

Съвременни методи на обучение по математика

Ралица Василева-Иванова, Емилия Великова

Abstract: *This article presents some innovative methods in teaching mathematics: information technologies, project and group work, group discussion, brainstorming. Two examples in Geometry are given. The solution is visualized by mathematical software Maple 15.*

Key words: *innovative methods, teaching students, mathematical software*

ВЪВЕДЕНИЕ

Модернизирането на образованието в България е отразено в някои национални стратегии и програми, например:

- 1) в *Националната програма за развитие: България 2020* [14, с. 33-34] е включен *Приоритет 1.1. Осигуряване на достъпно и качествено образование за развитие на личността чрез осъвременяване на системата на образование и осигуряване на нейната адаптивност спрямо потребностите на пазара на труда. Неговата област на въздействие е модернизацията на образователната система за предоставяне на достъпно и качествено образование. Един от очакваните резултати от обучението в университета е по-широко приложение на интерактивните методи на преподаване, особено на свързаните с новите информационни и комуникационни технологии (ИКТ);*
- 2) в *Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006–2015 г.* [13, с. 24-25] се отчита необходимостта от *повишаване на авторитета и социалния статус на учителя като основен участник в процесите на обучение и възпитание и като ключов фактор за развитието на образователната система, чрез обучение за използване на нови, включително интерактивни методи за преподаване.*

За модернизиране на обучението по дисциплината *Линейна алгебра и геометрия*, се прилагат съвременни методи на обучение, включително информационни и мултимедийни технологии.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Прилагането на едни или други методи зависи от: *целта на урока, предпочитанията на обучаващия и нивото на обучаваните*. По мнение на В. Ванева [2, с. 10], подходящи методи на обучение в началните класове, например, са ролевите и делови игрите, работата в малки групи и др.

Много изследвания върху приложението на иновативни методи на обучение, ни дават основание да обобщим, че подходящи за обучението по математика са:

- 1) *метод на конкретните ситуации, делови игри и групови дискусии* [3], [14], [19, с. 65-70];
- 2) *метод на проектите* [10];
- 3) *мултимедийни и информационни технологии* [15], [17], [18] и др.

Методът на конкретните ситуации се определя, например, като:

- 1) *възможност за активизиране на обучаваните в процеса на обучение чрез решаване на конкретна проблемна ситуация* [1, с. 236];
- 2) *разширени ролеви игри, които имат предварителен сценарий и се осъществяват чрез учене, чрез преживяване* [6, с. 209];
- 3) *създаване на проблемна ситуация на базата на факти от реалната действителност, реконструкция на ситуацията от обучаваните и нейното осмисляне в рамките на една или друга познавателна парадигма* [16, с. 7].

Работата по проекти намира все по-голямо приложение в педагогическата практика като образователна технология, която има важно значение за постигане на качествено обучение, тъй като включва система от дейности, при които обучаваните придобиват знания и развиват умения в процеса на планиране и изпълнение на

определени практически задачи. Тя оказва силно въздействие върху субект-субектните отношения. Методът се използва във всички степени на обучението по математика в Израел и Дания. *Методът на проектите* може да бъде подходяща основа за цялостна организация на обучението, центрирана около решаването на конкретен познавателен или практически проблем.

Ц. Иванова [9] очертава следните предимства от използването на *мисловните карти в обучението по математика*: развива се логическото мислене, стимулира се творчеството, пестят се време. *Мисловните карти* се използват за визуално представяне на информация (идеи, задачи, цели), свързана чрез ключова дума или идея. В обучението по математика, те се прилагат, например, при: *съставяне на план за решение на задачата, систематизиране на обемна информация в кратка и лесна за запомняне форма, подготовка и представяне на презентация или доклад* и др.

В обучението по Висша математика, се прилагат следните съвременни методи на обучение:

