SAT-9.3-1-HP-11

Dynamics of dispersed liquid stream for free (boundless) space

Krustyo Dunchev

Динамика на разпръсната течна струя в свободно (неограничено) пространство

Кръстьо Дунчев

Dynamics of dispersed liquid stream for free (boundless) space: *It is composed a mathematical model of the spread turbulent flow, which brings liquid droplets. The are soem assumptions, taking into account the peculiarities of the flow - shape and size of the drops, their behavior in buying mass and heat exchange with the carrier phase.*

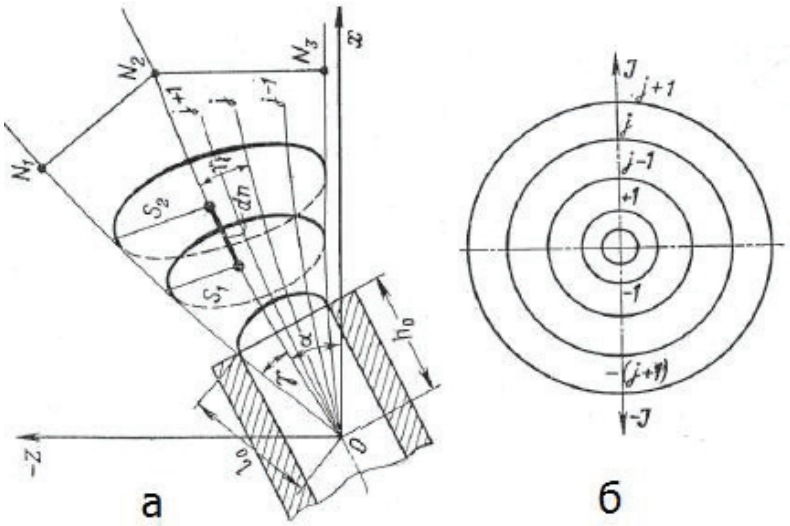
Key words: *Mathematical model, Turbulence, Heat and Mass Transfer.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Факел, движещ се в пространството при отсъствие на ограждащи го стени или значително отдалечен от тях, се приема като свободен.

За да отделим конкретен модел от поредицата, описвано със съотношението $\alpha_n \rho_n \left(\vec{V}\vec{S}\right) = \text{const}$, $\left(n = 1, 2, \ldots, N+1\right)$ и $\alpha_n \rho_n \left(d\vec{V}_i / d\tau\right) = f_i$, трябва да се определя по следната формула за изчисление на силата на съпротивление на относително движение на фазата f_c и масовата сила $\vec{f}_{\text{g}}$, действаща на течната фаза, методология за преход от сечение на елементарна струйка S към сечение на факела S_Φ [1].

В най–общия случай съвкупността от дисперсните частици, отделени от точков източник (пулверизатор), се разпространява вътре в обема на празен конус, както е показано на фиг. 1 а. Елементарната токова тръбичка, която в началния момент дели основния ъгъл на половина, наричаме централна (линия ON_2). Разглежда се обема на факела, заключен между две близки сечения на конуса, за всеки от които централната токова линия е нормала. Предполага се, че сечението на факела в нормалната плоскост е кръгло. Тогава площта на „сечението” на факела между две плоскости може да бъде изчислен като обем на елементарен цилиндър $dW = Sd_n$ (където d_n – разстояние между центровете на кръговете).



Фиг.1 Изчислителна схема на свободен факел [2]:

а – определяне на размерите на факела; б – разлагане на сечението на факела на пръстеновидни струи (1, …, j-1; j+1, … - граница на струята).

Сечението на факела е удобно да се определи като съвкупност от точки на течна фаза, едновременно и с еднаква скорост напускащи разпръсквача. С достатъчна за практиката точност площа на това сечение може да се разглежда като площ на еквивалент на кръг. Координатите на точки 1, 2, 3 в един момент от време се приемат за известни (Фиг.1 а), то за S следва:

$$S = \pi (R_1 + R_2)^{2/4}, \tag{12}$$

където $R_1 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ и $R_2 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}$.

