Дидактически модели – матрични диаграми в училищния курс по математика 5. – 9. клас

Маргарита Върбанова, Евгения Илиева

Abstract: Didactic models – matrix diagrams in the school mathematics course 5. – 9. class *To enable students to solve problems arising from real life the share of text tasks with practical and logical focus should be increased. For more easily and naturally reaching the strategy for solving these problems different didactic models can be used: "a diagram composed of "squares and arrows", " Euler-Ven" diagram, a tree diagram, a matrix diagram (a table). The work demonstrates the practical application of tables in solving logical, entertaining and combinatorial problems and problems for counting objects.*

Keywords: *problem, decision, modeling, didactic models, matrix diagrams, tables*

ВЪВЕДЕНИЕ

Резултатите на нашите ученици по математика в PISA и други изследвания показват, че българското училище все още не допринася в достатъчна степен за формиране на умения за справяне с проблеми, произтичащи от реалния живот; не подготвя достатъчно добре учениците, за да се реализират в конкурентна среда, за да продължат обучението си и да се интегрират успешно в обществото. За подобряване на тези резултати трябва българското училищно образование да формира у учениците не просто знания и умения, а компетентности. Да се увеличи процентът на задачите с практическа и логическа насоченост в задължителната учебната документация по математика; по-пълно използване на моделирането като съвременен познавателен метод.

С цел по-леко и по-естествено достигане до стратегията за решаване на някои типове текстови задачи и решението им да стане достъпно и разбираемо за голяма част от учениците проф. д-р З. Лалчев и проф. д-р М. Върбанова предлагат използване на различни дидактически модели: „диаграма съставена от „квадратчета и стрелки“, диаграма „Ойлер-Вен“, дървовидна диаграма, матрична диаграма (таблица).

ИЗЛОЖЕНИЕ

Съгласно държавните образователни изисквания за учебното съдържание по математика и действащите учебни програми в училищния курс по математика 5. – 9. клас учениците усвояват логически знания. Част от тези знания са свързани с: разбиране на конкретно ниво смисъла на логическите съюзи “и”, “или”, “ако....., то...”, на релациите следване ($\Rightarrow$) и еквивалентност ($\Leftrightarrow$) и на понятията “за всяко”, “съществува”, “необходимо условие”, “достатъчно условие” и “необходимо и достатъчно условие”; умение да се образува на конкретно ниво отрицание на твърдение; умение да се определя вярност на съждения, свързани с релациите <, >, ≤, ≥ и на техните отрицания. Тези знания не са обособени като конкретни знания от логиката, а са структурни елементи на останалите математически знания, изучавани в училищния курс по математика. В задължителната учебна литература операциите със съждения (конюнкция, дизюнкция и импликация) са свързани със свойства и отношения на аритметични и геометрични обекти. А в практиката често се предлагат нетрадиционни задачи и липсва обучение в методи за решаването им. Предимно се разчита на интуицията, въображението и моментното съобразяване със ситуацията или на обучение извън училище. Много често на математически състезания и олимпиади по математика на учениците се дават за решаване разнообразни логически и занимателни задачи, които чрез моделиране с дидактически модели - таблици могат да се решават по много достъпен и увлекателен за учениците начин.

При конструирането на тези дидактически модели се извършва преформулиране на задачата: текстът на задачата се преобразува от словесна в знакова форма; обектите от задачата се заменят с друг тип обекти – таблици.

1. Моделиране на логически задачи с помощта на таблици

Задачите могат да се решават чрез попълване на таблица, като верността на твърденията се отбелязва с 1 (или „+"), а неверността с 0 (или „-"). Постепенно се попълват клетките на таблицата, като се използва информацията от текста на задачата. При моделиране на тези задачи е целесъобразно да се отдели достатъчно време за прочитане на текста на задачата и отразяване на получената информация в таблицата, да се изкажат съответните съждения и да се определи тяхната вярност. Трябва да се покаже зависимостта между верността на елементарните съждения и верността на сложни съждения [1].

Както посочват в [1 и 3] проф. д-р З. Лалчев и проф. д-р М. Върбанова моделирането на логически задачи с помощта на таблици има предимно структурен характер. В модела се отразяват основните компоненти на задачата, числовата и логическата информация за тях. Попълването на таблицата изисква логико-математически разсъждения.

Приложението на метода ще илюстрираме със следващата задача.

1 задача. *Иван, Петър, Христо и Стоян са танцьор, художник, певец и журналист. Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певеца. Петър и журналистът заедно позирали на художника. Журналистът написал статия за Стоян и възнамерява да напише и за Иван. Петър не познава певеца. Определете професиите на всеки от четиримата.*
(СМБ – Секция „Изток", Коледно математическо състезание, 12.12. 2009 г., 5 клас)

Решение: Задачата може лесно и бързо да се реши чрез таблица, в която се попълва съответната информация от текста на задачата. Тъй като Иван и Христо били сред публиката на първия солов концерт на певеца следва, че тяхната професия не е певец. Така получаваме таблицата на фиг. 1.

