

## Влиянието на страничната еластичност на системата на окачването и гумата при курсовата устойчивост на движение на лек автомобил

Христина Георгиева, Лило Кунчев

**Summary.** *The vehicle dynamic depends on the tire lateral characteristics in particular the relationship between the lateral force and slip angle. The study presents a research of the influence of lateral stiffness of the suspension system and tire on vehicle directional stability. The lateral tire forces are modeled using Pacejka's magic formula. The behavior of car stability has been simulated with MATLAB software. The results give the possibility to investigate the vehicle directional stability and the laterals dynamics process.*

**Key words:** *Vehicle stability, Vehicle modeling, Tire dynamic, Lateral Stiffness.*

### ВЪВЕДЕНИЕ

Страничното увличане на еластичните ходови колела влияе върху устойчивостта на движение на лек автомобил. Колелата възприемат страничната сила, приложена върху тях, като изменят траекторията на контактното петно, със съответния ъгъл на странично увличане [1, 2, 4].

Напречното увличане на пневматичната гумата оказва влияние върху праволинейното движение на автомобил. Под действието на странична сила, приложена в масовия му център, неговата траекторията на движение се изменя. Автомобилът се движи под ъгъла на страничното увличане ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ) спрямо зададеното начално направление.

**Целта** на настоящата работа е да се изследва влиянието на страничната еластичност на окачването и гумата върху курсовата устойчивост при праволинейно движение на автомобил, с помощта на механо-математични модели.

В настоящата работа се разглеждат два механо-математични модели, с помощта на които се моделира курсовата устойчивост на автомобила при неговото праволинейно движение. Изследва се преместването на масовия център на автомобила спрямо ос  $O_y$ , завъртане спрямо ос  $O_z$  и преместване на масовия център на всяко колело по направление на ос  $O_y$ .

Важен проблем при изследване динамичното поведението на автомобила е правилното моделиране на силите, възникващи при взаимодействието на гумата с пътя. Известни са различни подходи за тяхното описание. Един от тях е полумемпиричният модел на Пасейка [3, 5, 6].

Общите условия при които се изграждат моделите, с които се изследва курсовата устойчивост на автомобила са:

- Приема се, че модели са симетрични спрямо неговата надлъжна ос;
- Страничната сила е резултат от действието на страничен вятър;
- Не се разглеждат премествания във вертикалните направления, т.е. приема се, че пътят е идеално гладък;
- Допуска се преместване само по направление на ос  $O_y$  на масовия център на колелото;
- Работи се в зоната на чисто търкаляне на пневматичните гуми (няма странично плъзгане в зоната на контакта между пътя и гумата);
- Силите в контактното петно в напречна посока са изразени чрез формулата на Пасейка.

Параметрите, в двата модела са:

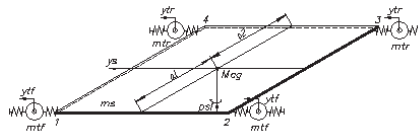
$m_p$  &  $m_n$  – подресорена и неподресорена маса, kg;  
 $m_p$  – маса на протектора, kg;  
 $I_p$  – инерционен момент на подресорените маси около ос  $O_z$ ,  $kgm^2$ ;  
 $a_1$  &  $a_2$  – разстоянието на масовия център до предна и задна ос, m;  
 $C_1$  &  $C_2$  – коефициент на еластичност на окачването в напречно направление на предна и задна ос, N/m;  
 $K_1$  &  $K_2$  – коефициент на еластичност на гумата в напречно направление на предна и задна ос, N/m;  
 $K_p$  – коефициент на еластичност на протектора, N/m;

$\alpha_i$  &  $\alpha_r$  – ъгъл на странично увличане на гумата, degree;  
 $y$  – преместване по направление на ос  $O_y$ , m;  
 $\psi$  – завъртане по направление на ос  $O_z$ , degree ;  
 $F_{yn}$  – странична сила в колелото, N;  
 $\ddot{y}_s$  &  $\ddot{y}_n$  – странично ускорение на подвесената и неподвесената маса,  $m/s^2$ ;  
 $\ddot{y}_p$  – странично ускорение на протектора,  $m/s^2$ ;  
 $\ddot{\psi}_s$  – странично ъглово ускорение на подвесената маса,  $rad/s^2$ ;

## ИЗЛОЖЕНИЕ

### 1. Изследване курсовата устойчивост на автомобил с помощта на модел „пневматична гума – окачване“

Схема на модела за изследване на устойчивостта на движение на лек автомобил, с отчитане страничната еластичността на гумата и окачването е представена на фиг. 2. Системата „пневматична гума – окачване“ може да бъде разгледана като две взаимосвързани подсистеми. Едната представлява пневматичната гума с колелото, а втората окачването.