Съответното скаларно произведение $\vec{S}\vec{V}$ се представя като SV_{T2}, където V_{T2} - проекция на скоростта на течната фаза на централната токова линия по направление движението на течността. Масовата сила $\vec{f}_g$, действаща на течната фаза е равна на:

$$\overrightarrow{f_g} = \beta\left(\rho_T - \rho_g\right)\vec{g} \tag{13}$$

Силата на съпротивление на относителното движение на фазата- $\vec{f}_c$ се определя чрез уравнение от вида $\overrightarrow{f_c}' = \frac{3}{4} C_k \frac{\beta \rho_{N+1} V_0^2}{d_к} \frac{\overrightarrow{V_0}}{V}$. Тогава при достатъчно равномерно разпределение на течността по сечението от уравнението $\alpha_n \rho_n \left(\vec{V}\vec{S}\right) = \text{const} \quad \left(n = 1, 2, \ldots, N+1\right)$ за произволен момент от време се получава

$$\beta = \frac{\beta_0 V_0 S_0}{VS} = \frac{G_T}{VS} \tag{14}$$

Изразът $\alpha_n \rho_n \left(d\overrightarrow{V_i} / d\tau\right) = f_i$ по отношение на дисперсната фаза има вида:

$$\frac{d\overrightarrow{V_T}}{d\tau} = \frac{1}{\beta \rho_T}(\overrightarrow{f_g} - \overrightarrow{f_c}) \tag{15}$$

Уравнение (4) в израза за непрекъснатата фаза позволява индиректен път за оценка на движението на газа вътре във факела. Ако в някакъв момент площта на сечението на факела е равна на S*, а дебитът газ през S* = Gr*, то може да се

запише:

$$\varepsilon^* \rho_g V_g^* S^* = \varepsilon \rho_g V_g S_g = \rho_g G_g^*, \tag{16}$$

откъдето следва

$$S_g = G_g^* / \varepsilon V_g = \pi r_g^2 \; ; \; r_g = \sqrt{G_g^* / \left(\pi \varepsilon V_g\right)} \tag{17}$$

За всяка j-та токова линия се въвежда означение за проекция на импулса на газовата фаза на i-та координатна ос ($i \in x, z$), т. е. проекцията на вектора, стоящ под знака на диференциала в уравнение $\alpha_n \rho_n \left(\vec{V}\vec{S}\right) = \text{const}$ ($n = 1, 2, \ldots, N+1$), се записва за газовата фаза: $\varepsilon \rho_g V_{gij} V_{gj} S = G_{gij}$.

Ако параметърът G_{gij} е известен от първоначалните условия, а при пресмятането – от предхождащи стъпка на изчисленията, то е лесно може да се намери скоростта на газа за всяка от токовите линии:

$$\left(\varepsilon \rho_g V_{gxj} V_{gj} S\right)^2 + \left(\varepsilon \rho_g V_{gzj} V_{gj} S\right)^2 = G_{gxj}^2 + G_{gzj}^2, \tag{18}$$

откъдето $V_{gj} = \sqrt{\sqrt{G_{gxj}^2 + G_{gzj}^2} \dfrac{l}{\varepsilon \rho_g S}}$.

За всяка j-та струйка намираме стойността на проектната V_{gxj} и V_{gzj}:

$$V_{gxj} = \frac{G_{gxj}}{\varepsilon \rho S V_{gj}} \; ; \; V_{gzj} = \frac{G_{gzj}}{\varepsilon \rho S V_{gj}} \tag{19}$$

За да се изчисли коефициента на съпротивление, намираме модул на относителна скорост за всяко от теченията j:

$$V_{0xj} = V_{mxj} - V_{gxj} \; ; \; V_{0zj} = V_{mzj} - V_{gzj} \; ; \; V_{0j} = \sqrt{V_{0xj}^2 + V_{0zj}^2} \tag{20}$$

