

## METHODOLOGY FOR DETERMINING THE RELATIONSHIP LINE IN ROTATION STRUCTURES WHICH AXES ARE CROSSING. PECULIARITIES. PRIVATE CASES <sup>1</sup>

---

**Assoc. Prof. Zoya Tsoneva, PhD**

Department of Industrial Design,

Technical University of Varna,

Phone: + 359 894 612 359

E-mail: zoya\_tsoneva@abv.bg

***Abstract:** The article discusses the method for determining the spatial line (intersection) of intersection between rotating surfaces whose axes intersect. The aim was to propose a methodology for the implementation of the method and to specify the conditions for its realization. Also examined are the particular situations in the intersection of the surfaces, with particular attention paid to the peculiarities.*

***Keywords:** rotating bodies, intersection, descriptive geometry.*

### ВЪВЕДЕНИЕ

Задачата за определяне на пространствената линия на пресичане на ротационни тела е една от най-лесните като техническо изпълнение и същевременно една от най-трудните за обяснение и разбиране от страна на студентите.

В тази публикация авторът ще се опита да обясни максимално ясно и разбираемо каква е философията на метода, както и да предложи методическа последователност за изпълнението му, да фиксира особеностите и ограниченията на метода.

### ИЗЛОЖЕНИЕ

Методът на „спомагателните концентрични секущи сфери“ се прилага при търсене на пространствената линия на пресичане (пресечница) на взаимно пресичащи се ротационни повърхнини, но с уточнението, че се прилага само и единствено при ротационни тела, чиито оси се пресичат (или се сливат).

При този метод като спомагателни повърхнини се използват концентрични сфери.

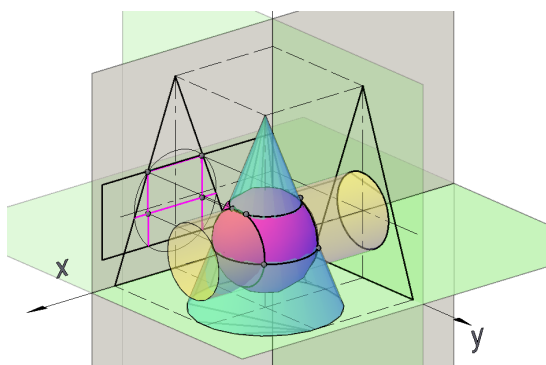
Една спомагателна сфера пресича всяка от пресичащите се ротационните повърхнини в една или две паралелни пресечници с форма на окръжности, с уговорката центърът на секущата сфера да лежи в пресечната точка на осите на пресичащите се тела.

Примерът чрез който ще бъде визуализиран методът е представен на фиг. 1 и показва пресичане на ротационни цилиндър и конус. Очевидно е, че всяка спомагателна сфера пресича ротационните повърхнини в пресечници - паралелни окръжности (меридиани на секущата сфера), успоредни (и хомотетични) на основите на пресичащите се ротационни повърхнини. Паралелните пресечници- окръжности, получени от всяка секуща сферична повърхнина се пресичат в точки принадлежащи на линията на взаимно пресичане на ротационните повърхнини. Тези пресечници-окръжности лежат в равнини, перпендикулярни на осите на пресичащите се тела (фиг.1). Следователно проекциите им върху равнината определена от осите им или успоредна на нея, са отсечки чиито пресечни точки се определят непосредствено (фиг.2). Поради това този метод се прилага, когато равнината определена от осите на пресичащите се ротационни повърхнини е разположена успоредно на някоя от

