

## Моделиране, изследване и оптимизиране на ролков стенд за измерване на спирачна ефективност

### Част II. Параметрична оптимизация

Юлиян Ангелов

**Modeling, investigation and optimization of roller test stand for measurement of brake efficiency, Part II: Parametric optimization:** A simulation model is developed for multicriteria parametric optimization. Quality criteria are formulated. An optimization procedure determining the unique Pareto optimal solution by means of direct approach and a compromising scheme based on the concept of the "utopical" point in the criteria space are utilized for approximately solving the formulated problem. Salukvadze's optimum of the problem is obtained as a compromise solution.

**Keywords:** roller brake test stand, simulation model, multicriteria parametric optimization, Salukvadze's optimum.

#### ВЪВЕДЕНИЕ

При проектирането на нови и усъвършенстването на съществуващи технически обекти са винаги актуални задачите за оптималното състояние на конструкциите им в определен аспект. Най-често това е свързано с определянето на оптимални стойности на геометрични, кинематични, динамични, експлоатационни и др. параметри, които да удовлетворяват определени технологични, икономически, надеждности и др. показатели, формиращи поставени целеви функции или критерии. Като правило различни частни критерии са противоречиви и това предопределя използването на многокритериален подход при оптимално проектиране [2, 4, 7].

Характерна особеност на многокритериалната (векторна) оптимизация е липсата на единствено оптимално решение. Главната цел при решаването на задачата е да се намери множество от решения удовлетворяващи принципа на Вилфредо Парето за съгласувана оптималност и различаващи се съществено едно от друго, без да се смесват различните критерии. Изборът на еднозначно решение измежду голям брой варианти в Парето-множеството е свързано с въвеждане на евристични съображения и използването на различни процедури за обосноваване съкращаване и ранжиране на Парето решенията [1; 5].

Съществуващите методи за решаване на оптимизационни задачи са много разнообразни, като най-добре пригоден към спецификата на задачите за многокритериално проектиране е разработеният в [2, 7] универсален метод PSI (Parameter Space Investigation).

Установената в част I противоречивост на характеристиките от фиг. 5 е предпоставка задачата за оптималност на ролките от изследвания спирачен стенд да се формулира и реши като многокритериална параметрична оптимизационна задача.

#### СИМУЛАЦИОНЕН МОДЕЛ

Оптимизационната задача се реализира чрез провеждането на числени експерименти, в основата на които е симулационен модел, съдържащ параметрично управляем математичен модел на изследвания обект, дефинирано пространство на параметрите в което се търси решението и пространство на критериите за качество, за които се търсят екстремалните стойности.

#### Математичен модел

Моделирането се извършва за условията на проведените в част I на разработката изследвания, а математичният модел (1) съдържа установените там зависимости

$$\begin{aligned}
 N &= G (r_r + r_a) / (4 (r_r + r_a)^2 - e_r^2)^{1/2}, \\
 T &\leq \mu_0 N, F = (N^2 + T^2)^{1/2}, \alpha = \arctg (T / N), \\
 (1) \quad \max p &= 8 N L / [\pi D^3 (1 - d^4 / D^4)], \\
 \max w &= 4 N L^3 / 3 \pi E D^4 (1 - d^4 / D^4), \\
 m_r &= \pi \rho L (D^2 - d^2) / 4.
 \end{aligned}$$

За управляващи параметри  $\mathbf{u}$  на модела са избрани размерите на напречното сечение на ролката  $D$ ,  $d$  и  $\delta$ , като на база аналитичната връзка  $D = d + 2\delta$ , за изчисляем е определен вътрешния диаметър  $d$ .

Всички останали параметри  $G$ ,  $L$ ,  $\rho$ ,  $E$ ,  $r_a$ ,  $e_r$  и  $\mu_0$  формират неуправляемия параметричен вектор  $\mathbf{q} \in \mathbf{Q}$ .

В рамките на оптимизационната задача максималните нормални напрежения се трансформират в ограничение от тип неравенство

$$(2) \quad \max p \leq p_{Lim},$$

където  $p_{Lim}$  е допустима стойност на нормалните напрежения.