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			0	
Петър				
Христо			0	
Стоян				

Фигура 1

Петър и журналистът са позирали заедно на художника, следователно Петър не е художник и не е журналист. Тази информация нанасяме в таблицата на фиг. 2.

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			0	
Петър		0		0
Христо			0	
Стоян				

Фигура 2

Журналистът е написал статия за Стоян и възнамерява да напише и за Иван, следователно професията на Стоян и Иван не е журналист (фиг. 3).

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			0	0
Петър		0		0
Христо			0	
Стоян				0

Фигура 3

От колона „Журналист“ става ясно, че тази професия има Христо. Следователно Христо не е танцьор и не е художник (фиг. 4).

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			0	0
Петър		0		0
Христо	0	0	0	1
Стоян				0

Фигура 4

Петър не познава певеца, следователно професията на Петър не е певец (фиг.5).

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван			0	0
Петър		0	0	0
Христо	0	0	0	1
Стоян				0

Фигура 5

От колона „Певец“ става ясно, че Стоян е певец, а от редът за Петър, че той е танцьор. Следователно остава Иван да е художник (фиг. 6).

Професия	Танцьор	Художник	Певец	Журналист
Иван	0	1	0	0
Петър	1	0	0	0
Христо	0	0	0	1
Стоян	0	0	1	0

Фигура 6

Отговор: Иван е художник, Петър е танцьор, Христо е журналист, Стоян е певец.

2. Моделиране на комбинаторни задачи с помощта на таблици

При някои комбинаторни задачи за улесняване на решението и онагледяването му е целесъобразно да се направи моделиране с таблици. Таблицата е удобен метод за конструиране и броене на комбинаторни съединения.

Дидактическите модели на задачи, представени чрез таблици могат да бъдат със структурен характер или със структурно-функционален.

2 задача. *А, Б, В и Г са четири града, като всеки е свързан с останалите с директен път. Временно директният път между А и Г е затворен. Броят на различните маршрути от А до Г, като през всеки град се минава не повече от един път, по време на ремонта е:*

а) 2; б) 3; в) 4; г) 8.

(СМБ – Секция „Изток“, Великденско математическо състезание, 26.04. 2009 г., 9 клас)

Решение: Задачата може да се реши чрез описание на различните възможни маршрути от град А до град Г и тяхното преброяване. Решението, което предлагаме е чрез моделиране с таблицата на фиг. 7, в която са конструирани съответните комбинаторни съединения (различните маршрути от А до Г).

I град	II град	III град	IV град	Маршрут	№ маршрут
А	Б	В	Г	АБВГ	1
	В	Б		АВБГ	2
	Б	-		АБГ	3
	В	-		АВГ	4

Фигура 7

Отговор: Броят на различните маршрути от А до Г е 4.

3. Броене на различни видове обекти

3.1. Броене на обекти в практически задачи

Има практически задачи, които могат да се решават по-лесен и достъпен за учениците начин, чрез моделиране с таблици. Такава е следващата задача.

3 задача. *Улицата, на която живея, има 17 къщи. Аз живея в последната къща от страната на четните номера и номерът на къщата ми е 12. Братовчед ми живее в последната къща от страната на нечетните номера. Номерът на неговата къща е:*

а) 5; б) 7; в) 13; г) 17; д) 21.

(Международно състезание „Европейско Кенгуру“, Тема 7. – 8. клас, 19 март, 2011 г.)

Решение: Тъй като последният четен номер на къща е 12, то правим извод, че броят на къщите с тези номера е 6. Според текста на задачата на улицата има 17 къщи, следователно броят на къщите с нечетни номера е 11. Чрез построяване на таблица за нечетните номера на къщите, получаваме търсения номер (фиг. 8).

Нечетен номер	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	**21**
Номер на къща	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	**11**

Фигура 8

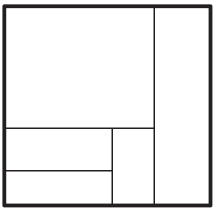
Отговор: Търсеният номер е 21.

3.2. Броене на фигури

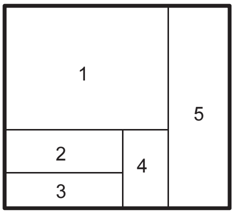
Често на математически състезания, олимпиади и други конкурси по математика, се предлагат задачи за броене на фигури, но в учебната документация липсват методи за решаване на такъв тип задачи.

Един от начините за лесно и точно броене на фигурите е чрез номериране на елементарните фигури, от които е съставена основната фигура и преброяване на получените конструкции от фигури.

4 задача. *Намерете броя на правоъгълниците на чертежа.* [4]



Решение: Номерираме елементарните правоъгълници, от които се състои квадрата с числата от 1 до 5 (фиг. 9).



Фигура 9

След това конструираме правоъгълници като комбинираме елементарните правоъгълници по двойки, тройки и т.н. Получените резултати нанасяме в следната таблица (фиг. 10).

Начин на групиране	**Комбинации**	**Брой**
единично	1, 2, 3, 4, 5	5
по двойки	(2, 3)	1
по тройки	(2, 3, 4)	1
по четворки	(1, 2, 3, 4)	1
по петорки	(1, 2, 3, 4, 5)	1

Фигура 10

Преброявайки получените комбинации, получаваме 5+1+1+1+1=9.

