

ANALYSIS OF THE HEDGING OF PORTFOLIO WITH FUTURES

Byulent Idirizov, Doctoral student

Department of Mathematics,

“Angel Kanchev” University of Ruse

Tel: +359 87 6965721

E-mail: byulent.idirizov@bulmarket.bg

Abstract: *In this paper a mathematical model for determining the impact of the price of the traded asset on the value of the portfolio in trading with futures is considered. The model can also be used with other type of derivatives, such as forwards. It helps for a making a detailed analysis of the portfolio's nature, gives transparency and clarity. Making a good analysis of the portfolio is key to successful investing and successful trading, which can be used by traders to develop strategies to reduce the risks and to increase the profit in trading with futures and other similar derivatives.*

Keywords: *Futures, Forwards, Future contracts, Forward contracts, Portfolio management, Stock exchange, Price, Derivative, Finance, Long Market Position, Short Market Position.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Фючърсите са едни от най-използваните деривати и имат изключително важна роля на финансовите пазари. Те помагат за определянето на ценовите очаквания за продукти от всякакъв род, като например борсово търгувани стоки, акции и лихвени проценти. Те могат да се използват и за снабдяване със суровини, както и за хеджиране срещу пазарната волатилност. Утвърждаването им като важен борсов инструмент е резултат от уникалните възможности, които те осигуряват за спекулиране и за хеджиране. Теорията на портфейлите претърпя сериозно развитие през последните години. С желанието да бъде допринесено към това развитие са изведени уравнения за намиране на нужната текуща цена на търгувания фючърс, за да може стойността на фючърския портфейл да бъде равна на търсената стойност и за изчисляване на промяната в стойността на портфейла при промяна на цената на актива.

ИЗЛОЖЕНИЕ

1. Какво е фючърсен договор? Хеджиране с фючърси.

Фючърсен договор, познат още като фючърс, е стандартизиран дериватен инструмент, който представлява споразумение между две страни за покупка или продажба на даден актив на предварително определена цена с доставка на бъдеща дата. Фючърсите се появяват в средата на 19 век, когато започват да се създават централизирани пазари за земеделски продукти, предшественици на които са форуардните договори. Съвременният фючърсен пазар обхваща не само земеделски стоки, а също и суровини, валути, индекси и ценни книжа.

По своята същност хеджирането е сключване на фючърсна сделка и заемане на равностойни, но обратни позиции на пазара с налични активи (стоки или ценни книжа) и на фючърския пазар, за да се защити дадена позиция на спот пазара от загуба на колебания в цените. Хеджирането е възможно благодарение на обстоятелството, че цените на пазарите на налични стоки и ценни книжа и цените на фючърските пазари имат тенденция да се променят едновременно, но не пропорционално, тъй като те реагират на едни и същи ценообразуващи фактори. Рисковете от колебанията на цените на стоки, услуги, ценни книжа не могат изцяло да се избегнат с хеджинга, но те могат да се ограничат и сведат до минимум при поставянето на целите и планирането на печалбата. Затова и хеджирането е особено важна характерна черта на съвременните борса. Стратегията на хеджърите се определя от техните очаквания за промяна на цените за бъдещ период на двата пазара – спот и фючърския пазар. С приближаване на месеца

на доставка по фючърския контракт цените на спот пазара и на фючърския пазар проявяват тенденция на сближаване на една към друга, като разликата между тях се нарича база.

Хеджирането с фючърси се реализира в два варианта, познати в борсовата практика като дълго хеджиране (покупно) и късо хеджиране (продажно). Например, когато търговец купи фючърс, той очаква цената на търгуваната единица да се повиши достатъчно в бъдеще, така че да може да реализира печалба, това се нарича заемане на дълга позиция. Къса позиция е продажба на нещо, което не се притежава, с надеждата да бъде купено в бъдеще на по-ниска от продажната цена, с което да бъде реализирана печалба.

При хеджирането на фючърси, резултатът при заета дълга позиция се изчислява с уравнение (1.1.), а при заета къса позиция с уравнение (1.2.). Общия резултат от всички заети позиции за един фючърс се изчислява с уравнение (1.3.).

$$\text{При дълга позиция:} \quad R_i = (CP - FP) * V - T \quad (1.1.)$$

$$\text{При къса позиция:} \quad R_j = (FP - CP) * V - T \quad (1.2.)$$

$$\text{Общ резултат:} \quad R = \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * L_i * V_i - T_i) + \sum_{j=1}^m ((FP_j - CP) * L_j * V_j - T_j) \quad (1.3.)$$

където:

R	–	Резултат
CP	–	Текуща цена за търгувана единица
FP	–	Фиксирана цена
T	–	Такса към борса или брокер
V	–	Количество търгувани единици
L	–	Лъвиридж на заета позиция
i	–	Брой дълги позиции
j	–	Брой къси позиции

2. Дефиниране.