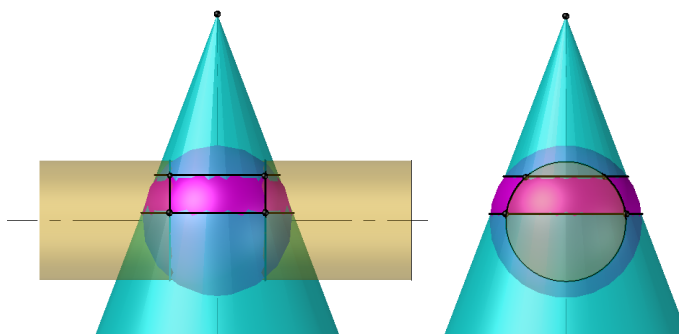
---

<sup>1</sup> Докладът е представен „56<sup>th</sup> Science Conference of Ruse University“, България, 2017 с оригинално заглавие на български език: МЕТОДИКА ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ЛИНИЯТА НА ВЗАИМНО ПРЕСИЧАНЕ ПРИ РОТАЦИОННИ ТЕЛА ЧИИТО ОСИ СЕ ПРЕСИЧАТ. ОСОБЕНОСТИ. ЧАСТИ ПОЛОЖЕНИЯ

главните проекционни равнини. Ако заданието е в общо положение, то задължително първо трябва да бъде преведено в горепосоченото частно положение (чрез трансформация), за да се реши поставената задача чрез разглеждания метод.

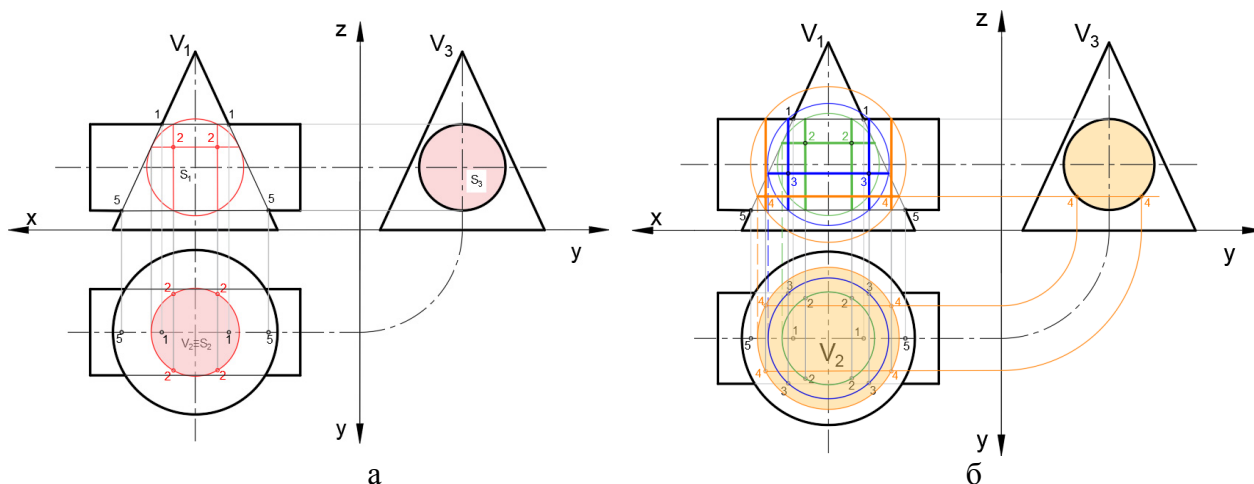


Фиг.1. Пресичане на ротационни цилиндър и конус – триизмерна визуализация



Фиг. 2. Визуализация на метода, чрез поставяне на триизмерния модел в частно положение

На чертежа на фиг. 3 са разгледани няколко стъпки от решението на поставената задача. Точки 1 и 5 са опорни и се определени непосредствено, тъй като в тях се пресичат главните меридиани (крайни образувателни) на повърхнините, които лежат на проекционната равнина. Пространствената линия на пресичане между телата започва и завършва в такива опорни точки.



Фиг. 3. Приложение на метода с една секуща сфера (а); и необходимия и достатъчен брой сфери (б).

