
**SIMULATION OF REED-SOLOMON CODES USING
MATLAB/SIMULINK⁴**

Yuksel Ilhanov Aliev, MSc

Computer Systems and Technologies Department,

University of Ruse "Angel Kanchev",

Tel.: 082/888 519

E-mail: yaliev@uni-ruse.bg

Abstract: This paper considers the Reed-Solomon codes, which are widely used in data storage and digital communications. An architecture of a simulation model for evaluating the corrective capabilities of the codes is proposed in the paper. The simulation is realized using MATLAB/Simulink. The demonstration of the simulation system is performed using one of the most widely used Reed-Solomon codes RS (204, 188) with $m = 8$ bit symbols, which is a shortened code of RS (255, 239) and with the possibility of correcting $t = 2$ symbol errors in the codeword. For the purpose of the simulation, a real image is used which is transmitted in two channels, one using the Reed-Solomon encoding, and the other – without the Reed-Solomon encoding. The results of the simulation are presented in graphical and analytical form.

Keywords: Reed-Solomon, simulation, encoding, decoding, error, burst-error, codeword, bit, symbol.

JEL Code: L96, L63, C88

ВЪВЕДЕНИЕ

Кодовете за контрол на грешките, известни още като шумоустойчиви кодове (Hamming, R. W., 1950; Blahut, R. E., 1983), служат за откриване и коригиране (или само откриване) на евентуално получените грешки по време на предаване по комуникационния канал или съхраняване на данните за сметка на добавяне на информационен излишък към данните. В настоящия доклад се разглеждат кодовете на Рийд-Соломон (Berlekamp, E. R., R. E. Peile and S. P. Pore, 1987), носещи името на откривателите им – Irving S. **Reed** и Gustave **Solomon**. Кодовете на Рийд-Соломон произлизат от семейството на линейните блокови кодове, които са едни от най-широко използваните шумоустойчиви кодове в цифровите комуникационни системи и в системите за съхранение на данни. Доказателство за това са долу посочените области на приложения на кодовете, където те са се утвърдили като стандарт (Wicker, S. B., V. K. Bharagava, 1994):

- Съхраняване на данни (твърд диск HDD, компакт диск CD, баркод);
- Безжични комуникации (мобилни телефони, микровълнови връзки);
- Цифрова телевизия (DVB-S, DVB-C, DVB-T, DVB-H);
- Сателитни комуникации (мисии на Voyager и Galileo);
- Широколентови модеми (ADSL, xDSL и др.).

Най-важното предимство на кодовете на Рийд-Соломон пред останалите кодове е способността им да се справят най-добре с корекцията на т.нар. „пакетни грешки” (burst errors). Причината за това е, че те спадат към групата на недвоичните кодове и следователно корекцията на грешки става на ниво символи, а не на ниво битове. При това, с увеличаване на дължината на кодовата дума, тази способност нараства.

ИЗЛОЖЕНИЕ**1. Общи сведения за кодовете на Рийд-Соломон**

⁴ Докладът е представен на сесията на 27 октомври 2017 с оригинално заглавие на български език: СИМУЛАЦИЯ НА КОДОВЕ НА РИЙД-СОЛОМОН В СРЕДАТА НА MATLAB/SIMULINK

Кодовете на Рийд-Соломон (Reed-Solomon codes, *RS* codes) са недвоични циклични кодове, символите на които представляват m -битови последователности, където m е цяло положително число, по-голямо от 1. Кодовете на Рийд-Соломон (n, k) са определени от m -битови символи за всяко n и k , за които:

$$0 < k < n < 2^m + 2, \quad (1)$$

като тук k е броят на информационните битове, подлежащи на кодиране, n е броят на кодовите символи в кодируания блок. За повечето кодове на Рийд-Соломон (n, k) е характерно, че:

$$(n, k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - 2t), \quad (2)$$

където t е броят на сгрешените символи, които кодът може да коригира, а $n - k = 2t$ е броят на контролните символи. Разширеният код на Рийд-Соломон може да се получи при $n = 2^m$ или $n = 2^m + 1$, но не и за по-големи стойности на n .