Отговор: Броят на правоъгълниците на чертежа е 9.

4. Занимателни задачи

5 задача. *Три сестри, вече омъжени, посещават родителите си съответно на два, три и четири дни. През колко дни и трите сестри ще се срещат при родителите си?* [2]

Решение: Задачата можем да решим чрез моделиране с таблица, в която за всяка сестра попълваме съответната информацията за дните – 1 за посещение при родителите, 0 – когато няма посещение. Попълването извършваме като започнем от деня, в който трите сестри вече са се срещнали при родителите си и знаем, че ги посещават съответно на два, три и четири дни, т.е. посещават ги през един, през два и през три дни (фиг. 11).

Брой дни	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Първа сестра	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Втора сестра	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
Трета сестра	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Фигура 11

Отговор: Трите сестри ще се срещат при родителите си през 11 дни, т.е. на всеки дванадесети ден.

Задачата можем да решим и аналитично използвайки, че трите сестри посещават родителите си в дни с номера кратни съответно на 2, 3 и 4. Тъй като най-малкото общо кратно на 2, 3 и 4 е 12, правим извода, че трите сестри ще се срещат при родителите си на всеки дванадесети ден.

Ако в текста на тази задача заменим предлог „на“ с „през“ тя се трансформира в следната текстова задача.

6 задача. *Три сестри, вече омъжени, посещават родителите си съответно през два, три и четири дни. През колко дни и трите сестри ще се срещат при родителите си?*

Задачата можем да онагледим чрез таблица, както предходната, и отговорът е на всеки 60 дни. Но по-кратко и по-бързо ще решим аналично. При него решение използваме, че всяка от сестрите посещава родителите си в дни с номера кратни съответно на 3, 4 и 5. Тъй като най-малкото общо кратно на 3, 4 и 5 е 60, то трите сестри ще се срещат при родителите си на всеки шестдесети ден.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Множествените модели, представени с таблица са подходящо и ефективно средство предимно за онагледяване структурата на задачата. Те са насочени към зрително представяне на информация за обектите, описани в задачата. Дидактическото моделиране с таблица спомага за реализиране принципа за нагледност в обучението по математика. Този дидактически модел позволява решаването на някои текстови задачи да става достъпно и занимателно за учениците, те лесно да достигат до стратегията за решаване на задачата, развива техните математически компетенции.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Върбанова, М. (2013). Структурно-функционално моделиране в началната
[2]. училищна математика. Астарта, Пловдив (сс. 138 – 174)
[3]. Ганчев, Ив. (1993). Занимателни фолклорни задачи, фокуси и игри. ИФ
[4]. „Модул“, София (стр. 58)
[5]. Лалчев, З. (2009). Математика в задачи и методи. Книга 1. за учителя в
[6]. началните класове. Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София (сс. 50 – 163)
[7]. Паскалева, З., М. Алашка, Р. Алашка (2006). Тестове по математика
[8]. самоподготовка за изпит след завършен 7. клас, първа част. Архимед, София (стр. 105)
[9]. http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28/Учебна програма по математика за V клас, последно посетен 26.08.2015
[10]. http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28/Учебна програма по математика за VI клас, последно посетен 26.08.2015
[11]. http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28/Учебна програма по математика за VII клас, последно посетен 26.08.2015
[12]. http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28/Учебна програма по математика за VIII клас, последно посетен 26.08.2015
[13]. http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28/Учебна програма по математика за IX клас, последно посетен 26.08.2015

За контакти:

Проф. д-р Маргарита Върбанова, Катедра „Алгебра и геометрия“, ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, тел: 062 64-59-43, e-mail: mvarbanova11@abv.bg

Евгения Тотева Илиева, докторант към Катедра „Алгебра и геометрия“, ВТУ “Св. св. Кирил и Методий”, тел: 0887987569, e-mail: jeniailieva@abv.bg

РУСЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ „АНГЕЛ КЪНЧЕВ"
UNIVERSITY OF RUSE „ANGEL KANCHEV"

Д И П Л О М А

Програмният комитет на
Научната конференция РУ&СУ'15
награждава с КРИСТАЛЕН ПРИЗ
"THE BEST PAPER"
проф. д-р МАРГАРИТА ВЪРБАНОВА
докторант ЕВГЕНИЯ ИЛИЕВА
автори на доклада
"Дидактически модели – матрични диаграми
в училищния курс по математика 5 – 9 клас"

D I P L O M A

The Programme Committee of
the Scientific Conference RU&SU'15
awards the Crystal Prize "THE BEST PAPER"
to Prof. Dr MARGARITA VARBANOVA
PhD student EVGENIA ILIEVA
authors of the paper
"Didactic Models – Matrix Diagrams
in the School Mathematics Course 5 – 9 class"

РЕКТОР Чл.-кор. проф. д.т.н. Христо Белоев, DHC, mult.
RECTOR COR MEM Prof. DSc. Hristo Beloev, DHC, mult.

10.10.2015