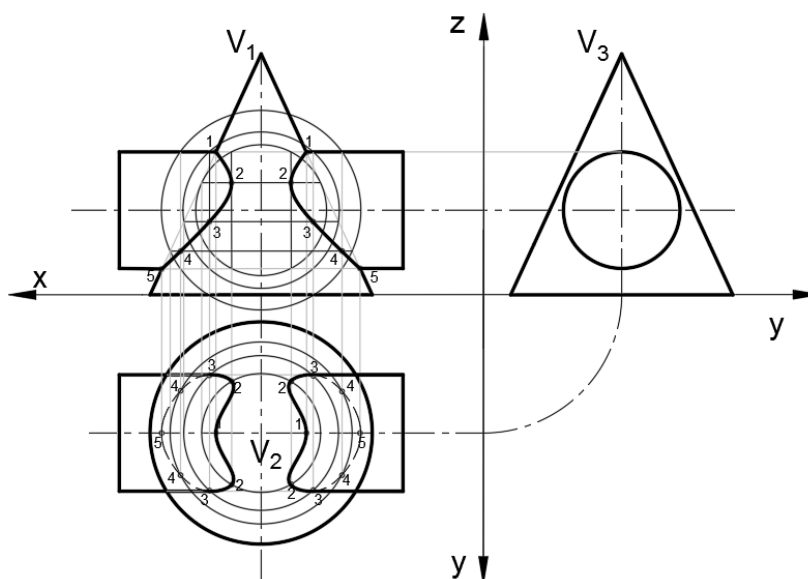
На фиг. 3а е представено построението на първата спомагателна сфера с център  $S_1$ . Построена е единствената пресечница (меридиан) от пресичането на сферата с конуса (разположен на чертежа хоризонтално) и още две пресечници (меридиани) получени от пресичането на сферата с цилиндъра (разположени на чертежа вертикално). Пресечните точки на меридианите на конуса и цилиндъра са обозначени с точка 2. Това е най-малката сфера, която има смисъл да бъде използвана при решението на задачата. Погледнато хипотетично, ако сферата е с по-малък диаметър, то тя няма да се пресича с коничната повърхнина, а използването ѝ ще е безсмислено.

На фиг.3б се построени още две секущи сфери и са намерени и техните пресичащи се меридиани. Определени са точките 3 и 4. Следва свързване на получените точки поред се определя пространствената линия на пресичане между телата.

Като препоръка може да се посочи, изчертаването на всяка от сферите и намирането на пресичащите ѝ се меридиани да се осъществява последователно, защото в противен случай решаващите задачата започват да бъркат пресичащите се меридиани на коя сфера

принадлежат, а това довежда до объркване и неправилно определяне на пространствената линия на пресичане между телата.

На фиг.4 е показано крайното решение на задачата и е определена видимостта на точките.



Фиг. 4. Окончателно решение на поставената задача

#### МЕТОДИКА:

1. Пресичащите се ротационни тела се привеждат в частно положение;
2. Мястото в което осите на двете тела се пресичат е център на спомагателните секущи сфери;
3. Изчертават се сферите последователно и се намират пресечниците на всяка от сферите с всяко от ротационните тела. Мястото в което две пресечници от една секуща сфера се пресичат е точка от пространствената линия на пресичане на ротационните тела;
4. Опорните точки се определени непосредствено, тъй като в тях се пресичат крайните образувателни на повърхнините, които лежат на проекционната равнина;
5. При използването на необходим и достатъчен брой сфери се получават множество точки принадлежащи на пространствената линия на пресичане на ротационните тела. Точките се свързват последователно.