фиг. 2 Модел „пневматична гума – окачване“

Движението на система от фиг. 2 се изследва по отношение на преместването на масовия център на автомобила по ос  $O_{ys}$ , завъртането му около ос  $O_{zs}$  и преместването на масовия център на всяко едно от колелата по ос  $O_{yu}$ . За уравненията, описващи законите на движението на системата се получава:

$$[M] \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{y}_s \\ \ddot{\psi}_s \\ \ddot{y}_{u2} \\ \ddot{y}_{u3} \\ \ddot{y}_{u4} \end{Bmatrix} + [C] \cdot \begin{Bmatrix} y_s \\ \psi_s \\ y_{u2} \\ y_{u3} \\ y_{u4} \end{Bmatrix} = 0$$

, където

[M] е инерционната матрица, която е симетрична спрямо главния диагонал с размерност 2x2 и има следния вид:

$$[M] = \begin{pmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_w \end{pmatrix}$$

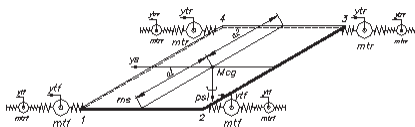
[C] е матрица на еластичностите, която също е симетрична спрямо главния диагонал с размерност 2x2 и има вид:

$$[C] = \begin{pmatrix} 2(C_f + C_r) & 0 & -C_f & -C_r & -C_s & -C_s \\ 0 & 2(C_f a_f^2 + C_r a_r^2) & a_f C_f & -a_r C_r & -a_s C_s & a_s C_s \\ -C_f & a_f C_f & (K_f + C_f) & 0 & 0 & 0 \\ -C_r & -a_r C_r & 0 & (K_r + C_r) & 0 & 0 \\ -C_s & -a_s C_s & -C_s & 0 & (K_s + C_s) & 0 \\ -C_s & a_s C_s & 0 & 0 & 0 & (K_s + C_s) \end{pmatrix}$$

### 2. Изследване курсовата устойчивост на автомобил с помощта на модел „протектор – пневматична гума – окачване“

В този случай се разделят функциите на отделните части на гумата. Чрез протектора гумата контактува с пътя. Схема на модела за изследване на устойчивостта на движение на лек автомобил, с отчитане еластичността на протектора е представена на фиг. 3. Гумата е разделена на следните маси: **маса** съсредоточена в оста на гумата, включваща маса на колелото, маса на главината, част от масите на окачването и част от масата на страницата й; **маса** на часта от

протектора, участваща в контакта между гумата и пътя. Двете маси са свързани с еластични и демпфращи връзки на гумено-кордните структура на страницата.



фиг. 3 Модел „протектор – пневматична гума – окачване“

За уравненията, описващи законите на движение на системата се получава:

$$[M] \cdot \begin{pmatrix} \ddot{y}_s \\ \ddot{\psi}_s \\ \ddot{y}_{a1} \\ \ddot{y}_{a2} \\ \ddot{y}_{a3} \\ \ddot{y}_{a4} \\ \ddot{y}_{a1} \\ \ddot{y}_{a2} \\ \ddot{y}_{a3} \\ \ddot{y}_{a4} \end{pmatrix} + [C] \cdot \begin{pmatrix} y_s \\ \psi_s \\ y_{a1} \\ y_{a2} \\ y_{a3} \\ y_{a4} \\ y_{a1} \\ y_{a2} \\ y_{a3} \\ y_{a4} \end{pmatrix} = 0$$

, където

[M] е инерционната матрица, която е симетрична спрямо главния диагонал с размерност 10x10 и има вид:

$$[M] = \begin{pmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{a1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{a2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{a4} \end{pmatrix}$$

[C] е матрица на еластичностите, която също е симетрична спрямо главния диагонал с размерност 10x10 и има следния вид:

$$[C] = \begin{pmatrix} 2(C_s + C_r) & 0 & -C_r & -C_r & -C_r & -C_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2(C_s a^2 + C_r a^2) & a C_r & -a C_r & -a C_r & a C_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_r & a C_r & (C_r + K_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_r & -a C_r & 0 & (C_r + K_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_r & -a C_r & 0 & 0 & (C_r + K_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_r & -a C_r & 0 & 0 & 0 & (C_r + K_r) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & (K_r + K_s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & (K_r + K_s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & (K_r + K_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & (K_r + K_s) \end{pmatrix}$$