Кодовете на Рийд-Соломон имат най-голямо минимално разстояние, възможно за линейните кодове с еднаква дължина на входните и изходните блокове на кодера. За недвоичните кодове, разстоянието между две кодови думи се определя (по аналогия с Хеминговото разстояние) като брой на символите, по които се различават последователностите. Минималното кодово разстояние за кодовете на Рийд-Соломон се определя чрез следния израз (Gallager, R. G., 1968):

$$d_{\min} = n - k + 1 \quad (3)$$

Код, който поправя всички изкривени символи, съдържащи грешка в t или по-малко на брой битове, може да се изрази чрез (Sklar, B., 2001):

$$t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n - k}{2} \right\rfloor, \quad (4)$$

тук $t = \lfloor x \rfloor$ означава най-голямото цяло число, не превишаващо x . Според уравнение (4) за коригирането на t символни грешки, е необходимо да има не повече от $2t$ контролни символа. Също така от (4) следва, че декодерът ще има $n - k$ „изразходени“ допълнителни символа, количеството на които е два пъти повече от грешките, които кодът може да коригира. За всяка грешка се използва един допълнителен символ за локализиране на грешката и един – за определяне на правилната стойност на символа.

На фиг. 1 са показани някои от работните характеристики на кодовете на Рийд-Соломон в зависимост от размера, излишъка и степента на кодиране.

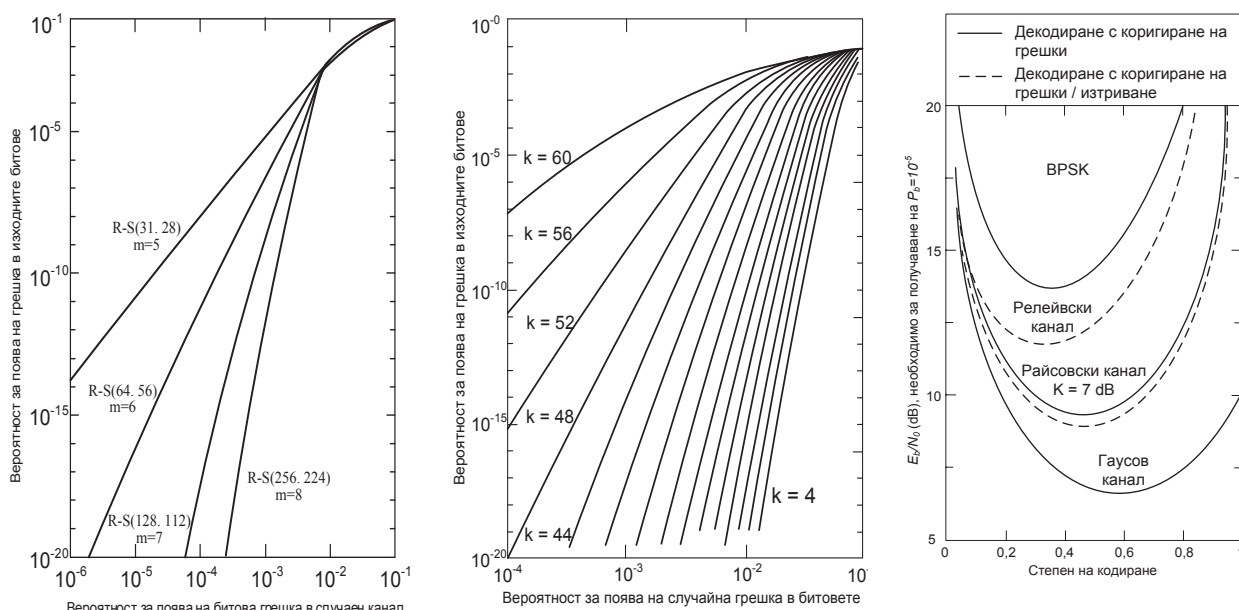
Всеки *RS* код се характеризира с примитивен полином на полето на Галоа (полином на генератора на полето) и полином на генератора на кода. В таблица 1 са дадени примерни генераторни полиноми на поле на Галоа за различни стойности на m .

Таблица 1. Някои генераторни полиноми на поле на Галоа $GF(2^m)$

m	Полином	m	Полином
3	$1 + X + X^3$	7	$1 + X^3 + X^7$
4	$1 + X + X^4$	8	$1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^8$
5	$1 + X^2 + X^5$	9	$1 + X^4 + X^9$
6	$1 + X + X^6$	10	$1 + X^3 + X^{10}$

Генераторният полином на кода се представя със следния израз:

$$\mathbf{g}(X) = g_0 + g_1X + g_2X^2 + \dots + g_{2t-1}X^{2t-1} + X^{2t}. \quad (5)$$



а) Характеристики на декодера на Рийд-Соломон като функция от размера на символите (степен на кодиране = 7/8)

б) Характеристики на декодера на Рийд-Соломон (64, k) като функция на информационния излишък