При наличие на портфейл, състоящ се от заети дълги и къси позиции с различни количества относно една фючърсна котировка, ще бъдат изведени уравнения за математическо изчисляване на нужната текуща цена на съответния фючърс, така че в съответствие на която стойността на портфейла да бъде равна на търсената стойност, и за изчисляване на промяната в стойността на портфейла при промяна в цената на търгувания актив.

Решението на тези въпроси може да улесни управлението на портфейлите и да помогне при вземането на важни решения при търговията с фючърси и други подобни деривати.

3. Извеждане.

Крайната стойност на портфейла при наличие само на отворени позиции е равна на сбора от началната и стойност и резултата от търговската дейност (печалба/загура) извършвана със паричните средства образуващи портфейла (1.4.). Аналогично търсената стойност на портфейла е сбор от началната стойност и търсения резултат от търговската дейност.

$$P_N = P_0 + R \quad (1.4.)$$

където:

- P_0 – Началната стойност на портфейла
(начално салдо + резултат от затворени позиции до текущия момент)
 P_N – Крайната стойност на портфейла (при наличие само отворени позиции)

и

$$P_N \geq 0; P_0 \geq 0.$$

Описваният портфейл се състои само от отворени позиции, дефакто резултатите от затворените позиции в предходните дейности са вписани към началната стойност на портфейла. Общият резултат за портфейла е сумата от резултатите на отворените заети дълги и къси позиции. Ако с R_i е отбелязан резултатът от заетите дълги позиции, с R_j резултатът от заетите къси позиции и с R - общият резултат за портфейла, то:

$$R = R_i + R_j \quad (1.5.)$$

където

$$R_i = \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * L_i * V_i - T_i)$$

$$R_j = \sum_{j=1}^m ((FP_j - CP) * L_j * V_j - T_j)$$

Ако с p се отбелязва заетата позиция и:

$$p = \begin{cases} +1, & \text{дълга позиция} \\ -1, & \text{къса позиция} \end{cases}$$

тогава

$$R_i = \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * p_i * L_i * V_i - T_i) \quad (1.6.)$$

$$R_j = \sum_{j=1}^m ((CP - FP_j) * p_j * L_j * V_j - T_j) \quad (1.7.)$$

От формули (1.5.), (1.6.) и (1.7.) следва, че:

$$R = \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * L_i * V_i - T_i) + \sum_{j=1}^m ((FP_j - CP) * L_j * V_j - T_j) =$$

$$= \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * L_i * V_i - T_i) + (-1) * \sum_{j=1}^m ((CP - FP_j) * L_j * V_j - T_j)$$

или

$$R = \sum_{i=1}^n ((CP - FP_i) * p_i * L_i * V_i - T_i) + \sum_{j=1}^m ((CP - FP_j) * p_j * L_j * V_j - T_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{n+m=N} ((CP - FP_i) * p_i * L_i * V_i - T_i)$$

което също може да бъде представено като:

$$R = \sum_{i=1}^N ((CP - FP_i) * p_i * L_i * V_i - T_i) . \quad (1.8.)$$

Текущата цена е основният фактор, който може да повлияе на резултата от дейността и на стойността на портфейла. В зависимост от заетите позиции със съответните количества и фиксирани цени, то при покачване или при намаляване на текущата цена на търгуваната единица, стойността на портфейла също може да се повиши или понижи.

От (1.5.) и (1.8.) следва, че:

$$P_N = P_0 + \sum_{i=1}^N ((CP - FP_i) * p_i * L_i * V_i - T_i), \quad \text{където } CP = const \quad (1.9.)$$

$$\text{От (1.9.)} \Rightarrow P_N - P_0 = CP * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (T_i) \Rightarrow$$

$$CP = \frac{P_N - P_0 + \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) + \sum_{i=1}^N (T_i)}{\sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i)} \quad (1.10.)$$

Уравнение (1.10.) изразява, че търсената текущата цена за търгуваната единица зависи от началната и търсената стойност на портфейла, фиксираните цени, количества, позиции, избраните ливъриджи и таксата, която трябва да бъде платена за съответната търговска дейност на борсата:

$$\sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) \neq 0$$

От знаменателя може да бъде направен изводът, че за да може да се получи търсената цена на търгуваната единица, сумата от произведенията на заетите позиции по количествата и нивата на ливъриджа трябва да бъде различна от 0. Произведението на количествата и нивата на ливъриджа при заетите къси позиции трябва да бъде различно от произведението на количествата и нивата на ливъриджа при дългите позиции. В противен случай промяна в цената на търгуваната единица не променя стойността на портфейла. При наличие на подобен случай стойността на портфейла може единствено да бъде повлияна от таксата, която трябва да се плати за да могат да бъдат заети съответни позиции. Тогава крайната стойност на портфейла е равна на разликата между началната и стойност и дължимата такса (1.11.):

$$P_N = P_0 - \sum_{i=1}^N (T_i) \quad (1.11.)$$

В този случай, за да бъде избегнат фалит, стойността на дължимата такса винаги трябва да бъде по-малка от началната стойност на портфейла.

