

MAKING INVESTMENTS DECISIONS UNDER UNCERTAINTY

Assoc. Prof. Iliyana Raeva, PhD

Department of Natural Sciences and Education,

“Angel Kanchev” University of Ruse

Phone: 082-888 606

E-mail: iraeva@uni-ruse.bg

Abstract: The most commonly used models in financial analysis tasks are stochastic. Within the risk analysis model, it is often necessary to perform a large number of iterations to identify the change in performance across different variables, according to a given distribution. The report examines different approaches for determining project risk in decision making under uncertainty. Examples of application of research in real projects are presented. Interpreting the results by using the cumulative risk profile, determining the maximum possible cost to obtain information that reduces risk uncertainty, decision tree.

Keywords: investments, cumulative risk profile, investment decision, financial analysis

ВЪВЕДЕНИЕ

В областта на икономиката и финансите понятието „**риск**“ се определя като отклонение от един или повече резултати на едно или повече бъдещи събития от тяхната очаквана стойност. Стойността на тези резултати може да е позитивна или негативна. Много често причина за появата на негативен резултат е **неопределеността**, при която е взето дадено икономическо или инвестиционно решение. Рискът и неопределеността са две различни явления, които се припокриват в известна степен. Най-често неопределеността се дефинира като невъзможност да се предвиди поведението на системата, за която е взето решение. Причините за неопределеността могат да бъдат много и различни.

Неопределеността [1] и рискът играят важна роля в предприемаческата дейност, заключвайки в себе си противоречието между планирането и действителността, като източник за развитието на тази дейност. При инвестиционните проекти неопределеността е свързана с непълнота и неточност на информация за вътрешни и външни условия при реализацията на проекта, поради което са възможни едни или други събития, вероятностните характеристики на които са неизвестни.

Основните източници на неопределеност са следните:

- непълнота и недостатъчни знания за икономическата област на обкръжаващия ни свят;
- неосведомеността за законите на природата;
- случайността;
- противодействието.

Съществува обаче и известно разграничение между риск и неопределеност [2]. Неопределеността означава недостиг на информация за вероятни бъдещи събития, докато рискът означава ситуация, изходът от която не може да се предвиди, но съществуват вероятности за всеки възможен изход. За разлика от неопределеността, рискът е променлива величина, чиято количествена мярка е вероятността за благоприятен или за неблагоприятен изход.

Тези две явления оказват голямо влияние върху развитието на икономиката и финансите и тяхното изследване и анализ са в основата на вземане на решения за определена инвестиция или разработване и изпълнение на проекти.

ОЦЕНКА И АНАЛИЗ НА РИСКА ПРИ ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЕ В УСЛОВИЯТА НА РИСК И НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ [3], [5]

Ще разгледаме някои основни мерки за оценка на риска и теоремата за очакваната полезност, на базата на които ще бъдат представени модели за оценка на риска при вземане на решения.

1. Мерки за оценка на риска

Тъй като рискът е вероятностна категория, той най-често се измерва с вероятността за възникване на някакво ниво на загуби на инвестициите.

• **Математическо очакване ME** (mathematical expectation)

Мярка, използвана за най-прости ситуации, която е равна на вероятността за настъпване на риск: $ME = p$. Ако е известна величината на загубите X при настъпване на рисково събитие, то $ME(X) = X \cdot p$. Тази величина се измерва в парични единици.

• **Средно квадратично отклонение и коефициент на вариация**

Нека S е стандартно възникнала рискова ситуация, описана със случайната величина X , която има вероятностно разпределение със значения на променливите $x_1, x_2, \dots, x_n$. От гледна точка на вземащия решение, всяко значение на дадената величина има определена полезност. Като естествено по-големите значения на полезност са по-предпочитани от по-малките. Ако с $U(x)$ е означена функцията на полезност, като по-ефективна мярка за неопределеност на риска се използва средното квадратично отклонение $\sigma = \sqrt{Var(U(x))}$. Ако X съответства на „печалба“, може да се счита, че $U(X) = X$, а ако X е „загуба“ то $U(X) = -X$. Следователно $U(X)$ е също случайна величина. Най-простите величини, които я определят са математическото очакване $E[X]$ и дисперсията $D[X]$.

При определена икономическа интерпретация, математическото очакване $E[U(X)]$ показва средно прогнозируемия резултат, но това не гарантира степента на отклонение на реалния резултат, както в положителна, така и в отрицателна посока. Полезността на крайния резултат се изразява с формулата: $U(X) = -\sigma(U(X))$.

В повечето случаи и ситуации, очакваната по-голяма печалба е свързана с по-голям риск. Тогава предприемачът е поставен пред съблазънта да се спре на по-голямата печалба, въпреки по-големият риск.