- 1) *обучение чрез сътрудничество* – използва се при групово решаване на математически задачи [4], [7]. Преподавателят подготвя условията на задачи, решаването на които може да се осъществи поне по два начина, студентите работят по двойки. С участието на студентите, обучаващият провежда групов дискусия относно представените решения на задачите;
- 2) *мозъчна атака (брейнсторминг)* [8] - прилага се за актуализиране на стари знания, алгоритми за извършване на аритметични действия, които се използват за решаване на съответните задачи, както и за стимулиране на творческата активност на обучаваните по дадена тема или въпрос;
- 3) *ролеви игри* – подходящи са при обобщаване на раздел от учебното съдържание, например по следния начин: студентите се разделят на два отбора, получават условия на задачи, които трябва да решат групово. След като отборите са готови, представители от отборите демонстрира решенията на всяка задача. При вярно решение, отборът получава определен брой точки в зависимост от нивото на трудност на задачата;
- 4) *математически софтуер* - за онагледяване на решенията на задачите и повишаване интереса на обучаваните към математиката, се използва, например:
 - ♦ *GeoGebra* - за създаване на математически конструкции и динамични чертежи, които са подходящи за обучение на различни възрастови групи [20, с. 136];
 - ♦ софтуерните продукти *Mathematica* [11] и *Maple* [5] при обучение в много Висши учебни заведения у нас и в чужбина;
 - ♦ в процеса на обучение по дисциплината *Линейна алгебра и геометрия* със студентите от специалностите *Компютърни науки* и *Информатика и информационни технологии в бизнеса*, решенията на задачите се проверяват с помощта на математическия софтуер *Maple*.

Maple е мощна програма за изпълнение на сложни изчислителни процеси, която използва математическата символика и решава широк спектър от задачи, като позволява нагледна демонстрация на математическите изследвания [5, с. 10].

Примерна задача 1. Да се намери уравнението на права p , която минава през пресечната точка на правите $g_1 \rightarrow x + y - 1 = 0$ и $g_2 \rightarrow 4x + y + 2 = 0$ и е перпендикулярна на правата $g_3 \rightarrow 2x - y + 3 = 0$.

Решение:

Първи начин.

Намира се пресечната точка G (фиг. 1) на двете дадени прави чрез решаване на системата

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 4x + y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -1, y = 2.$$

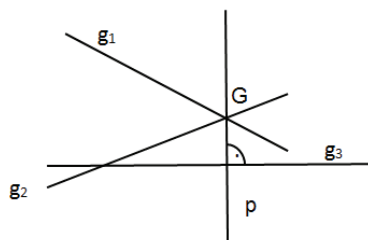
Следователно точка $G(-1, 2)$.

От условието $p \perp g_3$, ъгловият коефициент на правата p се

пресмята като $k_p = -\frac{1}{k_{g_3}} = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Тогава } p \rightarrow y - 2 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$\Rightarrow p \rightarrow x + 2y - 3 = 0.$$



Фигура 1

Втори начин:

Правата p се определя като права от снопа прави

$$p \rightarrow x + y - 1 + \lambda(4x + y + 2) = 0.$$

Перпендикулярен на тази права е векторът $\vec{n}(4\lambda + 1, \lambda + 1)$, а векторът $\vec{n}(2, -1)$ е перпендикулярен на правата $g_3 \rightarrow 2x - y + 3 = 0$.

$$\text{Щом } p \perp g_3, \text{ то } 2(4\lambda + 1) - \lambda - 1 = 0 \Rightarrow 7\lambda = -1 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{7}.$$

$$\text{Тогава } p \rightarrow x + y - 1 - \frac{1}{7}(4x + y + 2) = 0 \Rightarrow$$

$$p \rightarrow 7x + 7y - 7 - 4x - y - 2 = 0$$

$$\text{Получава се уравнението } p \rightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

Повечето студенти решават тази задача по първия начин, като проверяват решението с помощта на математическия софтуер *Maple 15*, както следва:

```
> with(geom3d);
> solve({x + y - 1 = 0, 4 x + y + 2 = 0});
```

$$\{x = -1, y = 2\}$$

```
> G := [-1 2]
```

$$G := [-1 \ 2]$$

```
> kg := 2
```

$$kg := 2$$

```
> kp := -1/kg
```

$$kp := -\frac{1}{2}$$

```
> p := 2 - y + kp*(x + 1);
```

$$p := \frac{3}{2} - y - \frac{1}{2}x$$

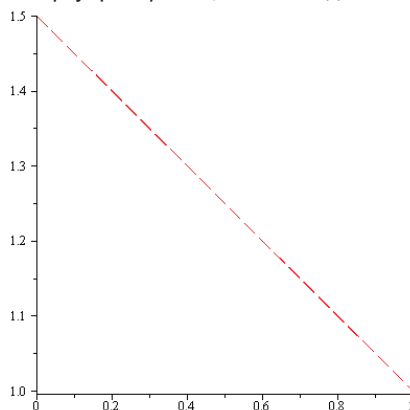
```
> p := evalm(p·2);
```

$$p := 3 - 2y - x$$

```
> with(plottools);
```

```
> with(plots);
```

```
> display(line([0, 3/2], [1, 1], color = red, linestyle = dash));
```



Фигура 2

Примерна задача 2. Да се намери уравнението на окръжност, която минава през точките $A(9, 3)$, $B(-3, 3)$, $C(11, 1)$.