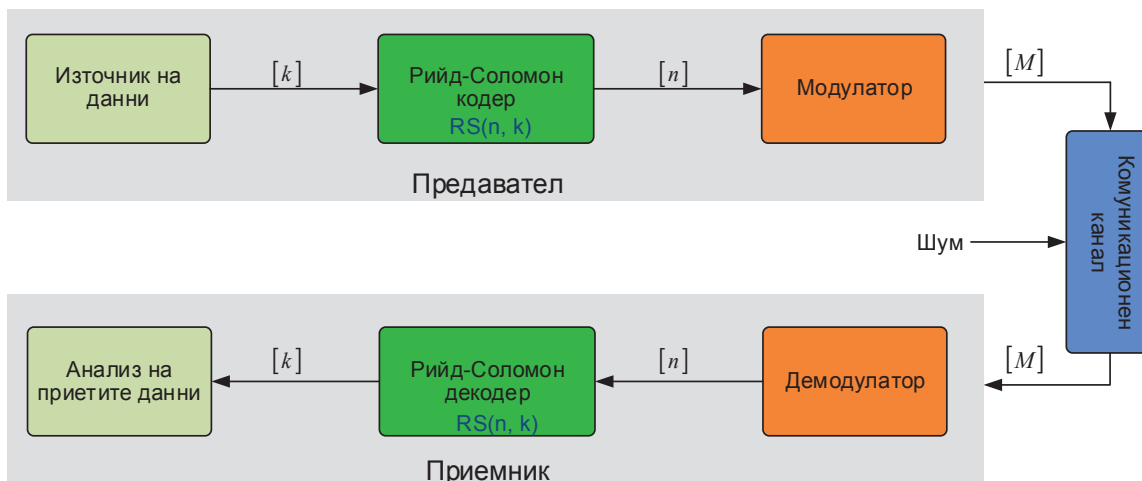
в) Характеристики на декодера на Рийд-Соломон (31, k) като функция на степента на кодиране (при BPSK модулация)

Фиг. 1. Характеристики на кодовете на Рийд-Соломон (Sklar, B., 2001)

2. Симулация на кодовете на Рийд-Соломон в условия на шум

Архитектурата на симулационната система е дадена на фиг. 2. Тя наподобява опростен вариант на цялостна комуникационна система. Принципът на работа на тази система е следният: в блока *източник на данни* се генерира съобщение под формата на фреймове с дължина k . Тези фреймове постъпват на входа на Рийд-Соломон кодера, които се кодират с код $RS(n, k)$. Изходните фреймове от кодера имат дължина n . Така получените кодови думи постъпват в блока за модулация, където се превръщат в модулирани символи M . Модулираните данни преминават през комуникационен канал, където са подложени на адитивен бял шум (Elias, P., 1955), количеството на което се определя чрез параметъра E_b/N_0 (отношение на средната енергия на сигнала, пренасящ един бит информация към спектралната плътност на шума). В приемника се извършват обратните операции.

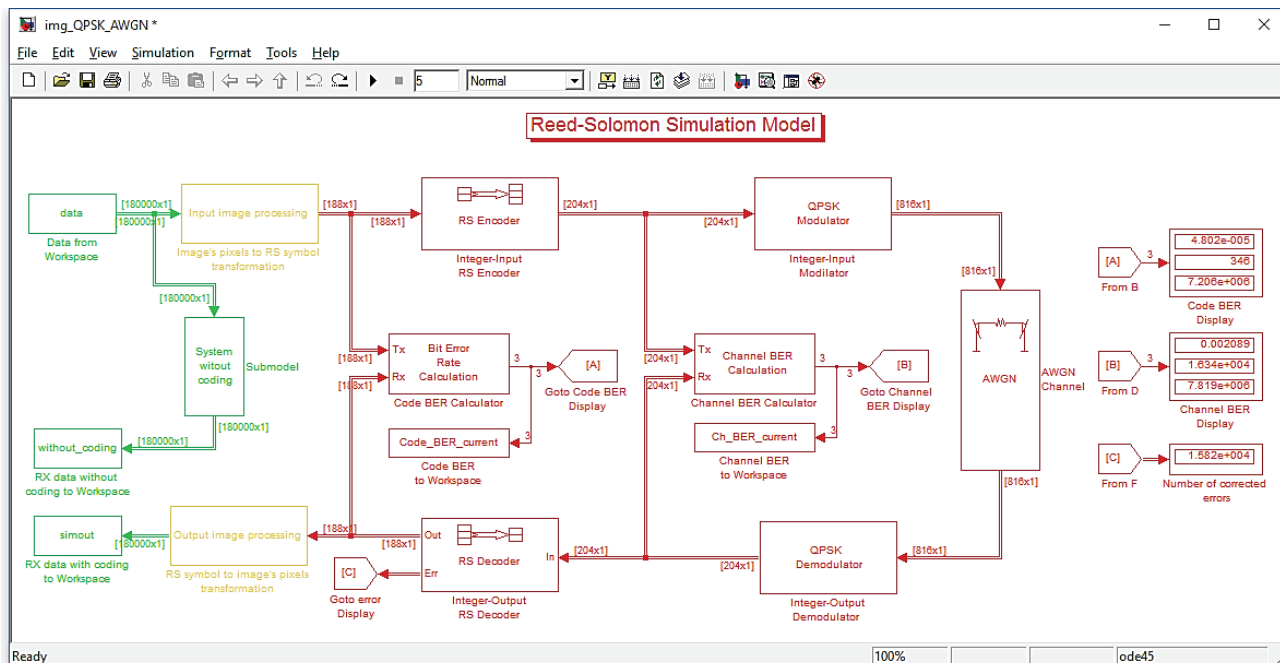
За оценка на коригиращите способности на кодовете на Рийд-Соломон се използва т.нар. коефициент на битова грешка (*Bit Error Rate, BER*), който се определя от съотношението на общия брой на предадените битове информация към общия брой на грешните битове.



