

Проектиране на оптимални инверсни равновълнови филтри

Аврам Леви, Снежинка Захариева, Веляна Желязова

Designing optimal inverse equal wave-filters: The paper discusses the design process of inverse Chebyshev filters. Presented are the formulas which can be designed various types of inverse equal wave-filters with arbitrarily given the technical conditions.

Key words: inverse Chebyshev filters, equal wave-filters, designed of inverse filters.

ВЪВЕДЕНИЕ

Равновълнови са филтрите с Чебишева характеристика, т.е. тези, при които филтриращата функция $F(\omega)$ се изразява с полиноми на Чебишев от n – ти ред $T_n(\omega)$. Амплитудно - честотната характеристика (АЧХ) на тези филтри $|W(j\omega)|$ може да се представи във вида:

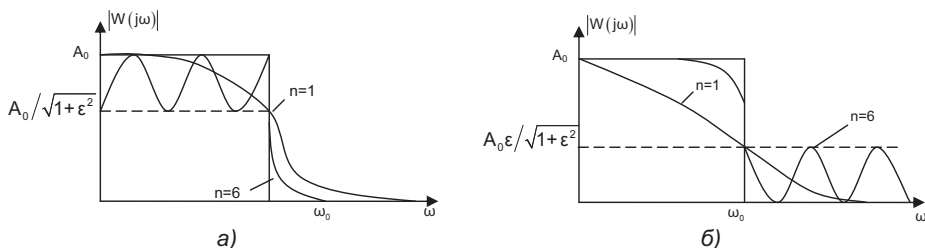
$$|W(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega)}} \quad (1)$$

където: A_0 - номинално (максимално) усилване;

ω - кръгова честота;

ε - коефициент на неравномерност (неидеалност) на филтъра.

В графичен вид амплитудно - честотната характеристика на класическия честотен филтър на Чебишев е показана на фиг.1а. Той има равновълнова характеристика в зоната на прозрачност (зоната на пропускане) и гладка характеристика в зоната на подтискане (зоната на непрозрачност). Понякога обаче е необходимо точно обратното – гладка (плоска) характеристика в зоната на прозрачност и равновълнова характеристика в зоната на подтискането (фиг.1б). В този случай се налага използването на инверсен (обратен) филтър на Чебишев.



Фиг. 1 Амплитудно - честотната характеристика на класически равновълнови филтри на Чебишев

Този вид филтри са по-рядко срещани и затова са сравнително по-слабо застъпени в техническата литература [1]. Проектирането им се задава най-често само в табличен вид, което също предизвиква определени затруднения [2].

ИЗЛОЖЕНИЕ

Настоящото изследване е посветено на оптималното проектиране на инверсни равновълнови филтри.

Най – общо АЧХ на инверсия филтър се определя от съотношението:

$$|W(j\omega)|^2 = A_0^2 - \frac{A_0^2}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(1/\omega)} \quad (2)$$

След решаването на уравнението на Фелдткеллер [3] се получава окончателният резултат за четни (3б) и нечетни (3а) стойности на n в нормализиран вид: $\tilde{p} = p/\omega_0 = j(\omega/\omega_0)$ - нормиран оператор на Лаплас (ω_0 - гранична кръгова честота).

$$W(\tilde{p}) = \begin{cases} \frac{\tilde{p}}{\tilde{p} + \text{sh} w_0} \prod_{k=1}^{(n-1)/2} \frac{[\tilde{p}^2 + \cos^2 \theta_k]}{[\tilde{p}^2 + 2\text{sh} w_0 \sin \theta_k \tilde{p} + (\text{sh}^2 w_0 \sin^2 \theta_k + \text{ch}^2 w_0 \cos^2 \theta_k)]} & (a) \\ \prod_{k=1}^{n/2} \frac{[\tilde{p}^2 + \cos^2 \theta_k]}{[\tilde{p}^2 + 2\text{sh} w_0 \sin \theta_k \tilde{p} + (\text{sh}^2 w_0 \sin^2 \theta_k + \text{ch}^2 w_0 \cos^2 \theta_k)]} & (b) \end{cases} \quad (3)$$

В случая нормализираната предавателна функция на филтъра е изразена във функция на параметрите w_0 и θ_k (за всяка от стойностите на индекса $k=1, 2, 3, \dots$ - цели числа).

$$\begin{cases} w_0 = (1/n) \text{arcsch}(1/\varepsilon) \\ \theta_k = (\pi/2)(2k-1)/n \end{cases} \quad (4)$$

където: n – ред на филтъра /цяло число, съответстващо на индекса на полинома на Чебишев в (2).

При инженерното проектиране обикновено се задават параметрите α_p [dB] и α_s [dB], които изразяват максимално допустимата неравномерност (спада) в зоната на пропушането (при $\omega < \omega_p$) и максимално допустимата неравномерност в зоната на подтискането (при $\omega > \omega_s$), като коефициента на неравномерност се определя от условието: $\varepsilon = \sqrt{10^{|\alpha_p|/10} - 1}$.

