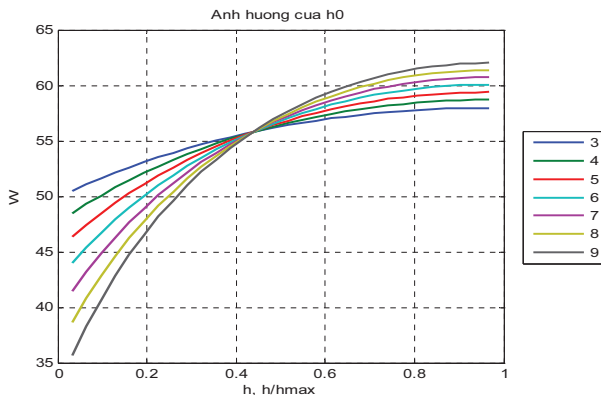
**Фиг.7. Разпределение на влажността на материала по височината на цилиндъра при различен краен коефициент на пресоване**

**б) Влияние на началната височина на слоя на материала**



**Фиг.8. Влияние на височината на слоя на материала върху максималното налягане**





**Фиг.9. Разпределение на влажността на материала по височината на цилиндъра при различни дебелини на слоя на пресования материал**

По характера влиянието на началната височината на материала върху крайното налягане е почти еднакво при скоростта на пресоване. При по-задълбочено изследване се вижда, че крайното налягане зависи само от произведението  $v \cdot h$ , т.е при  $v \cdot h = \text{const}$  и непроменяема крайна влажност, максималното налягане е едно и също.

При това обстоятелство, за да се увеличи производителността на апарата/машината/, трябва да се намали дебелината на пресования слой. Това предполага машината за намаляване на влажността на отпадъците от маниока да се състои от по-голям брой камери. За интензифициране на процеса той трябва да е непрекъснат. Необходима е обаче да се преценят и оптимизират разходите при конструирането на апарата.

#### IV. ИЗВОДИ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Процесът на намаляване на влажността на отпадъците от преработка на маниока /отделянето на вода/ по метода на пресоване с напречен филтър се описва с частното диференциално уравнение 17 и с крайните уравнения 16 и 18.

2. Чрез математично моделиране може да се изследва влиянието на скоростта, средния коефициент на пресоване и началната височина/дебелина/ на пресования слой върху максималното налягане на пресоване.

3. Тези резултати могат да се използват за проектиране на апарата/машината/ за намаляване на влажността на твърдите остатъци от маниока.

#### ЛИТЕРАТУРА:

[1]. Белолев Хр., Чан Куок Хоан, Дау Тхе Нху. Принцип и устройство на машина за намаляване влажността на твърдите отпадъци при преработка на маниока. Научни трудове на Русенски университет „Ангел Кънчев“, том 51, серия 1.1, Русе, 2012, ISSN 1311 – 3321, с.18 – 22.

[2]. Nguyễn Minh Tuyền, Lâm Trần Vũ, Đậu Thế Nhu. Mô tả quá trình ép lọc bã sắn bằng mô hình vật lý /Изследване процеса на пресова филтрация на отпадъци от маниока по метода на подобие/. Tạp chí Hóa học/Journal of Chemistry/, T. 42 (2), 2004. số ISSN: 0866-7144, p. 145 – 147.

[3]. Lâm Trần Vũ; Đậu Thế Nhu; Nguyễn Minh Tuyền. Tối ưu hóa quá trình lọc ép bã thải sắn/ Оптимация на процес на пресова филтрация на отпадъци от маниока/. Tạp chí Hóa học/Journal of Chemistry/, T. 42 (1)/2004, số ISSN: 0866-7144, p. 34 – 38.

[4]. Walter Gosele, Christian Alt. Filtration. [http://www.ptl.ethz.ch/education/practica5/Filtration\\_Ullmanns\\_Eng.pdf](http://www.ptl.ethz.ch/education/practica5/Filtration_Ullmanns_Eng.pdf).

[5]. Vietnam cassava yearbook 2011 and outlook 2012, Information Center for Agricultural and Rural Development, Hanoi - 2012 . p. 8 -12.

**За контакти:**

проф. д-р Христо Белоев, Катедра “Земеделска техника”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел.: 082-888 553, e-mail: hbeloiev@uni-ruse.bg

Инж. Чан Куок Хоан, гр. Вин, Виетнам, фирма INTIMEX, тел: (+844) 902864999, e-mail: intimexquochoan@gmail.com

**Докладът е рецензиран.**