• **Коефициент на вариация**

Степента на отклонение на значенията на математическото очакване се определя от стойността на коефициент на вариация (KB):

$$V(x) = \frac{\sigma(U(X))}{E(U(X))}. \quad \text{Колкото е по-голям KB, толкова по-силна е изменчивостта на}$$

признака. Оценка на коефициента на вариация за риска е приблизително следната:

- до 10 % - слаба вариация (малък риск);
- 10-25 % - умерена вариация (умерен риск);
- над 25% - висока вариация (голям риск).

• **Value at the risk (VaR)**

VaR е стандартна мярка за риск на даден актив или портфейл от активи във финансовата математика и финансовият мениджмънт. Изчислява се за определен интервал от време, за определен актив и зададена вероятност, като например VaR от 10 млн. лв., при вероятност $p=99\%$ и времеви хоризонт 1 ден, означава, че вероятността активът да загуби повече от 10 млн. лв. за 1 ден е 1%.

Въвеждането и използването на тази мярка са свързани с целта да се построи ефективна оценка на капитала, който може да бъде загубен в резултат на най-неблагоприятното стечение на обстоятелства т.е. за най-точното определяне на капитала, който може да бъде загубен в най-лошия случай. Обикновено за оценка на капитала, който може да бъде изгубен се използва ниво на вероятност $\alpha = 0,05$. Тогава VaR се определя като горната граница на доверителния полуинтервал на нивото α , на сумата, която може да бъде изгубена. По такъв начин α

представлява квантил от ниво α на функцията на разпределение на загубите. Ако загубата е разпределена нормално с математическо очакване $E(X)$ и дисперсия $\sigma^2(X)$ то

$$VaR_{\alpha}(X) = E(X) + F^{-1}(1 - \alpha)\sigma(X),$$

където $F^{-1}(1 - \alpha)$ е квантил на стандартното разпределение на ниво $1 - \alpha$.

По аналогичен начин, ако се разсъждава за печалбата може да се определи критерий за определяне на размера на печалбата в най-лошия случай.

Определянето на законите [4] на разпределение на случайните величини, описващи последствията от вземане на решение се позовава на теорията на вероятностите и Централната гранична теорема. На практика, ако законът на разпределение на дадена случайна величина е неизвестен, то за получаването на предварителните средни характеристики на тази величина може да се приеме, че тя има нормален закон на разпределение дотогава, докато има достатъчно основание да се счита, че величината има друг закон на разпределение. Функцията на разпределение в този подход се изчислява по формулата:

$$F(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{x - a}{\sigma}\right), \text{ където } \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$$

където:

a - математическото очакване на X ,

σ - средноквадратичното отклонение на X ,

$\Phi(X)$ – функция на Лаплас.

2. Теория на Даниел Бернули

При изграждане на своята теория, Бернули е направил конкретно предположение за това, че полезността нараства пропорционално относително, а не абсолютно на увеличаването на капитала, т. е.

$$\Delta U(x) = a \cdot \frac{\Delta x}{x}. \text{ При преход към безкрайно малко нарастване, получаваме: } \Delta U(x) = a \cdot \frac{dx}{x}$$

откъдето изразяваме $U(x) = a \cdot \ln(x) + b$.

По нататък Бернули предложил вместо математическото очакване на самата случайна величина да се използва за оценка на полезността математическото очакване на нейната полезност, а именно $V(A) = E_u(X_A)$, където X_A е случайна величина, приемаща значения, равни на очакваните парични суми.

Анализът на рисковите алтернативи е първата крачка към възникване на теорията за полезността, която в последствие заема видно място в икономическата теория.

3. Теорема за очакваната полезност

Теоремата за очакваната полезност утвърждава, че съществува достатъчно единен принцип на основата на който може да се обясни от какво се ръководи рационалният човек вземайки едно или друго решение в условията на риск. Човек се счита за рационален, ако:

- преследва непротиворечиви, съгласуващи се помежду си цели;
- използва средства, пригодни за достигане на поставените цели.

Рационалният човек никога не извършва действия просто така.

Теорема (за очакваната полезност) Съществува ограничена и непрекъсната функция на полезност на действието u , която на всяко действие A съпоставя значение на полезност $u(X_A)$ и притежава следните свойства:

$(A \geq B) \Leftrightarrow E_M(X_A) \geq E_M(X_B)$ При това функцията u се определя с точност до линейното преобразование, което означава, че ако u_1 и u_2 са две функции, удовлетворяващи (1), то съществуват постоянни числа α и β , за които:

$$u_1(x) = \alpha \cdot u_2(x) + \beta$$

Тази теорема показва, че при всяка сложност на структурите на неопределеност и предпочитания има единна конструкция, позволяваща да се определят точните количествени характеристики на тези предпочитания. По такъв начин, тази теорема обхваща и ситуацията, когато два индивида реагират на една и съща неопределена ситуация по различен начин.

