

Относно въпроса за привличането на студентите към изследователска работа

Антоанета Михова

On the issue of the attracting the students to research: The paper presents some ideas how to made the research attractive and how to involve students in it.

Key words: *Mathematical Education, Teaching.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Сред основните цели, които си поставя всеки университет, са подготовката на високо квалифицирани специалисти с висше образование и провеждането на фундаментални научни изследвания с приложение в съвременната наука и стопанската практика.

В [4], където е изследвано отношението на младите хора към природните науки и технологиите, е отбелязано, че в много от високо развитите страни има значителен спад в привличането на учащите към проблемите на науката и технологичните процеси. В доклад на Групата за повишаване на човешките ресурси за наука и технология в Европа (ЕС, 2004), озаглавен "Европа има нужда от повече учени", се изследват условията за създаване на наука и технология в Европейския съюз, като се обръща специално внимание на броя на хората, обучаващи се да изграждат кариера в научно - технологичната област. Констатирана е спадаща ориентация към обучение в тази област и намаленият интерес към природните науки се разглежда като голям проблем в повечето европейски страни. В България, разбира се, не правим изключение.

На намаляващия брой млади хора, които се занимават с наука, е обърнато внимание и в Националната стратегия за развитие на научните изследвания 2020 [3], където са направени следните констатации: Възрастовият профил на учените е неблагоприятен. Съгласно регистъра на академичния състав на висшите училища, поддържан от Министерството на образованието и науката, през 2008 година почти половината професори (600 от общо 1290) са на възраст над 65 години. По данни на Висшата атестационна комисия във възрастовата група между 35 и 44 години има 134 старши научни сътрудници (от общо 2 700), а най-голям е броят на научните сътрудници между 45 и 54 години (990 от общо 3138). Пак в [3] е отбелязано, че ниският интерес към докторантурата се дължи основно на три фактора: неатрактивно заплащане на докторантите, липса на ясна и добре платена професионална реализация, **липса на активност и капацитет сред научните организации**. И докато преподавателите не можем да повлияем на първите два фактора, то можем да проявим активност при привличането на знаещи и можещи студенти към преподавателска и изследователска работа, още докато те се обучават в университета.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Една възможност за провокиране на любопитство към определена научна област, е възлагането на самостоятелна работа. В [8] е споделен опит на преподавател по Методика на обучението по математика да насочи вниманието на студентите към понятието Грасманова алгебра, задавайки им самостоятелна работа, като използва знанията им по Линейна алгебра и Аналитична геометрия. Опитът е проведен със студенти от специалност Математика и Информатика. Направен е изводът, че проведеният експеримент съдейства за формиране у студентите на изследователски умения и навици, помага им да анализират

получените резултати и им дава необходимите умения за самостоятелно справяне с проблеми, свързани с бъдещото им научно израстване.

Друга възможност, чрез която можем да пробудим интерес към дадена научна сфера, е насочването на студентите към подходяща тема за дипломна работа.

С дипломна работа завършват обучението си много бакалаври и магистри. Сред основните й цели са систематизиране и задълбочаване на теоретичните и практичните знания по дадена специалност, доразвиване на уменията за самостоятелна работа, усвояване на нови методи за изследване. Добре избраната тема за дипломна работа може да събуди интереса на студента към дадена теория, да го накара да задълбочи познанията си в дадена област.

Една такава област, към която може да бъде насочено вниманието на студентите, е Грасмановата алгебра, наречена още Външна алгебра.

ГРАСМАНОВА АЛГЕБРА

Грасманова алгебра е алгебра над векторно пространство V с нареден базис $\{e_1, e_2, \dots\}$, като за базисните елементи е в сила равенството $e_i e_j + e_j e_i = 0$ за всеки $i, j = 1, 2, \dots$. За означаване на умножението в Грасмановата алгебра, което се нарича външно или грасманово умножение, се използва знакът " $\wedge$ ". Тогава горното равенство може да се запише по следния начин $e_i \wedge e_j + e_j \wedge e_i = 0$. От тук веднага следва и равенството $e_i \wedge e_i = 0$, т.е. $e_i^2 = 0$.