Решение:

Първи начин:

Нека точката $O(x_i, y_i)$ е центърът на търсената окръжност. Координатите на точките A, B, C и O се заместват последователно в лявата страна на уравнението $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, и получените изрази се приравняват

$$(x_1 - 9)^2 + (y_1 - 3)^2 = (x_1 + 3)^2 + (y_1 - 3)^2 = (x_1 - 11)^2 + (y_1 - 1)^2,$$

следователно $x_1 = 3, y_1 = -5$.

Радиусът на окръжността се пресмята като разстояние между точките A и O , тогава $R = \sqrt{(9 - 3)^2 + (3 - (-5))^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

Уравнението на търсената окръжност е $(x_1 - 3)^2 + (y_1 + 5)^2 = 10$.

Втори начин:

Отсечките AB и AC са хорди, а техните симетралаи s_1 и s_2 , са диаметри на търсената окръжност и се пресичат в центъра ѝ.

Уравненията на правите са съответно $AB \rightarrow y - 3 = 0$ и $AC \rightarrow x + y - 12 = 0$ с ъглов коефициент $k_{AC} = -1$.

Диаметърът s_1 минава през средата $P(3,3)$ на отсечката AB и е перпендикулярен на оста Ox . Неговото общо уравнение е $s_1 \rightarrow x - 3 = 0$.

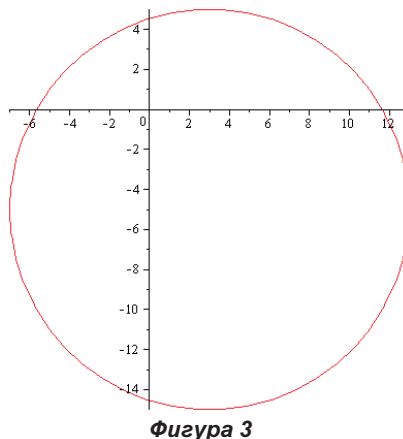
Диаметърът s_2 минава през средата $Q(10,2)$ на отсечката AC и има ъглов коефициент $k_{s_1} = \frac{-1}{k_{AC}} = 1$. Неговото общо уравнение е $s_2 \rightarrow x - y - 8 = 0$.

Координатите на пресечната точка $Z(3, -5)$ на s_1 и s_2 , която е център на търсената окръжност с радиус, се намират като се реши системата $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x - y - 8 = 0 \end{cases}$.

Радиусът е равен на $R = |\vec{AZ}| = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = 10$, тогава уравнението на окръжността е $(x_1 - 3)^2 + (y_1 + 5)^2 = 10$.

Студентите, обикновено, решават задачата по втория начин, като проверяват решението с помощта на Maple 15:

```
> with(geom3d);
> solve({x - 3 = 0, 4 x - y - 8 = 0});
      {x = 3, y = 4}
> Z := [ 3 4 ];
      Z := [ 3 4 ]
> kAC := -1
      kAC := -1
> ks1 := -1/kAC
      ks1 := 1
> AZ := [ -6 -8 ];
      AZ := [ -6 -8 ]
> R := norm(AZ, 2);
      R := 10
> with(plottools);
> with(plots);
> display(circle([3, -5], 10, color = red)); (фиг. 3)
```



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модернизирането на образованието в България е свързано с превръщането на училището и университета в привлекателно място за развитие на личността и е база за бъдеща конкурентоспособна професионална реализация.