След въвеждане на интервални ограничения  $[\mathbf{u}^-, \mathbf{u}^+]$  за елементите на параметричния вектор  $\mathbf{u}$ , математичният модел може да се представи обобщено във вида

$$(3) \quad \Psi(\mathbf{u}, \mathbf{q})=0, \mathbf{u} \in \mathbf{U} := \{\mathbf{u} \in \mathbf{E}^3 : \mathbf{u}^- \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^+\}, \mathbf{q} \in \mathbf{Q},$$

#### Критерии за качество

За оценка на качеството на ролките на стенда са приети обезразмерените спрямо характеристиките  $\max w_p$  и  $m_{r,p}$  на прототипа стойности на относителните максимални премествания и относителната маса

$$(4) \quad \phi_1 \equiv m = m_r / m_{r,p}$$

$$(5) \quad \phi_2 \equiv w = \max w / \max w_p$$

С уравнения (4) и (5) векторният критерий за оценка на качеството на изследвания обект се обобщава във вида

$$(6) \quad \Phi(\mathbf{u}) \in \mathbf{K} := \{\phi_1, \phi_2\}$$

#### Оптимизационна задача

С помощта на зависимостите (3) и (6) е формулирана векторна оптимизационна задача

$$(7) \quad \mathbf{u}^0 = \text{opt}_{\mathbf{u}} \{\Phi(\mathbf{u})\}, \Phi(\mathbf{u}) \in \mathbf{K}, \mathbf{u} \in \mathbf{U}, \mathbf{q} \in \mathbf{Q}.$$

където "opt" е оператор за едновременно минимизиране на частните критерии  $\Phi(\mathbf{u})$ , съгласно принципа на В. Парето.

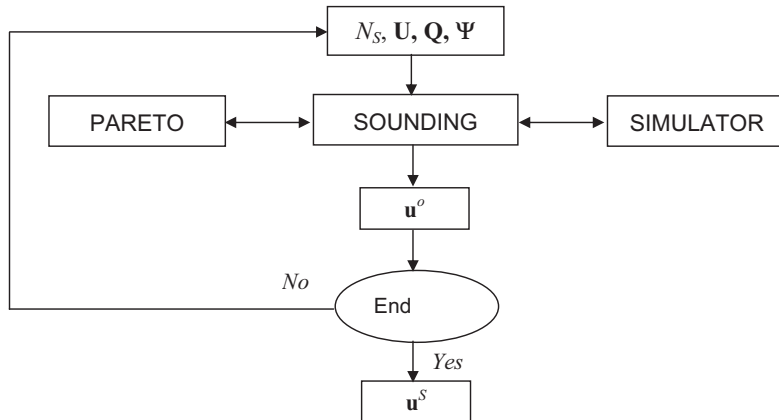
Решението на задача (7) се състои в намирането на такъв допустим управляващ вектор  $\mathbf{u}^0 \in \mathbf{U}$ , който минимизира векторния критерий (6) в приетия по-горе смисъл. В критериалното пространство това решение представлява множество от Парето-оптимални точки, които са несравними помежду си. Изборът на едно компромисно решение изисква скаларизиране на критерия (6) с помощта на избрана компромисна схема.

Възможността за равномерно приближаване на частните критерии към техните идеални стойности е реализирано с предложената в [6] компромисна схема, която се основава на концепцията за "утопична" точка  $\phi^*$  в критериалното пространство. За формулираното (6) критериално пространство  $\mathbf{K}$ , обобщения критерий приема вида

$$(8) \quad \phi^S(\mathbf{u}) = \sum_{v=1}^k w_v (\phi_v^o(\mathbf{u}) - \phi^*)^2, \quad k=2, \quad w_v = 1/2$$

### Изчислителна процедура

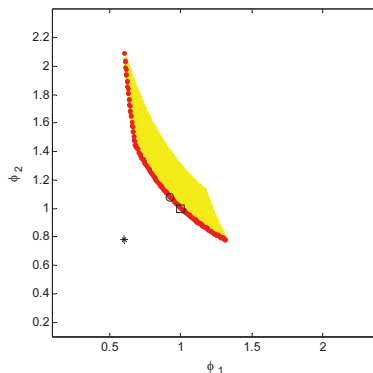
За решаване на оптимизационната задача (7) е използвана изчислителна технология [3], основана на квазиравномерно сондиране на многомерни параметрични области по PSI-метода и селектиране на множество от приблизително неподобряеми решения, удовлетворяващи принципа на Парето съгласно представената на фигура 1 схема на изчислителния процес.