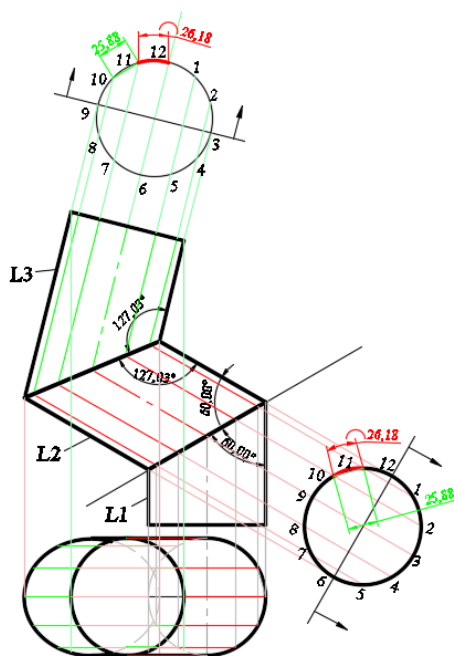
#### УСЛОВИЯ ЗА ИЗПЪЛНЕНИЕ НА МЕТОДА:

1. Методът се прилага при пресичащи се ротационни повърхнини, чиито осии се пресичат;
2. Решението на задачата се осъществява в равнина определена от осите на пресичащите се ротационни повърхнини или успоредна на нея. Ако двете пресичащи се ротационни повърхнини се проектират върху равнина успоредна на равнината в която се пресичат осите на телата, проекциите на точките от линиите на пресичане, които са симетрични спрямо същата равнина, застават една зад друга, а на епюра се сливат.
3. Диаметърът на секущите сфери е произволен, но все пак, най-малката която има смисъл да бъде използвана трябва да бъде поне допирателна и до двете пресичащите се ротационни тела или да е допирателна към едното тяло и да пресича другото. Пресечниците на ротационните тела със секущите сфери са винаги равнини перпендикулярни на оста на ротационната повърхнина.

4. Броят на сферите, които ще се използват при решението на задачата не трябва да е твърде малък, тъй като в такъв случай пространствената линия на пресичане на ротационните тела няма да е точна, но не трябва да е и твърде голям тъй като чертежа ще се претрупа.

### ОСОБЕНОСТИ ПРИ ПРЕСИЧАНЕ НА РОТАЦИОННИ ТЕЛА

На фиг. 5 е представено пресичането на три цилиндрични елемента, чиито оси лежат в една равнина. Това е очевидно от втората проекция на чертежа.

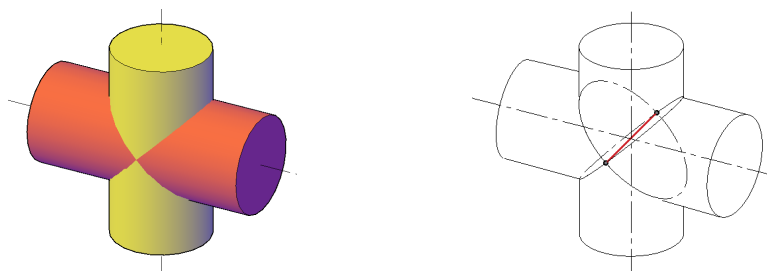


Фиг.5 Пресичане на цилиндрични елементи

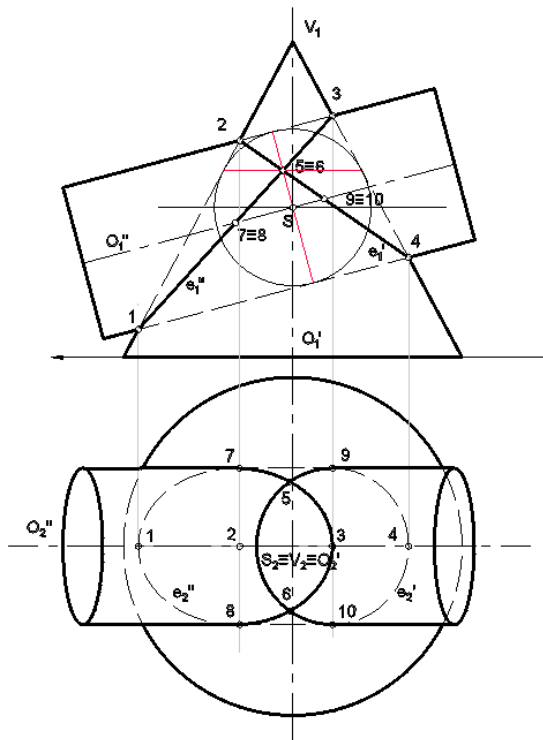
Линията на пресичане между всяка двойка цилиндрични елемента може да бъде получена по различни методи от дескриптивната геометрия, но най-общо може да се каже, че пространствената линия на пресичане между две цилиндрични повърхнини с еднакво напречно сечение е елипса, лежаща в равнина ъглополовящата към ъгъла сключен между осите им, и същевременно перпендикулярна към равнината в която лежат. При ортогонално проектиране, когато осите на пресичащите се цилиндрични елементи са успоредни към някоя от проекционните равнини пространствената линия на взаимното им пресичане се проектира като права линия, отново ъглополовяща към осите им.