$$0 < P_0 - \sum_{i=1}^N (T_i) \Rightarrow \sum_{i=1}^N (T_i) < P_0$$

В общия случай стойността на дължимата такса трябва да бъде по-малка от сумата от началната стойност на портфейла и резултата от търговската дейност преди таксуване (1.12).

$$\sum_{i=1}^N (T_i) < P_0 + CP * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) . \quad (1.12)$$

Промяната в стойността на портфейла при промяна в цената на търгувания актив може да бъде изведена от формула (1.9.):

$$\text{от (1.9.)} \Rightarrow R = CP * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (T_i) \quad (1.13)$$

$$R + \beta = (CP + 1) * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (T_i) \quad (1.14)$$

$$(1.14) - (1.13) \Rightarrow \beta = \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i)$$

Тук β е промяната в стойността на порфейла при единица положителна промяна в цената на актива, съответно ако цената се промени с K единици, то промяната в стойността на порфейла ще бъде равна на: $K * \beta$ или $K * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i)$.

4. Пример.

Търговец фиксирал три дълги позиции на фючърс на ICE Gasoil за септември 2019, на USD 565,00, USD 571,25 и USD 573,75 със съответните количества 1000т., 300т., и 1500т., и четири къси позиции на същия фючърс на USD 550,25 USD 581,00, USD 595,50 и USD 605,00 със съответните количества 200т., 1000т., 300т., и 500т. Ако първоначалната стойност на портфейла е USD 50 000,00, таксата към брокер е USD 1,00 на търгувано количество в тонове и цената на фючърс на ICE Gasoil за септември 2019 е USD 563,00. При каква текуща цена, стойността на портфейла би достигнала USD 100 000,00 ?

*(приема се ливърдж за ICE Gasoil е 1:1)

Решение:

$$CP = \frac{P_N - P_0 + \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) + \sum_{i=1}^N (T_i)}{\sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i)}$$

$$CP = \frac{50\,000,00 + 424\,800 + 4\,800}{800} = USD\,599,50,$$

където

$$P_N - P_0 = USD\,100\,000,00 - USD\,50\,000,00 = USD\,50\,000,00;$$

$$\sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) = 1\,597\,000 - 1\,172\,200 = 424\,800;$$

$$\sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) = 2750 - 1950 = 800;$$

$$\sum_{i=1}^N (T_i) = USD\,1 * \sum_{i=1}^N (V_i) = USD\,4\,800.$$

Спазено е условие (1.12.).

$$P_0 + CP * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) = 50\,000 + 479\,600 - 424\,800 = 104\,800;$$

$$4\,800 = \sum_{i=1}^N (T_i) < P_0 + CP * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) - \sum_{i=1}^N (FP_i * p_i * L_i * V_i) = 104\,800.$$

Уравнението показва, че при съответните заети пизии, стойността на портфейла може да достигне *USD* 100 000,00, когато цената на търгувания актив се повиши на *USD* 599,50. В случая тежестта на заетите дълги позиции е по-голяма от тази на заетите къси позиции, което показва, че при намаляване на стойността на актива, стойността на портфейла също ще намалява и аналогично при увеличаване на стойността на актива, стойността на портфейла ще се увеличава. Скоростта на промяна на стойността на портфейла ще бъде тема на изследване в бъдещи публикации.

ИЗВОДИ

Представени са модели за изчисляване на нужната текуща цена на съответния фючърс, така че стойността на портфейла да бъде равна на зададена от нас стойност и на промяната в стойността на портфейла при промяна в цената на търгувания актив. Уравненията дават ясна прозрачност на състоянието на портфейла, могат да помогнат при изчисляване на вероятността от фалит на портфейла и определяне на нейната стабилност, както и при вземане на важни решения. Тези уравнение могат да бъдат използвани и при управление на други деривати (напр. суапове, форуърди и др.).

REFERENCES

- Capinski M., Zastawniak T., (2003) Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering, 134-138
- Redhead, Keith (1997). Financial Derivatives: An Introduction to Futures, Forwards, Options and Swaps
- Seydel Rüdiger U., (2012) Tools for Computational Finance, Springer, Berlin
- http://basaga.org/wiki/index.php?title=Видове_хеджиране

ACKNOWLEDGEMENTS

The research is supported by a contract of Rousse University "Angel Kanchev" with No. BG05M2OP001-2.009-0011-C01, "Support for the development of human resources in the field of research and innovation at the Rousse University" Angel Kanchev ", funded by the Operational Program "Science and Smart Growth Education 2014-2020, co-funded by the European Social Fund of the European Union."