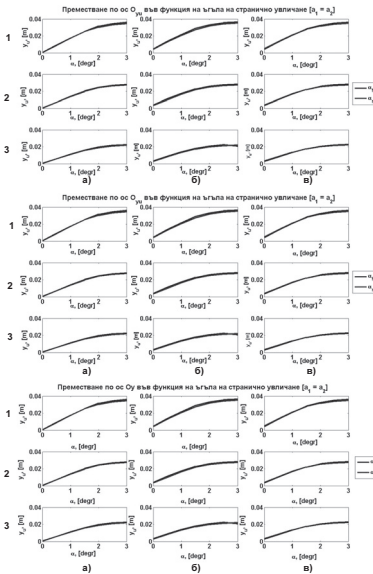
Системните уравнения се решават в среда на Матлаб. Изграден е модел, който реализира диференциалните уравнения на праволинейно движение на автомобил. Възможните варианти на движение се различават, в зависимост от приетите стойностите на:

- Страничната еластичност на окачването за преден и заден мост;
- Страничната еластичност на гумата за преден и заден мост;
- Ъгъла на странично увличане на гумата за преден и заден мост.

На фиг. 4, 5 и 6 са резултатите от моделирането с приложение на **първия модел**. Те показват изменението на преместването на масовия център на колелото по ос  $O_y$ , като функция на коефициента на еластичност в окачването и този на гумата в напречно направление и ъгъла на странично увличане на колелото.

Табл. 1

№	Параметър	Означение	Стойност	Дименсия
1.	Подресорени маси	$m_0$	1500	kg
2.	Неподресорени маси	$m_1, m_2$	35	kg
3.	Маса на протектора	$m_p$	2	kg
4.	Инерционен момент на подресорените маси по оста Oz	$J_{oz}$	2500	kgm <sup>2</sup>
5.	Разстояние от масовия център до предна ос	$a_1$	1,25	m
6.	Разстояние от масовия център до задна ос	$a_2$	1,25	m
7.	Коефициент на еластичност на окачването в напречно направление на предната ос	$c_{y1}$	(400+800)	kN/m
8.	Коефициент на еластичност на окачването в напречно направление на задната ос	$c_{y2}$	(600+1000)	kN/m
9.	Коефициент на еластичност на гумите в напречно направление на предна ос	$c_{p1}$	(50±90)	kN/m
10.	Коефициент на еластичност на гумите в напречно направление на задната ос	$c_{p2}$	(70±110)	kN/m
11.	Коефициент на еластичност на протектора в напречно направление	$c_p$	500	kN/m
12.	Ъгъл на странично увличане на гумите на предна ос	$\alpha_r$	(0+3)	deg
13.	Ъгъл на странично увличане на гумите на задна ос	$\alpha_r$	(0+3)	deg



Фиг. 4 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос Oy, изчислен за:

- Коефициент на еластичност на гумата преден / заден мост: 90/90 kN/m;
- Коефициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 1. 400/600 kN/m; 2. 600/800 kN/m; 3. 800 /1000 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане: а)  $\alpha_r > \alpha_r$ ; б)  $\alpha_r = \alpha_r$ ; в)  $\alpha_r < \alpha_r$ ;

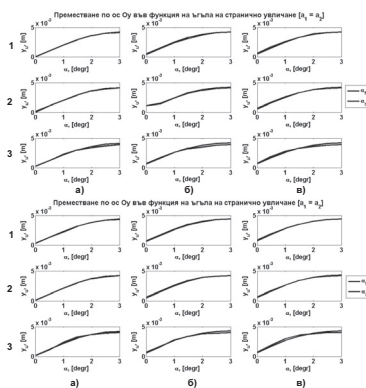
Фиг. 5 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос Oy, изчислен за:

- Коефициент на еластичност на гумата преден / заден мост: 70/100 kN/m;
- Коефициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 1. 400/600 kN/m; 2. 600/800 kN/m; 3. 800 /1000 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане: а)  $\alpha_r > \alpha_r$ ; б)  $\alpha_r = \alpha_r$ ; в)  $\alpha_r < \alpha_r$ ;

Фиг. 6 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос Oy, изчислен за:

- Коефициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 600/800 kN/m;
- Коефициент на еластичност на гумата преден / заден мост: 1. 50/70 kN/m; 2. 70/90 kN/m; 3. 90 /110 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане: а)  $\alpha_r > \alpha_r$ ; б)  $\alpha_r = \alpha_r$ ; в)  $\alpha_r < \alpha_r$ ;

На фиг. 7, 8 и 9 са представени резултатите от моделирането с приложение на **втория модел**. Те показват изменението на преместването на масовия център на колелото по ос Oy, като функция на коефициентът на еластичност на окачването и този на гумата в напречно направление и ъгъла на странично увличане на колелото.