В обучението по математика е подходящо да се прилагат следните съвременни методи на обучение: *мултимедийни и информационни технологии, включително математически софтуер*, както и обучение чрез *сътрудничество, мозъчна атака и ролеви игри*, интегрирането на които допринася за *стимулиране на когнитивното развитие и критичното мислене, създава условия за повишена активност при взаимодействието на обучаващия с обучаваните, развитие на математическата, комуникативната и социалната компетентости, развитие на умения за работа в екип и др.*

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Андреев, М. (1996). Процесът на обучението – Дидактика, Университетско издателство "Св. Климент Охридски", С., 420 с.
- [2]. Антипешева, Цв. (2013). Методически аспекти при обучението за решаване на задачи. Сп. Икономика и управление. http://fe.swu.bg/wp-content/uploads/2012/11/08_03.2013.pdf (септември 2015).
- [3]. Ванева, В. (2013). Интерактивни методи на обучение по математика в началното училище. Сборник с научни статии *Интерактивни методи на обучение и възпитание*. Университетски издателски център – РУ"А. Кънчев". с. 7-14.
- [4]. Великова, Е. (2006). Обучение в „сътрудничество“. Научно-приложна конференция Математика, информатика и компютърни науки, посветена на 20 години математика и информатика във Великотърновски университет "Св. Св. Кирил и Методий", 12-13 Май, 2006 г., В. Търново, с. 236-241.
- [5]. Великова, Е. (2006). Висша математика с *Maple* (методическо пособие). Печатна база при Русенски университет "А. Кънчев", 175 с.
- [6]. Георгиева, С. (2008). Съвременни методи и учебни технологии в обучението по история. Научни трудове на русенския университет. Том 47, серия 9. с. 206-211
- [7]. Гюрова, В., В. Божилова (2006). Интерактивността в учебния процес или за рибаря, рибките и риболова, С., 263 с.
- [8]. Делинешева, М. (2006). Методът на проектите за мотивиране на учениците за учебно-познавателна дейност в обучението по физика. Педагогика.
- [9]. Иванова, Цв., (2002). Приложение на интелектуалните карти в обучението по математика. *Proceedings of 31st Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians*, Borovets, April 3–6.
- [10]. Марашева, И. (2012). Разработване на учебни проекти по математика. Автореферат на дисертация за присъждане на ОНС ДОКТОР, Пловдивски университет, Пл., 33 с.
- [11]. Михова, А. (2013). Използване на компютърната система *Mathematica* при изучаване на определен интеграл. Научни трудове на Русенския университет „А. Кънчев“, том 51, серия 6.1, с. 47-51.
- [12]. Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищно възпитание и подготовка (2006-2015), <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-G&Id=393> (септември 2015).
- [13]. Национална програма за развитие: Европа 2020 <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-G&Id=765> (септември 2015).
- [14]. Попковчев, Т. (2010). Методът на конкретните ситуации (case study) в подготовката на педагози. Сб. *Интерактивните методи в съвременното образование*, Бл., 2010, с. 82-90

[15]. Попова Е. (2014). Мултимедийните презентации и симулации в обучението по математика – важен мотивиращ фактор за активно участие на учениците в учебния процес. Електронно списание на ДИУУ. <http://www.diuu.bg/ispisanie/broi16/16kt/16kt3.htm> (септ. 2015).

[16]. Попова, Ю. (2008). Обучение чрез казуси по дисциплината „Межкултурна комуникация“. Научни трудове на Русенски университет. Том 47, серия 6.2. с. 7-12.

[17]. Старибратов, И., Е. Ангелова (2011). Методически подходи за обучение чрез използване на електронни учебни ресурси. Сборник доклади на Национална конференция "Образованието в информационното общество" Пл., АРИО, 2011, с. 329-336.

[18]. Стоянова, Л. (2013). Интерактивно обучение по математика в началния етап на образование чрез използване на информационни технологии. Автореферат на дисертация за присъждане на ОНС доктор, Бл., 51 с. <http://rd.swu.bg/media/12039/avtoreferat.pdf>.

[19]. Табачкова, М., И. Борискина. (2014). Интерактивные методы обучения в математике, *Integration of Education*, № 3, с. 65-70.

[20]. Petkova, M. (2013). GeoGebra in school course in geometry. Proceedings of The union of Scientists-Ruse. Book 5 Mathematics, Informatics and Physics. Volume 10, pp. 136-144.

БЛАГОДАРНОСТ

Докладът е финансиран по проект 2015-ФПНО-02 „Изследване на педагогически технологии, интерактивни методи и математически модели“ по фонд „Научни изследвания“.

За контакти:

Ас. Ралица Василева-Иванова, Катедра *Математика*, Русенски университет “Ангел Кънчев”, e-mail: rivanova@uni-ruse.bg

Доц. д-р Емилия Великова, Катедра *Математика*, Русенски университет “Ангел Кънчев”, e-mail: evelikova@uni-ruse.bg