В последните години Грасмановата алгебра намира все по-голямо приложение в различни научни области като линейната алгебра, аналитичната геометрия, проективната и диференциалната геометрии, механиката, компютърната графика, физиката и това я прави много подходяща за предмет на дипломна работа.

В [5] е аргументирано въвеждането на алгебричната структура външно произведение, в [1] и [5] са описани свойствата му и са дадени много негови приложения. Допълнителни примери са разгледани в [6] и [7].

Едно от най-важните свойства на външното умножение е неговата връзка с линейната независимост на множество от вектори - векторите $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ от пространството V са линейно независими тогава и само тогава, когато $v_1 \wedge v_2 \wedge \dots \wedge v_k \neq 0$. Външното произведение $v_1 \wedge v_2$ на векторите v_1 и v_2 от векторното пространство V е нов вектор, който принадлежи на ново векторно пространство $\wedge^2 V$. Произведението на два елемента от V не е елемент на същото пространство, но произведенията на неговите базисни елементи формират ново векторно пространство. Произведението на три елемента от V принадлежи на пространството $\wedge^3 V$. Така външното произведение на k вектора от V принадлежи на пространството $\wedge^k V$. Ето някои от приложенията на външното умножение, които са подходящи за включване в теми за дипломни работи за студенти от специалности със засилено изучаване на математика.

1. Пресмятане на детерминанти. Ако $\{e_j, j = 1, 2, \dots, n\}$ е базис в n -мерно векторно пространство и $\{v_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ са n вектора. Всеки от векторите v_i може да се запише във вида $v_i = \sum_{j=1}^n v_{ij} e_j, \quad i = 1, 2, \dots, n$.

Разглеждаме коефициентите v_{ij} като елементи на квадратна матрица $(v_{ij})_{n \times n}$. Детерминантата на матрицата $(v_{ij})_{n \times n}$, получена от координатите

на векторите $\{v_i, i=1,2,\dots,n\}$ в базиса $\{e_j, j=1,2,\dots,n\}$ е числото C , получено като коефициент в равенството $v_1 \wedge \dots \wedge v_n = C e_1 \wedge \dots \wedge e_n$.

2. Намиране обем на паралелепипед. Чрез външното произведение може да се намира обем на паралелепипед, определен от векторите $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$. Ако $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ е ортогонален базис във V , $\omega_{i_1 \dots i_k}$ е базисен елемент на $\wedge^k V$, $\omega_{i_1 \dots i_k} \equiv e_{i_1} \wedge \dots \wedge e_{i_k} \in \wedge^k V$ и във V е определено скаларно произведение на вектори по следния начин:

$$(1) \quad \langle \omega_{i_1 \dots i_k}, \omega_{i_1 \dots i_k} \rangle = 1,$$

$$(2) \quad \langle \omega_{i_1 \dots i_k}, \omega_{j_1 \dots j_k} \rangle = 0, \text{ ако } \omega_{i_1 \dots i_k} \neq \pm \omega_{j_1 \dots j_k}.$$

Тогава за всеки два вектора ψ_1 и ψ_2 от $\wedge^k V$ се дефинира скаларно произведение $\langle \psi_1, \psi_2 \rangle$ чрез скаларното произведение на базисните вектори $\omega_{i_1 \dots i_k}$ и обемът на k -мерен паралелепипед, построен върху векторите $\{v_1, \dots, v_k\}$ е равен на $\sqrt{\langle \psi, \psi \rangle}$, където $\psi = v_1 \wedge \dots \wedge v_k$.

При $k=n$ произведението $v_1 \wedge \dots \wedge v_n$ има само едно събираемо и $v_1 \wedge \dots \wedge v_n = \lambda e_1 \wedge \dots \wedge e_n$. Тогава обемът на n -мерния паралелепипед е равен на $|\lambda|$.