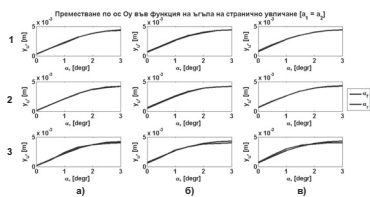


Фиг. 7 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос Oy, изчислен за:

- Коефициент на еластичност на гумата преден / заден мост: 90/90 kN/m;
- Коефициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 1. 400/600 kN/m; 2. 600/800 kN/m; 3. 800 /1000 kN/m;
- Коефициент на еластичност на протектора 500 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане: а)  $\alpha_r > \alpha_r$ ; б)  $\alpha_r = \alpha_r$ ; в)  $\alpha_r < \alpha_r$ ;

Фиг. 8 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос Oy, изчислен за:

- Коефициент на еластичност на гумата преден / заден мост: 90/90 kN/m;
- Коефициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 1. 400/600 kN/m; 2. 600/800 kN/m; 3. 800 /1000 kN/m;
- Коефициент на еластичност на протектора 500 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане: а)  $\alpha_r > \alpha_r$ ; б)  $\alpha_r = \alpha_r$ ; в)  $\alpha_r < \alpha_r$ ;



Фиг.9 Изменение на преместването на масовия център на колелото спрямо ос  $O_y$ , изчислен за:

- Коэффициент на еластичност на окачването преден / заден мост: 600/800 kN/m;
- Коэффициент на еластичност на гумата преден / заден мост:
  1. 50/70 kN/m; 2. 70/90 kN/m; 3. 90 /110 kN/m;
- Коэффициент на еластичност на протектора 500 kN/m;
- Ъгъл на странично увличане:
  - a)  $\alpha_1 > \alpha_2$ ; б)  $\alpha_1 = \alpha_2$ ; в)  $\alpha_1 < \alpha_2$ ;

От графиките се вижда, че зависимостта между преместването в странично направление на гумата и ъгъла на странично увличане е линейна в границата  $[0-2]^\circ$ . Ниските стойности на страничната еластичност в системата окачване – гума водят до по-високи стойности на преместването на масовия център на колелото по направление на ос  $O_y$ . От значение е отчитането на страничната еластичност на протектора.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложените модели дават възможност при известни параметри като коефициента на еластичност на окачването и гумата в напречно направление да се получат криви на движение на масовия център на колелото, което е свързано с влиянието му върху поведението на автомобила. Важно при изследването динамичното поведение на автомобила е отчитането на еластичността на протектора, особено при моделирането на ниско профилните гуми.

Получените криви от численото изследване потвърждават характера на подобни такива в публикуваната литература.

Моделите дават възможност за оценка влиянието на промяната на положението на масовия център върху курсовата устойчивост на движение на лек автомобил.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pacejka H. *Tire and Vehicle Dynamics*. SAE, Warrendale, USA, 2002
- [2] H. Pacejka, E. Bakker, L. Nyborg. *Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies*. SAE Technical Paper 870421, 1987
- [3] Schmeitz, A.J.C. and Pacejka, H.B. *A semi-empirical three-dimensional model of pneumatic tyre rolling over arbitrary uneven road surfaces*. Vehicle System Dynamics, Vol. 41 supplement, 2004, pp. 341-350.
- [4] Schmeitz, A.J.C., *A semi-empirical three-dimensional model of pneumatic tyre rolling over arbitrarily uneven road surfaces*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2004.
- [5] Castellvi, M. C., *Benchmark of tyre models for mechatronic application*. MS thesis. Cranfield University. 2011.
- [6] Иванов Р., Русев Р., Иванова Д., *Използване на Magic formula за описване характеристиките на автомобилите*. Научни трудове на Русенския университет – 2008, том 47, серия 4.

## За контакти:

докторант Христина Георгиева, Катедра “Двигатели, автомобили и транспортна техника”, Технически университет – София, тел.: 02 965 35 61, e-mail: hgeorgieva@tu-sofia.bg

доц. д-р Лило Кунчев, Катедра “Двигатели, автомобили и транспортна техника”, Технически университет – София, тел.: 02 965 21 06, e-mail: lkunchev@tu-sofia.bg

Докладът е рецензиран.