Фиг. 2. Архитектура на симулационната система

3. Реализация на симулационната система

За реализация на симулацията е използвана средата MATLAB/Simulink. Simulink е графично-програмна среда за моделиране, симулация и анализ на аналогови и цифрови системи. Реализираният симулационен модел е показан на фиг. 3.



Фиг. 3. Симулационен модел в средата на Simulink

За източник на данни е използвано реално изображение. Параметрите на RS кода са: $n = 204$, $k = 188$ и $m = 8$, т.е. $RS(204,188)$. Този код е един от най-широко използваните в DVB системите. За метод на модулация е използвана квадратурна фазова манипулация (*Quadrature phase-shift keying, QPSK*). Резултатите от симулацията са представени на фиг. 4 и в таблица 2.



а) оригинално изображение

б) прието изображение с използване на RS кодиране

в) прието изображение без използване на RS кодиране

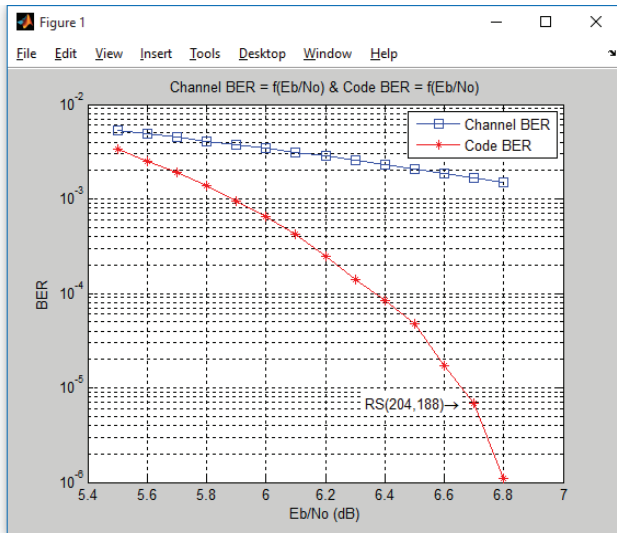
Фиг. 4. Изображение, предадено по комуникационния канал и прието с и без използване на RS кодиране

Таблица 2. Резултати от симулацията

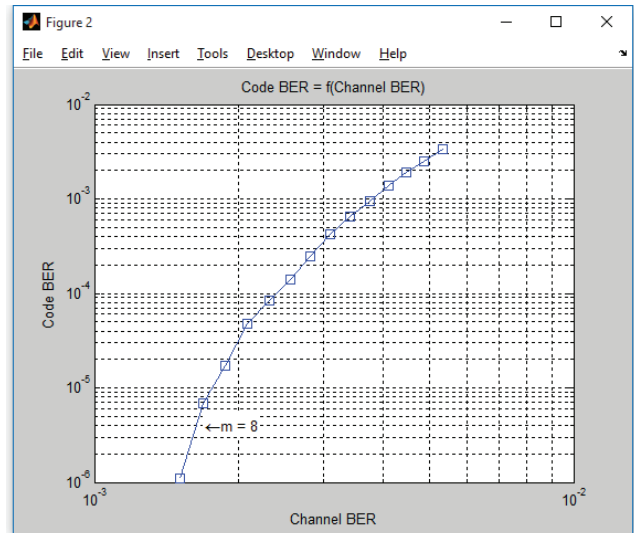
Входни параметри на симулацията		Исходни резултати от симулацията	
Размер на изображението	33,79 KB	Брой грешни пиксели в изображението без използване на RS кодиране	2973 (1,7 %)
Код на Рийд-Соломон	RS(204,188)		
Брой на битовете за символ (m)	8 bits		
Скорост на кодиране (code rate)	0,922	Брой грешни пиксели в изображението	36