Това определение е подкрепено и от Теорема, която гласи, че: Ако две ротационни повърхнини от втора степен с пресичащи се оси са описани около обща сфера, линията на пресичане се разпада на две равнинни линии от втора степен симетрични по отношение на равнината, определена от осите на двете пресичащи се повърхнини (фиг. 6).

Ако това изискване не е спазено означава, че единия от двойката цилиндрични елементи не е ротационен, а напречното му сечение е елиптично. Проектирането на подобни елиптични напречни сечения на елементите, части от система тръбни мрежи е нетехнологично, тъй като напречното сечението на подобен възел е различно в отделните му участъци и неподходящо за експлоатация, поради възможността от повишаване на налягането на пренасяния флуид в областите с по-малко напречно сечение и опасност от аварии.



Фиг. 6 Пресичане на ротационни повърхнини от втора степен с пресичащи се оси, описани около обща сфера

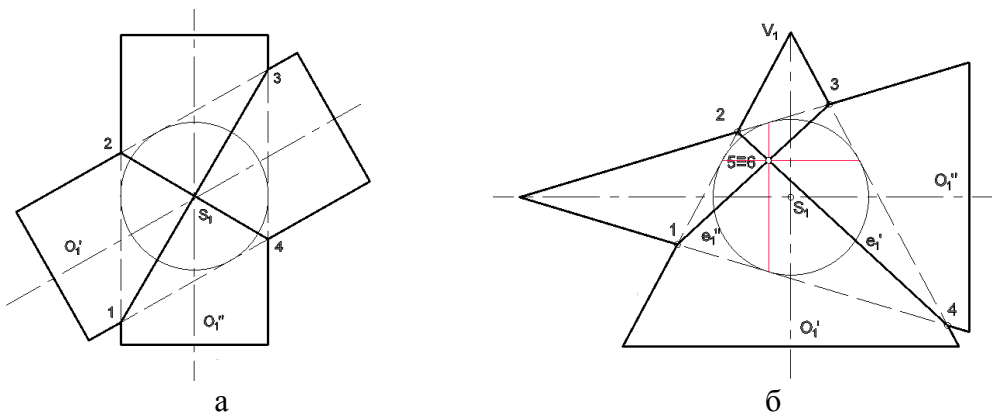


Фиг.7 Пресичане на ротационни повърхнини от втора степен с пресичащи се оси, описани около обща сфера и се разполовяват в точка S.

На фиг.7 е изобразено взаимното пресичане на ротационни конус и цилиндър и линиите на пресичане на които се разпада сечението - две равнинни линии от втора степен, които се допират в точки 5 и 6. Сечението на двете повърхнини са елипсите  $e'$  и  $e''$ . Тъй като пресичащите се меридиани на секущата сфера са перпендикулярни на фронталната проекционна равнина, а равнините на елипсите се пресичат в тях, следователно, те също са перпендикулярни на  $\pi_1$ . Тогава първите проекции на елипсите са отсечките 2-4 и 1-3.

На фиг.8 са изобразени само първите проекции на взаимното пресичане на два конуса и на два цилиндъра, чиито осите се пресичат в точка S и които също имат обща допирателна сфера с център S. Техните първи проекции също са отсечки.