С намерените вече стойности на скоростта се изчислява коефициента на съпротивление и масовата сила които действат на фазите:

$$\begin{gathered} f_{cxj} = f_{cj} \cos\left(V_{Txj} \wedge V_{Tj}\right) = f_{cj} \frac{V_{0xj}}{V_{0j}} \\ f_{Txj} = -f_{cxj}; f_{Tzj} = -f_{czj} + f_g; f_{gij} = f_{cij} \end{gathered} \tag{21}$$

Уравнението за запазване на количеството движение за газовата фаза има вида:

$$dG_{gij} / d\tau = f_{cij} \tag{22}$$

Интегрират се шест уравнения от вида (2.50), записани за две проекции за всяка от трите токови линии, и се получават стойности за G_{gij} за следваща стъпка в изчисленията.

За да се определи скоростта на течната фаза се записват уравн. (1.4) за всяка проекция:

$$\begin{gathered} dV_{Txj} / d\tau = -\left(f_{cxj} / \beta \rho_T\right) \\ dV_{Tzj} / d\tau = \left(-f_{czj} + f_g\right) / \beta \rho_T \end{gathered} \tag{23}$$

Накрая, по известни проекции на скоростта на течността се интегрират уравненията

$$dx_j / d\tau = V_{Txj}$$
$$dz_j / d\tau = V_{Tzj}, \quad (24)$$

по които се намира координатни точки на траекториите на всяка токова линия.

По този начин, уравн. (2)–(3), (5)–(13) представляват модел на динамиката на дисперсна система в разглеждания случай.

Началните условия на задачата необходима за изчисление по система уравнения са:

- ✓ При $\tau = 0$, течната фаза напуска разпръсквача.
- ✓ $\beta(0) = i,\ \varepsilon(0) = 0$; ето защо за всяка получена стойност $V_{gj}(0)$, $q_{gij}(0) = 0$.

Горната част на началния ъгъл на факела се намира в началото на координатата. Тогава началните координати на всяка от токовите линии се определя от отношението:

$$x_f(0) = l_0 \cos(\alpha + \theta_j \gamma)$$
$$z_j(0) = l_0 \sin(\alpha + \theta_j \gamma), \quad (25)$$

където

$$\theta_J = \begin{cases} -1\ , при\ j = 1 \\ 0\ , при\ j = 2\ , \\ 1\ , при\ j = 3 \end{cases} \quad (26)$$

където: α – ъгъл между оста x и оста на дюзата; γ – половината от началния ъгъл; l_0 – разстояние от „горната част” на факела до повърхността, зад която непрекъснатата струя започва да се разпръсква.

l_0 се приема за дължината на конуса, вписана в канала на дюзата, чийто връх съвпада с факела, изчислява се по израза:

$$l_0 = d_c / (2 \sin\gamma) \quad (27)$$

При решаване на уравнението за непрекъсната среда (при $\tau = 0$) численото интегриране е необходимо да се извърши с някакво начално време τ_1, определящо началото на разпада на теченията:

$$\tau_1 = (l_1 - l_2) / V_T(0) \quad (28)$$

Това изисква съответна корекция на първоначалните условия.

Скоростта на течността до момента τ_1 се приема за непроменлива. Разстоянието $l = l_1 - l_0$ се избира от условията за съществуване на факела, състоящ се от капки течност и съответната плътна обвивка, т. е. $\beta = 0{,}4$. В този случай: $\beta(l) = \dfrac{V_T(0)/f}{V_T / S(l)}; S(l) = \dfrac{1}{2}\pi d^2 (1 - \cos\gamma); d = 2(l + l_0) = 2\left(l + \dfrac{d_c}{2\sin\gamma}\right)$.

Тогава се получава: $\beta(l) = 1 / \left[2\left(\dfrac{2l}{d_c} + \dfrac{S}{\sin\gamma}\right)^2 (1 - \cos\gamma) \right]$ и

$\beta(0)=\left(\sin^2\gamma\right)/\left[2\left(1-\cos\gamma\right)\right]$.