ОСНОВНИ МОДЕЛИ ПРИ ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯТА НА РИСК

Вземането на решение за определено действие в реалната икономическа действителност е една от най-важните и трудни задачи. Това налага разарботването на математически модели и методи за оценка на риска, особено при наличието на неопределеност. Ще разгледаме най-често прилаганите в практиката подходи и критерии за вземане на решения.

• Критерий на Лаплас

Този критерий е един от най-често използваните в задачите за вземане на решения в условия на неопределеност. Същността на метода се състои в следното:

Вероятностите за пребиваване на изучаема система във всяко нейно възможно състояние S_i , $i=1, K$, m са неизвестни. Поради това отсъства и необходимата информация за това, дали тези вероятности са различни. Следователно, не може да предположим, равни вероятности за реализация на всички възможни ситуации на системата. По такъв начин, изходната задача може да се разглежда като задача за вземане на решение в условията на риск, когато се избира решение X_i обезпечаващо средната най-голяма очаквана печалба при матрица на доходите V .

$$E = \max_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V_{ij}$$

или решение X_i обезпечаващо в среден минимум загубите, ако V е матрица на загубите.

$$E = \min_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V_{ij}$$

Тук е отчетено, че вероятността на пребиваване на системата в състояние S_i са еднакви и равни на $1/m$.

• Критерий на Гурвиш

Този критерий установява баланс между най-песимистичния и най-оптимистичния вариант по пътя на нарастване на двата варианта за вземане на решения в условията на неопределеност с тегла α и $1-\alpha$, $0 \leq \alpha \leq 1$. Фактически той е аналогичен на критерия на Лаплас, но предполага друг начин на оценка на математическото очакване на печалбата(загубата). Именно ако V е матрицата на печалбата, то по критерия на Гурвиш се избира решение X_i обезпечаващо максималното средно значение на печалбата E_i , където:

$$E_i = \alpha \max_j v_{ij} + (1 - \alpha) \min_j v_{ij} .$$

Ако V е матрица на загубите то по критерия на Гурвиш, се избира решение X_i обезпечаващо среден минимум на загубите E_i , където

$$E_i = \alpha \min_j v_{ij} + (1 - \alpha) \max_j v_{ij}$$

α – показател на оптимизма. Това значение се избира от лице, вземащо решение в зависимост от опита да се вземе решение в условията на неопределеност и лична склонност към оптимизъм ($\alpha \rightarrow 1$) или песимизъм ($\alpha \rightarrow 0$). При отсъствие на ярко изразена склонност, $\alpha=0.5$.

• Минимакс/ максимин критерий

Този критерий е най-прецизен, тъй като неговата реализация предполага избор на най-добрата от най-лошите възможности.

Нека V е матрица на загубите при вземане на решение от дадено лице имащо избор X_i от множеството на допустими решения. $\{G_i\}, i = 1, K, n$ и реализация на системата във възможно състояние S_i . Тогава, независимо от възможните състояния, най-голямата загуба, може да се пресметне по формулата:

$$E_i = \max_j V_{ij}, \quad i = 1, K, n$$

При minimax критерия се избира решение $X_i \in G$ за което:

$$E = \min_i E_i$$

По аналогичен начин, ако V е матрица на печалбата, решението X_i се избира в съответствие с критерия maximin:

$$E = \min_i E_i$$

$$E_j = \min_j V_{ij}$$

Като недостатък на този критерий може да се посочи, че в определени случаи се получават нелогични решения.

ИЗВОДИ

Оценката и анализа на риска е едно от най – важните стъпки при разработването и реализирането на икономически проекти.

За качествената и ефективна оценка на риска е необходимо:

- да се предвидят и прогнозират конкретните рискове на проекта и пораждащите ги причини;
- да се направи анализ на стойностния елемент на хипотетическите последствия на възможните реализации на отбелязаните рискове;
- да се направи качествен анализ при отчитане на възможностите за изменение на всички фактори(променливи) на проекта, при който има вероятност за риск.

Практическото използване на разгледаните в доклада модели за анализ на риска при вземане на решения за осъществяване на проекти води до извършване на качествен и количествен анализ на риска.

REFERENCES

Hill, D. R., *Energy Efficiency Financing: A review of risks and uncertainties*, May 2019, Conference: 42nd IAEE International Conference: Local Energy, Global Markets, At Montreal, Canada

Swam, J. (2007), *Financial Modeling: A Finance and Management dpecial report*. ISBN: 978-1-84152-513-6, Publisher: Institute of Chartered Accountants of England and Wales

Kartasheva, A. (2006) Design of Investment Promotion Policies. *International Journal of Industrial Organization*

Arrow, K. J. (1982). Risk Perception in Psychology and Economics. *Economic Inquiry* 1982, 20(1), Western Economic Association;

Алехин, Е. И. (2006) *Теория риска и моделирование рисковх ситуаций* , ГОУ, стр. 36-50.