Фиг.1. Схема на изчислителния процес

### Резултати от числен експеримент

Многокритериалната оптимизационна задача е проведен по  $N_S = 4096$  Соболеви пробни точки от дефинираното параметрично пространство  $\mathbf{U}$ .



Фиг.2. Достижимо множество  $\mathbf{K}$ : утопична точка (\*), компромисно решение (O), решение за прототипа ( )

Достижимото множество на решението в  $\mathbf{K}$  е представено на фигура 2. В него е определено е множество от 166 Парето-оптимални точки изобразени с червен цвят на фигурата. Утопичната точка  $\phi^*$  съответства на безкомпромисните минимума

на векторният критерий за оценка на качеството на ролката на стенда (8) е координати ( $\phi^*_1 = 0.5977$ ;  $\phi^*_2 = 0.7805$ ) и е изобразена на фигура 2 със символа (\*).

По обобщеният критерии (8) е определено оптимално решение [ $\mathbf{u}^S$ ,  $\phi^S(\mathbf{u}^S)=0.441$ ], с нива на компромис за частните критерии  $\phi^S_1=0.92252$  и  $\phi^S_2=1.07887$ , показано на фигура 2 със символа (O). Съответстващите стойности на управляващия вектор  $\mathbf{u}^S$  в метри са  $D=0.17995$ ,  $d=0,16891$  и  $\delta=0.00552$ .

На фигура 2 със символа (□) е представено и решението в достижимото множество за параметрите на прототипа на изследвания обект при  $D=0,18$ ,  $d=0,168$  и  $\delta=0,006$  в метри. Тя също принадлежи на Парето множеството, но така е даден приоритет на критерия за минимизиране на максималните относителни премествания. Намереното по критерия (8) оптимално решение осигурява по-добър баланс между частните критерии удовлетворявайки принципа за тяхната равноценност.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приложената компромисна схема за избор на оптимално решение не изчерпва възможностите за следоптимизационен анализ на намереното Парето-множество, но получените от решението на многокритериалната оптимизация резултатите могат да ориентират проектантите на стенда за измерване на спирачната ефективност в качествен аспект и да ги подпомогнат да вземат обосновани решения.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Иванов, И. В., В. Г. Витлиев, П. А. Коев. *Процедура за селектиране на намалено множество от Парето-оптимални решения*. Механика на машините, Т. 13 (55), № 1, 104-105, 2005.
- [2] Соболев И. М., Статников Р. Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. Дрофа, Москва, 2006.
- [3] Чешанков Б., В. Витлиев, П.Коев. *Многокритериален параметричен синтез на механични системи: I. Оптимизационен подход*. Механика на машините, т.8 (32), №4, 97-102, 2000.
- [4] Deb, K. *Innovation: Discovering Innovative Solution Principles Through Optimization*. Springer, Berlin, 2011.
- [5] Mattson, C. A., Mullur, A. A., Messac, A. *Minimal Representation of Multiobjective Design Space Using a Smart Pareto Filter*. 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Paper AIAA 2002-5458, Atlanta (GA), 2002.
- [6] Salukvadze, M. E. *An Approach to the Solution on the Vector Optimization Problem of Dynamic Systems*. Journal of Theory and Applications, 38, 1982.
- [7] Statnikov R., Matusov J.B. *Multicriteria Analysis in Engineering*. Dordrecht / Boston / London, Kluwer Academic Publishers, 2002.

### За контакти:

гл. ас. д-р инж. Юлиан Ангелов, Русенски университет "Ангел Кънчев", катедра Техническа механика, тел. 082-888 572, e-mail: [julian@uni-ruse.bg](mailto:julian@uni-ruse.bg).

### Докладът е рецензиран