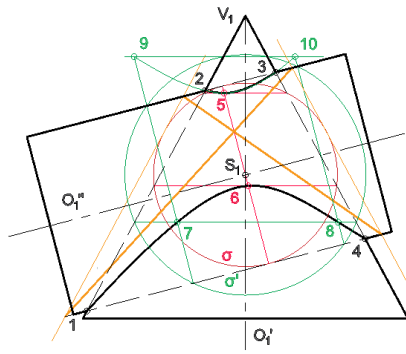
Когато пресичането е между два цилиндъра (фиг. 8а), за да имат те обща допирателна сфера, трябва да са с равни радиуси. Фигурата 1-2-3-4 при пресичащите се цилиндри е ромб. Следователно първите проекции на сечението, отсечките 1-3 и 2-4, са взаимно перпендикулярни



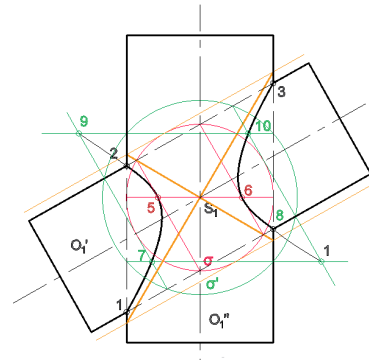
Фиг. 8 Пресичане на ротационни повърхнини от втора степен с пресичащи се оси, описани около обща сфера

В случаите когато пресичащите се ротационни повърхнини от втора степен, нямат обща допирателна сфера е в сила теорема която гласи, че когато осите на двете ротационни повърхнини от втора степен се пресичат, правоъгълната проекция на линията на пресичането им, върху равнината на осите им е хипербола.

На фиг. 9 е изобразена първата проекция на взаимното пресичане на ротационни конус и цилиндър с пресичащи се оси, и определящи равнина успоредна на фронталната проекционна равнина. Точките от линията на пресичането са определени чрез спомагателни сфери с център S. Проекцията е хипербола, чиито асимптоти са успоредни на проекцията на линията на пресичането на ротационните тела, допират се до сферата  $\sigma$  и има образувателни, успоредни на крайните образувателни на конуса.



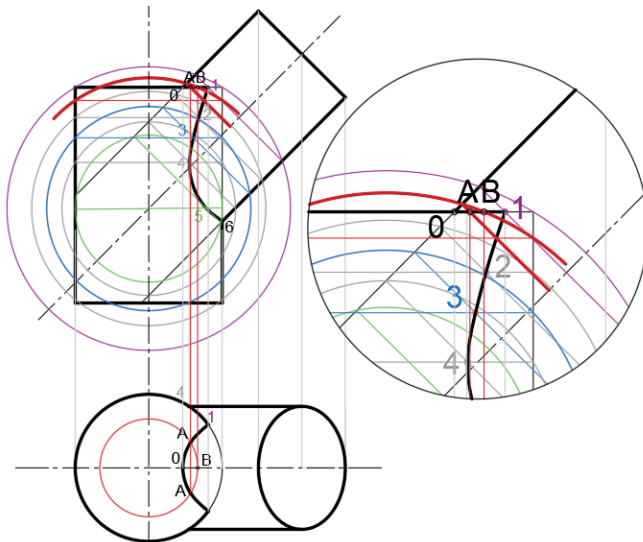
Фиг. 9 Пресичане на ротационни повърхнини от втора степен – цилиндър и конус



Фиг. 10 Пресичане на ротационни повърхнини от втора степен - цилиндри

На фиг. 10 е изобразена първата проекция от линията на пресичане на ротационни цилиндри с пресичащи се оси, които се пресичат в точка  $S$  и лежат в равнина, успоредна на фронталната проекционна равнина. Пресечницата е хипербола, точките на която са определени чрез метода на спомагателните концентрични секущи сфери. Асимптотите ѝ съдържат проекцията на линията, в която се пресичат цилиндрите, допиращи се до сфера  $\sigma$ , допирателна до цилиндъра с ос  $O'$ . Тъй като те са перпендикулярни, следователно в този случай, хиперболата е правоъгълна.