Изборът на оптималния ред на филтъра се базира на зависимостта (4), като $K_p = \omega_p / \omega_s$ фиксира коефициента на правоъгълност, в случая:

$$n \geq \frac{\text{arcsch}(1/K_I)}{\text{arcsch}(1/K_p)} \quad , \quad (5)$$

където: $K_I = \left(\sqrt{10^{|\alpha_p|/10} - 1} \right) / \left(\sqrt{10^{|\alpha_s|/10} - 1} \right)$ - коефициент на избираност.

Нормираната АЧХ на инверсия равновълнов филтър на ниски честоти е представена в (3).

Проектирането на този вид филтри обикновено завършва след денормирането

на схемната функция на филтъра, при което се заменя $\tilde{p}$ с p /за този цел числителя и знаменателя в (3) се умножават с ω_0^n /.

Предварително обаче, от условието $(\omega_p / \omega_0)^n = \varepsilon$ първо следва да се определи ω_0 , така че след денормирането, от (3), да се получи директно аналитичния израз за $W(j\omega)$ в класическия му вид (при $p \rightarrow j\omega$).

Като пример е представено проектирането на инверсен филтър на Чебишев с $A_0 = 100$, $\alpha_p = -0,1dB$ за $f_p \leq 3kHz$ и $\alpha_s = -60dB$ за $f_s \geq 12kHz$.

От зависимостта (4), се получава: $K_I = 0,152 \cdot 10^{-3}$ и $K_P = f_p / f_s = 0,25$.

Следователно, съгласно формулата (4) $n \geq 4,594$, тоест за оптимален се счита редът на филтър, който е цяло число, най – близко до получената стойност, но по-голяма от нея, респективно: $n=5$.

Тъй като $\varepsilon \approx 0,1526$ може да се констатира, че съгласно (3):

$$\omega_0 = 0,2 \operatorname{arcsinh}(1/0,1526) \approx 0,5158, \text{ при което: } \theta_1 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2,1-1}{5} \right) = \frac{\pi}{10} \text{ и } \theta_2 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2,2-1}{5} \right) = \frac{3\pi}{10}.$$

Понеже $n=5$ е нечетно число, съгласно (5) нормираната предавателна функция следва да се представи във вида:

$$W(\tilde{p}) = \left(\frac{\tilde{p} \cdot A_0}{\tilde{p} + 0,539} \right) \cdot \left(\frac{\tilde{p}^2 + 0,9044}{\tilde{p}^2 + 0,333\tilde{p} + 1,1949} \right) \cdot \left(\frac{\tilde{p}^2 + 0,3457}{\tilde{p}^2 + 0,872\tilde{p} + 0,6363} \right) \quad (6)$$

От израза $(\omega_p / \omega_0)^n = \varepsilon$ се определя граничната честота ω_0 :

$$\omega_0 = 2\pi f / \sqrt[n]{\varepsilon} = 27,453 \cdot 10^3 \text{ [rad/s]} \quad (7)$$

При денормирането на (6), за предавателната функция на филтъра се получава:

$$W(p) = \left(\frac{100 \cdot p}{p + 0,539\omega_0} \right) \cdot \left(\frac{p^2 + 0,9044\omega_0^2}{p^2 + 0,333\omega_0 p + 1,1949\omega_0^2} \right) \cdot \left(\frac{p^2 + 0,3457\omega_0^2}{p^2 + 0,872\omega_0 p + 0,6363\omega_0^2} \right) \quad (8)$$

Представянето на (8) в комплексен вид е тривиално преобразуване, което не предизвиква затруднения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За сравнение проектираният при същите технически условия филтър на Бътеруърд са получава от 7 ред ($n_b=7$), а следователно, съдържа 33,3% повече схемни елементи (четири звена, вместо три).

Проектирането на филтри на Бътеруърд определено е по – лесно, което ги прави по-предпочитани от конструкторска гледна точка, но въпреки това в ред случаи (например в авиониката) проектирането на равновълнови инверсни филтри се оказва най-оптималното конструкторско решение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Евстатиев И., А.Леви : Аналогова схемотехника; Изд. РУ „А.Кънчев“, 2013г.
- [2] Wangeheim Lutz v.: Aktive Filter und Oszillatoren; Springer Verlag, Bremen, 2007.
- [3] Rhodes J.D. : Theory of Electrical Filters; J.Wiley & Sons Ltd., London, 1976.

За контакти:

Доц. д-р Аврам Леви, Катедра "Електроника", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888 375, e-mail: alevi@ecs.uni-ruse.bg

Ас. д-р инж. Снежинка Захаријева, Катедра "Електроника", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888-516, e-mail: szaharieva@ecs.uni-ruse.bg

Маг. инж. Веляна Желязова, Катедра "Електроника", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888-516, e-mail: vzhelyazova@uni-ruse.bg

"Този доклад е публикуван с финансовата подкрепа на проект по ФНИ 13-ФЕЕА-03"

Докладът е рецензиран.