NewGUM: шаг вперед – два шага назад

Олеся Боцюра, Игорь Захаров

NewGUM: One Step Forward - Two Steps Back: *The paper reviewed the history and prospects of development of JCGM documents for evaluation of measurement uncertainty. It is shown that the application of the Bayesian approach in these documents is a strategic objective of WG1 JCGM. Realization of Bayesian approach in the NewGUM is reviewed. The critical analysis of NewGUM is presented.*

Key words: *Measurement Uncertainty, Probability Density Function, Law of Propagation of Distributions, Bayesian Approach, Monte Carlo Method.*

ВВЕДЕНИЕ

Проблема международной стандартизации оценивания качества измерений была вызвана существованием в разных странах нормативных документов, содержащих различные процедуры оценивания точности измерений. Это приводило к существенным отличиям в оценках значений характеристик погрешностей для одинаковых начальных условий, несмотря на то, что в основу этих документов были положены подходы, основанные на одних и тех же методах теории вероятности и математической статистики. Решение указанной проблемы стало особенно актуальным в связи с проведением международных сличений национальных эталонов.

В 1993 году было обнародовано «Руководство по выражению неопределенности измерений» (GUM) [1], которое в настоящее время является фактическим стандартом выражения качества измерений в международной практике. В основу [1] положены: закон распространения неопределенности (LPU), приводящий при нелинейных модельных уравнениях к смещению оценок числовых значений измеряемой величины и ее неопределенности; центральная предельная теорема теории вероятности (CLT) с аппаратом числа степеней свободы, предопределяющие недостоверность оценок расширенной неопределенности, из-за отличия принимаемого закона распределения измеряемой величины от реального.

Эти недостатки привели к необходимости разработки подхода, основанного численной реализации закона распространения распределений (LPD) – методе Монте-Карло (MCM), примененного в двух документах Объединенного комитета по руководствам в метрологии (JCGM): GUM-S1 и GUM-S2 − дополнениях 1 и 2 к GUM [2,3]. Анализ, проведенный в этих документах, показывает, что оценки неопределенности измерений, получаемые при их использовании, соответствуют байесовским оценкам.

Сравнение оценок суммарной стандартной неопределенности, получаемых с использованием подходов, описанных в [1] и [2], показывает их численное отличие, обусловленное, прежде всего, различием в нахождении стандартных неопределенностей входных величин по типу А. Это поставило задачу ревизии GUM перед Рабочей группой по руководствам в метрологии (WG1) [4]. Основным мотивом для принятия решения о пересмотре GUM являлось то, что GUM, после принятия GUM-S1 и GUM-S2, больше не согласуется с ними.

Первый проект NewGUM был распространен к концу 2014 года среди Организаций-членов JCGM, Национальных метрологических институтов и других получателей, от которых поступило более 1000 комментариев и отзывов, в основном негативных. 15-16 июня 2015 г. в BIPM прошел семинар по неопределенности измерений [5], собравший более 100 представителей из 40 стран мира, и посвященный обсуждению первого проекта NewGUM и рассмотрению поступивших на него отзывов [6].

В статье проведен критический анализ первого проекта NewGUM.

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В NEWGUM

Алгоритм оценивания неопределенности измерений в первой версии NewGUM включает следующие операции [7]:

1. Составление модельного уравнения, выражающего зависимость между выходной (измеряемой) величиной Y и входными величинами $X_1,...,X_m$:

$$Y = f(X_1,...,X_m)\,. \tag{1}$$

В качестве входных величин в модельное уравнение, кроме непосредственно измеряемых величин, входят переменные, значения которых и их неопределенности известны из внешних источников, а также поправки к результату измерения на известные систематические эффекты, основные и дополнительные абсолютные погрешности используемых средств измерения.