Тип на модулацията	<i>QPSK</i>	с използване на <i>RS</i> кодиране	(0,02 %)
Тип на канала с шум	<i>AWGN</i>		
Мощност на сигнала	1 <i>W</i>	Коефициент на битова грешка (<i>BER</i>) на канала	$2,089 \cdot 10^{-3}$
Съотношение сигнал шум (E_b/N_0)	6,5 <i>dB</i>	Коефициент на битова грешка (<i>BER</i>) на кода	$4,802 \cdot 10^{-5}$

Същата симулация е направена за различни стойности на съотношението сигнал/шум (от 5,5 *dB* до 6,6 *dB*). Резултатите са показани на фиг. 5 в графичен вид.



а) Зависимост на каналния и кодовия BER от параметъра сигнал/шум на канала



б) Зависимост на кодовия BER от каналния BER

Фиг. 5. Резултати от симулацията при различни стойности на параметъра сигнал/шум на канала при използване на код *RS(204, 188)* и $m = 8$

От графиките на фиг. 5 следва да се отбележи, че ефективността на кодовете на Рийд-Соломон нараства експоненциално с увеличението на стойността на съотношението сигнал/шум на канала. От графиката на фиг. 5а може да се направи оценка на един много важен показател за ефективността на шумоустойчивите кодове, а именно т.нар. печалба от кодиране (*coding gain*). Печалбата от кодиране представлява разлика между съотношението сигнал/шум на система без канално кодиране и съотношението сигнал/шум на система с канално кодиране, за фиксирана стойност на коефициента на битовата грешка. В конкретната ситуация това може да се направи за $BER = 9,5 \cdot 10^{-2}$.

$$coding\ gain = E_b / N_{0|Channel_BER=9,5 \cdot 10^{-2}} - E_b / N_{0|Code_BER=9,5 \cdot 10^{-2}} = 6,8\ dB - 5,8\ dB = 1\ dB \quad (6)$$

От израз (6) следва изводът, че в конкретния случай предавателят може да излъчва с приблизително 66 % (за $code\ gain = 1\ dB$) по-ниска мощност, ако се използва кодиране на Рийд-Соломон.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализираният симулационен модел в средата на Simulink предоставя възможност за оценяване възможностите на кодовете на Рийд-Соломон. В резултат на проведените експерименти се вижда, че ако едно изображение се предаде по канал със съотношение сигнал/шум $E_b/N_0 = 6,5\ dB$, приетото изображение ще се получи с 2937 (1,7 %) грешни пиксела. Ако същото изображение се предаде по същия канал, но с използване на кодиране на Рийд-Соломон със скорост на кодиране (*code rate*) 0,92, броят на сгрешените пиксели ще

бъде само 36 (0,02 %). Следователно, използването на кодиране на Рийд-Соломон е намалило коефициента на битовата грешка BER на канала от $2,089 \cdot 10^{-3}$ на $4,802 \cdot 10^{-5}$ за $E_b/N_0 = 6,5 \text{ dB}$.

ЛИТЕРАТУРА

Berlekamp, E. R., R. E. Peile and S. P. Pope (1987). *The Application of Error Control to Communications*. IEEE Communications Magazine, vol. 25, no. 4, pp. 44 – 57.

Blahut, R. E. (1983). *Theory and Practice of Error Control Codes*. Reading, MA: Addison-Wesley.

Elias, P. (1955). *Coding for Noisy Channels*. IRE Conv. Record, 4, pp. 37 – 47.

Forney, G. D. (1966). *Concatenated Codes*. MIT Press, Cambridge.

Gallager, R. G. (1968). *Information Theory and Reliable Communication*. New York: John Wiley and Sons.

Hamming, R. W. (1950). *Error Detecting and Error Correcting Codes*. Bell Syst. Tech. J.

Sklar, B. (2001). *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Second Edition, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Wicker, S. B., V. K. Bharagava (1994). *Reed-Solomon Codes and Their Applications*. IEEE Press, New York.