От отношението $\beta=\beta(l)/\beta(0)$ се получава $l=\left(d_c/2\sin\gamma\right)\left(\sqrt{1/\beta}-1\right)$, при което:

$$l_1=l_0+l=\frac{d_c}{2\sin\gamma}+\frac{d_c}{2\sin\gamma}\left(\sqrt{\frac{1}{\beta}}-1\right)=\frac{d_c}{2\sin\gamma}\sqrt{\frac{1}{\beta}} \tag{29}$$

За $\beta=0,4$ се получава $l_1=0,79d_c/\sin\gamma$.

✓ Дебита на течността се определя от началната скорост:

$$G_T=\pi\left(d_c/2\right)^2V_{T0} \tag{30}$$

На изхода на дюзата реалното сечение на течението dS е по-голямо, отколкото площа на нормалното сечение на дюзата; в този случай V_T на границата на разпръскване трябва да бъде по-малка от V_{T0}, а именно $V_T(l)=V_T(0)\left.\frac{\pi r_c^2}{2\pi\left(l_0+l\right)^2\left(1-\cos\gamma\right)}\right|_{l=0}=V_T(0)\frac{\sin^2\gamma}{2\left(1-\cos\gamma\right)}$.

По този начин:

$$V_T(l)=\left(1+\cos\gamma\right)V_T(0)/2 \tag{31}$$

Скоростта на газа се изчислява както следва: за импулса на газа $q_g=\varepsilon\rho V^2{}_gS$ през сечението на факела S в околността на точка $l=0$ се записва във вида: $q(l)=q(0)+q^{'}(0)l+\frac{q^{''}(0)}{2l}l_2+\ldots$

Отхвърля се, че вследствие на линейността *q*(*l*) членове на порядък по-високи от първия и като се има предвид, че *q*(0)=0, получаваме $\varepsilon\rho_gV_g^2S=q^{'}(0)l$.

Замества се ε с $1-G/\left(\rho_TV_T(0)S\right)$, като се приеме скоростта на флуида е постоянна в участъка l и като се има предвид, че на малки разстояния от пулверизатора площта на сечението на факела е пропорционална на квадрата от разстоянието до върха, от (20) се получава $V_g(l)=\sqrt{k/\left(l+2l_0\right)}$. Константата k се намира от условието $\lim\limits_{l\to0}V_g=V_T(0)$, от което следва:

$$V_g(l)=V_T(0)\sqrt{\frac{2l_0}{l+2l_0}}=V_T(0)\sqrt{\frac{d_c}{d_c+l\sin\gamma}} \tag{32}$$

✓ Радиусът на факела r на разстояние l от изхода на дюзата се намира от отношението $r/r^*=\left(l+l_0\right)/l_0$, където $r^*=2l_n\sin(\gamma,2)$, респективно $r=\left(d_c/2+l\sin\gamma\right)/\cos(\gamma,2)$; $x_j=\left(l_0+l\right)\cos\left(\alpha+\theta_j\gamma\right)$; $z_j=\left(l_0+l\right)\sin\left(\alpha+\theta_j\gamma\right)$.

Останалите параметри – диаметър на капката, началната им скорост $\omega_T(0)$, коефициент на разреждане, началния ъгъл на факела – изчисляват се по емперични

уравнения за избрания дифузор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Даденият математически модел позволява с допустима точност да се изчисли разпръсканата течна струя в газова среда.

Литература

[1]. Антонов И. С., Приложна механика на флуидите, ТУ-София, 2009.
[2]. Пажи Д.Г., В.С. Галустов, Основы техники разпыливания жидкости, Москва: Химия, 1984.

За контакти:

Кръстьо Дунчев, Катедра “Хидроаеродинамика и хидравлични машини", Технически университет – София, тел.: +359895586274, e-mail: krgdun@yahoo.com

Докладът е рецензиран.