2. Вычисление оценок входных величин $x_1,...,x_m$, внесение поправок на известные систематические эффекты в результаты измерений. Значения входных величин находят путем их измерения с однократными или многократными наблюдениями или оценивания из внешних источников. При проведении многократных измерений за значение i-ой входной величины x_i принимают среднее арифметическое n_i результатов ряда отдельных наблюдений x_{iq}:

$$x_i = \overline{x}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}\,. \tag{2}$$

3.Вычисление оценки результата измерений y путем подстановки в модельное уравнение (1) оценок входных величин:

$$y = f(x_1,\ldots,x_m)\,. \tag{3}$$

4. Определение стандартных неопределенностей входных величин.

Стандартные неопределенности входных величин выражаются в виде стандартных отклонений и находятся статистическими и нестатистическими методами, получая, соответственно, стандартные неопределенности типа А (u_A) или стандартные неопределенности типа В (u_B).

Стандартная неопределенность измерения типа А i-й входной величины находится по формуле

$$u_A(x_i) = \sigma\sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i}(x_{iq}-\overline{x}_i)^2}{n_i(n_i-1)}}\,, \tag{4}$$

где $\sigma = \sqrt{\dfrac{n-1}{n-3}}$ – СКО немасштабированного распределения Стьюдента с нулевым математическим ожиданием.

Стандартная неопределенность типа В i-й входной величины находится в зависимости от априорной информации о изменчивости входной величины. Если i-я входная величина может изменяться в пределах $\pm\theta_i$ от значения ее оценки, то ее неопределенность вычисляется по формуле:

$$u_B(x_i) = \frac{\theta_i}{\alpha_i} \tag{5}$$

где α_i – коэффициент, соответствующий принимаемому закону распределения внутри границ $\pm\theta_i$. Для равномерного или неизвестного закона распределения $\alpha_i = \sqrt{3}$; для нормального закона распределения α_i =2 (для вероятности 0,95); для треугольного закона распределения $\alpha_i = \sqrt{6}$; для закона арксинуса $\alpha_i = \sqrt{2}$.

5. Вычисление вкладов неопределенности каждой входной величины в неопределенность измеряемой величины.

Вклад неопределенности $u_i(y)$ каждой входной величины X_i в неопределенность $u(y)$ измеряемой величины Y (суммарную стандартную неопределенность) определяют как произведение коэффициента чувствительности c_i на неопределенность входной величины $u(x_i)$:

$$u_i(y) = c_i u(x_i). \tag{6}$$

Коэффициенты чувствительности c_i показывают, как оценка выходной величины y изменяется с изменением оценок входных величин $x_1,...,x_m$. Их находят как частные производные измеряемой величины по каждой из входной, оцененные при значениях входных величин:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left.\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right|_{x_1, x_2, ..., x_m}. \tag{7}$$

6. Вычисление суммарной стандартной неопределенности измеряемой величины осуществляется по формулам, называемым LPU.

При отсутствии корреляций между результатами измерений входных величин, стандартная неопределенность измеряемой величины определяется как

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} u_i^2(y)} = \sqrt{c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + ... + c_m^2 u^2(x_m)}. \tag{8}$$

При наличии корреляций между результатами измерений k-й и l-й входных величин, стандартная неопределенность измеряемой величины определяется как

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} c_i^2 u^2(x_i) + 2r_{kl} c_k c_l u(x_k) u(x_l)}, \tag{9}$$

где r_{kl} - коэффициент корреляции.

7. Вычисление расширенной неопределенности измеряемой величины.

Расширенную неопределенность получают путем умножения неопределенности выходной величины (суммарной стандартной неопределенности) на коэффициент охвата k:

$$U = k \cdot u(y). \tag{10}$$

Коэффициент охвата k при расчете расширенной неопределенности рекомендуют находить исходя из следующих соображений:

- для произвольного несимметричного закона распределения – из неравенства Чебышева:

$$k \le \frac{1}{\sqrt{1-p}}, \tag{17}$$

k =4,47 для p=0,95;

- для произвольного симметричного закона распределения – из неравенства Гаусса:

$$k \le \frac{2}{3\sqrt{1-p}}, \tag{18}$$

k=2,98 для p=0,95.