3. Решаване на системи линейни уравнения. Нека $\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j = b_i, i=1, \dots, n$ е линейна система уравнения с n уравнения и n неизвестни. Разглеждаме A_{ij} като координати на n вектори $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ спрямо дадения базис т.е. $a_j = \sum_{i=1}^n A_{ij} e_i, j=1, \dots, n$. Определяме $b = \sum_{j=1}^n b_j e_j$. Тогава системата може да се запише като уравнение, в което b е представено като линейна комбинация на $\{a_j\}$ с неизвестни коефициенти $\{x_j\}$. Ако векторите $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ са линейно независими означаваме с $\omega = a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$ и с $\omega_j = a_1 \wedge \dots \wedge a_{j-1} \wedge b \wedge a_{j+1} \wedge \dots \wedge a_n$, тогава всяко едно неизвестно x_j може да бъде пресметнато като коефициент на пропорционалност между ω_j и ω , т.е.
$$x_j = \frac{\omega_j}{\omega} = \frac{a_1 \wedge \dots \wedge a_{j-1} \wedge b \wedge a_{j+1} \wedge \dots \wedge a_n}{a_1 \wedge \dots \wedge a_n}.$$
 Тази връзка изразява формулите на Крамер чрез външното произведение на вектори.

Тези предложения съответстват на описаните в [2] изисквания за избор на тема за дипломна работа, а именно:

- Темата да отговаря на интересите на дипломанта (да бъде свързана с положените изпити и с неговите научни интереси) - и трите теми са сериозно изучавани в курса по Линейна алгебра.
- Необходимите литературни източници да се намират лесно и материално да са достъпни за дипломантите. Да са на език, който той знае, да са разбираеми, да ги има в библиотеки в Интернет – има достатъчно учебници и на български и на чужд език и по трите теми.
- Материалите да са лесно разбираеми.

- Методологическата рамка на изследването да отговаря на образователното ниво и опита на дипломанта, на неговите възможности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Външното произведение е лесно разбираема и удобна за прилагане конструкция, намира все по-широко приложение в различни научни области, има вече много литература, свързана с него и дори се изучава в някои университети. Ето защо смятаме, че е добре да привлечем вниманието на студентите към него било то чрез включването му в дипломна работа или чрез задаването на самостоятелна работа.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Browne, J. Grassmann Algebra: Exploring applications of extended vector algebra with Mathematica, Melbourne, Australia, <http://sites.google.com/site/grassmannalgebra>.
- [2] <http://www.ariman.info/lib/pomagala/KAKSEPISHE.pdf>
- [3] http://www.minedu.government.bg/opencms/export/sites/mon/left_menu/strategies/documents/science_researches-2020.pdf
- [4] <http://www.scienceinschool.org/2006/issue1/rose/bulgarian>.
- [5] Winitzki, S. Linear Algebra via Exterior products, Ludwig-Maximilians University, Munich, Germany, 2010.
- [6] Михова, А., Приложения на външното произведение на вектори за пресмятане на лица и обеми, Сборник научни трудове на научна конференция MATTEX 2012, ШУ „Епископ Константин Преславски” – Шумен, том 1, 2012, 40-44, ISSN 1314-3921.
- [7] Михова, А., И. Богомилова. Свойства на детерминантите, описани чрез външно произведение на вектори, Научни трудове на РУ „Ангел Кънчев”, том 50, сер. 6.1, Русе, 2011, 7-11.
- [8] Якимова, М., А. Михова. Използване на самостоятелната работа при студентите за привличането им към научно-изследователска работа, Научни трудове на РУ „Ангел Кънчев”, том 47, сер. 5.1, Русе, 2008, 70-73.

За контакти:

Гл. ас. д-р Антоанета Михова, Катедра “Математика”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел.: 082-888 727, e-mail: amihova@uni-ruse.bg

Докладът е рецензиран.