Разгледаните до момента случаи включват само взаимното пресичане на ротационни повърхнини. На фиг. 11 е разгледан случай при който ротационната повърхнина на едно тяло се пресича с основата на другото ротационно тяло. Отново е приложен метода на спомагателните секущи сфери, но решението на задачата е добре да бъде погледнато и в съседната проекция (в случая хоризонталната). Последната сфера която е употребена в решението на така поставената задача е тази при която меридиана на секущата сфера съвпада с основата на единия от пресичащите се цилиндри. На това място опорната точка не се получава при крайните обазувателни, тъй като се срещат крайна образувателна на цилиндрична повърхнина от едното тяло, с едната от основите на другото тяло. Хиперболичната линия на пресичане започва от точката в която се пресичат меридианите на последната построена сфера – точка 1.



Фиг. 11

Втората проекция на пресичащите се ротационни тела на така поставената задача се определя непосредствено и чрез проекционна връзка. Използва се и една от сферите, която има пресечница с горната основа за определяне местоположението на точки  $A$  и  $B$ .

### ИЗВОДИ

В инженерната практика често се налага проектиране на различни видове промишлени и технологични тръбни мрежи, предназначени за транспортиране на флуиди или твърди насипни товари. Изработването на такива тръбни инсталации е

предшествано от характерен чертожно-графичен труд, при който задълбоченото познаване на метода, условията при които се използва и ограниченията, които притежава биха били в плюс на проектанта.

В настоящата статия беше представена методика за изпълнение „метода на спомагателните секущи сфери“, чрез който се определя пространствената пресечница при взаимното пресичане на ротационни повърхнини, чиито оси се пресичат. Бяха изведени условията за изпълнение на метода и посочени особеностите и ограниченията му.

## REFERENCES

Petrov, G., (1971). Descriptivna gefmetria. Sofia: Izdatelstvo „Техника“ (**Оригинално заглавие:** Петров, Г., *Дескриптивна геометрия 1971*. София: Издателство „Техника“.)

Uzunov, N., Petrov, G., Dimitrov, S. (1963) Descriptivna gefmetria, chast 1. Sofia: Izdatelstvo „Техника“ (**Оригинално заглавие:** Узунов Н., Петров Г., Димитров С. *Дескриптивна геометрия, част 1. 1963*. София: Издателство „Техника“.)

Posivianskii, A., (1965). Kratkii kurs nachertatelnoi geometrii. Moskva: Izdatelstvo „Visshaia shkola“ (**Оригинално заглавие:** Посивянский А. *Краткий курс начертательной геометрии 1965*. Москва: Издательство „Высшая школа“.)

Gologovskii, V., Grineva, B., Gnatiuk, M., (1978). Nachertatelnaia geometria na algoritmicheskoi osnove. Lvov: Izdatelstvo „Vissha shkola“ (**Оригинално заглавие:** Глоговский В.В., Гринева Б.М., Гнатюк М.О. *Начертательная геометрия на алгоритмической основе 1978*. Львов: Издательство „Вища школа“.)

Iordanova, S. (2011). Proektsionni metodi v ingenernata grafika. Varna: Izdatelstvo „Kolor sprint“ (**Оригинално заглавие:** Йорданова, С. и др. *Проекционни методи в инженерната графика 2011*. Варна : Издателство „Колор спринт“.)

Tsoneva, Z., Stoianova, A. (2016). Study feature of intersecting elements of the cylinder pipe network. Possibilities for application of computer programs. *Eastern Academic Journal*, March, 2016, 89-98

URL:

<http://sistema-diedrico.blogspot.bg/2010/11/figuras-y-formas-geometricas.html> (Accessed on 30.02.2017).