Поскольку такой способ оценки расширенной неопределенности не зависит от реального закона распределения измеряемой величины (т.е. не дает ее достоверной оценки), в NewGUM предлагается точное значение k вычислять с помощью MCM.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЦЕНОК НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ GUM И NEWGUM

1. В пересмотренном Руководстве был сохранен LPU.

Следует отметить, что LPU построен на разложении модельного уравнения в ряд Тейлора первого порядка и применении к этому разложению правила суммирования дисперсий и ковариаций. Для нелинейных модельных уравнений и значительных неопределенностей входных величин применение LPU приводит к смещению оценок значений измеряемой величины и их неопределенности измерений. К тем же результатам приведет использование методики NewGUM. Этот недостаток устранен в GUM-S1 реализацией LPD на основе MCM. В этом случае возникает справедливый вопрос о целесообразности наличия GUM. Тем не менее, использование подхода LPD, положенного в основу GUM-S1, невозможно без применения систем компьютерной алгебры типа Mathcad или специализированных программных средств, что делает целесообразным сохранение модернизированного GUM как основного нормативного документа по оцениванию неопределенности измерений для широкого круга пользователей.

2. В NewGUM декларируется применение байесовского подхода к оцениванию неопределенности измерений.

Суть байесовского подхода заключается в том, что имеющаяся информация используется для установления функций плотности вероятности (pdf) для рассматриваемых входных и измеряемой величин, а стандартные отклонения этих pdf используют в качестве стандартных неопределенностей [8]. В работе [4] отмечается, что в GUM байесовский подход принимается только как способ рассмотрения оценок неопределенности типа B. В NewGUM стандартная неопределенность измерений, оцененная по типу A больше не оценка стандартного отклонения наблюдаемого рассеяния показаний, а параметр pdf, описывающей знание об измеряемой величине. Таким образом, понятие эффективной степени свободы становится не нужным. Это изменение упрощает расчет неопределенности измерений и дает процедуре NewGUM более строгое обоснование.

В [2] приведено аналитическое решение выражения для pdf ряда независимых наблюдений $x_1, x_2, ..., x_n$, полученных из величины с неизвестными ожиданием и дисперсией, имеющей распределение Гаусса. Она имеет вид масштабированного и сдвинутого t-распределения $t_\nu(\bar{x}, s^2/n)$ с $\nu = n-1$ степенями свободы, в котором $\bar{x}$ определяется выражением (2), а s – выражением:

$$s = \sqrt{\frac{1}{(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2} .$$

Это распределение имеет ожидание (2) и СКО (4), которая в $\sqrt{(n-1)/(n-3)}$ раз больше, чем $u_A(\bar{x})$, применяемой в GUM и определяется только для $n > 3$.

Таким образом, переход к оценкам неопределенности типа A на основе такого подхода приводит, с одной стороны к согласованию их с оценками, получаемыми с помощью MCM, но с другой стороны, увеличивает минимальное число повторных измерений до четырех. Тем не менее, в метрологии имеется большое количество ситуаций, когда требуется ограничить число многократных измерений тремя из-за их трудоемкости, больших временных затрат на их выполнение или ограниченности испытательного материала.

3. Способ оценки расширенной неопределенности, описанный в GUM опирается на CLT в соответствии с которой измеряемой величине приписывают pdf в

виде t-распределения с эффективным числом степеней свободы, изменяющимся от 2 до бесконечности. Последнее приводит к Гауссову распределению, для которого коэффициент охвата для вероятности 0,95 приближенно равен 2. Такой подход дает достоверные оценки тогда, когда доминирующим вкладом в неопределенность является вклад типа А, или если имеется несколько (больше четырех) приблизительно одинаковых вкладов неопределенности. Однако CLT не выполняется, если вклады разных составляющих неопределенности существенно неодинаковы; модель измерения является нелинейной, а стандартные неопределенности измерений входных величин – велики; плотности распределения вероятностей входных величин асимметричны. Эти ситуации порождают смещение оценок измеряемой величины и ее неопределенности [9].

Предложенный в NewGUM способ оценки расширенной неопределенности также не зависит от действительного закона распределения измеряемой величины. Коэффициенты охвата, взятые из неравенств Чебышева (17) и Гаусса (18) дают завышенные оценки расширенной неопределенности. Даже в том случае, когда условия CLT выполняются, погрешность вычисления расширенной неопределенности по методике NewGUM будет достигать 52 %. Предложение же применения MCM для вычисления точного значения коэффициента охвата, предлагаемое в NewGUM, приводит к потере смысла использования NewGUM в качестве основного документа по оцениванию неопределенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ алгоритма оценивания неопределенности измерений позволил сделать следующие выводы:

1. Шагом вперед для NewGUM по сравнению с GUM является введение байесовского подхода к оцениванию неопределенности измерений с отменой эффективного числа степеней свободы. В результате оценки неопределенности по типу А, получаемые с помощью процедуры, описанной в NewGUM, совпадают с оценками, получаемыми с помощью MCM, а расчет неопределенности упрощается.

2. Побочным эффектом от введения байесовского подхода является необходимость увеличения числа повторных измерений до четырех, что является первым шагом назад по сравнению с GUM, поскольку сужает область применения NewGUM.

3. Способ оценивания расширенной неопределенности, предложенный в NewGUM не дает ее достоверных оценок практически ни в каких ситуациях, поскольку не опирается на действительный закон распределения измеряемой величины. Это является вторым шагом назад по сравнению с GUM, дающим достоверные оценки хотя бы в тех случаях, когда условия CLT выполняются. Предложение же по применению MCM для нахождения расширенной неопределенности делает сам NewGUM ненужным.

3. Недостатки получаемых оценок неопределенности с помощью NewGUM ставят задачу его коренного пересмотра. К сожалению, принятый WG1 формат создания NewGUM не дает возможности высказывать предложения по стратегии его построения сотрудникам Организаций-членов JCGM, Национальных метрологических Институтов и другим получателям, участвующим в его обсуждении. Очевидно, что для создания качественного нормативного документа международного уровня этот формат должен быть изменен.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Geneva: ISO, 1993. – 101 p.

[2] JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data − Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” − Propagation of distributions using a Monte Carlo method. − JCGM, 2008. − 88 p.

[3] JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data − Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” − Extension to any number of output quantities. − JCGM, 2011. − 72 p

[4] Bich et al. Revision of the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement»// Metrologia. − 2012, − Vol. 49, pp. 702–705.

[5] http://www.bipm.org/en/conference-centre/bipm-workshops/measurement-uncertainty

[6] C. Michotte. Feedback from NMIs and JCGM MOs to the circulated JCGM 100 and 110 Committee Drafts// BIPM Workshop on Measurement Uncertainty, Paris, BIPM, 15−16 June 2015.

[7] Maurice Cox, Walter Bich. GUM revision and its impact // BIPM Workshop on Measurement Uncertainty, Paris, BIPM, 15−16 June 2015.

[8] W. Wöger. Information-Based Probability Density Function for a Quantity // Measurement Techniques. − 2003, Volume 46, Issue 9, pp. 815-823.

[9] Захаров И.П. Исследование и повышение достоверности интервальных оценок точности прямых многократных измерений// АСУ и приборы автоматики, вып. 132, 2005 г., с. 106-109.

Контактная информация:

Д.т.н., профессор Захаров Игорь – кафедра метрологии и измерительной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники, тел.: +380675783981, e-mail: newzip@ukr.net

Доклад рецензирован.