

MATHEMATICAL PROBLEM POSING IN ELEMENTARY SCHOOL³

Assist. Prof. Desislava Georgieva, PhD

Department of Algebra and Geometry

Faculty of Mathematics and Informatics+

St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo, Bulgaria

Phone: +359 887 244 498

E-mail: d.georgieva@ts.uni-vt.bg

Abstract: D. Polya – prominent scientist and educator consider the idea for problem-posing from learners. This article reviews the opinion of the different researchers. On the base of the outlined classification of the solved problems in elementary school is concretized the situation for problem-posing from school pupil. It is concluded that the synergistic process of creative activity problem-posing and problem-solving must start from the earliest stage of training.

Keywords: Problem-posing, Mathematical problem classification, Problem-posing activity, Problem-posing situations.

JEL Codes:

ВЪВЕДЕНИЕ

Идеята за обучение по математика чрез съставяне на задачи от обучаваните е изказана от Д. Пойа (Polya, G., 1975). Той отбелязва, че понякога, когато решаваната задача е *трудна за атакуване*, то е по-добре да се формулира нейно обобщение, т.е. нова задача, която се решава по-лесно. Начините, които предлага за *видоизменяне* на задачата са: разлагане и рекомбиниране, връщане към дефиницията, обобщение, въвеждане на помощни елементи, специализация и аналогия (Polya, G., 1972). В резултат от работата по съставяне на задачи, у учениците се формира по-положително отношение към математиката, те са по-отговорни и мотивирани да се обучават. От гледна точка на преподаването, поставянето на задачи също е полезен инструмент даващ възможност на учителите да развият *по-добро разбиране на познавателни процеси на учениците, на време да откриват възможни погрешни схващания, да получават информация за нивото на обучение и да приспособят своя процес на преподаване* (English, L., 1997).

ИЗЛОЖЕНИЕ

Понятието задача

Описанието на понятието *математическа задача*, съобразено с изучавания обем от знания в начален етап на образованието е следното: „Последователност от мисли, чрез която се задава дескриптивно едно множество от обекти А, което е подмножество на множеството В от математически обекти и се изисква това множество да се зададе:

а) конструктивно – ако е крайно множество;

б) да се покаже, че елементите му могат да бъдат получени чрез краен брой пъти приложения на някои построения, характеризиращи определени чертожни инструменти“ (Varbanova, M., 2013).

М. Върбанова определя понятията *условие на задачата* – частта от задачата, чрез която се задават множествата А дескриптивно и В дескриптивно или конструктивно и *заключение (въпрос)* на задачата – частта, чрез която се посочва исканото задаване на множеството А (Varbanova, M., 2013).

³ Докладът е представен на в секция Образование – изследвания и иновации на 25 октомври 2019 с оригинално заглавие на български език: СЪСТАВЯНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ В НАЧАЛНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Задачите в началния училищен курс

Класификацията на решаваните задачи в началния училищен курс по математика се извършва по различни признаци:

1. Според дейностите включени в решението на задачата: за изчисление; за елементарни построения; за пропедевтика на доказателство.
2. Съобразно включените понятия: математически и нематематически.
3. В зависимост от преобладаващото учебно съдържание: аритметични, алгебрични, геометрични и др.
4. Според ролята на задачите в учебно-познавателната дейност: за мотивация на новото знание; за подготовка за възприемане на новото знание; за формиране на нови знания; за усвояване на новите знания; за приложение на новите знания в нови ситуации; за затвърдяване на знанията; за оценка на изучени знания.
5. Прямо броя на задачите компоненти (броя на пресмятанията): елементарни (адитивни и мултипликативни), съставни (адитивни, мултипликативни и адитивно-мултипликативни)
6. Съобразно множествения модел на практическата ситуация от тип: (Множество – Множество – Множество; Множество – Релация – Множество; Релация – Релация – Релация)
7. Елементарните задачи, според действието, с което се решават са: права и обратни задачи.

Елементарните задачи с модел Множество – Релация – Множество, при които не е известен броят на елементите от първото множество, а са известни броят на елементите от второто множество и релацията се наричат *косвени задачи*.

Преимущества на дейността съставяне на задачи

Съставянето на задачи се разглежда като подходяща дейност в обучението за решаване на математически задачи:

- обучаваните, които имат опит в съставяне и решаване на собствени задачи, свързани с определена ситуация, се справят значително по-добре с математически тестове, отколкото другите ученици, които само решават готови задачи от учебниците (Kilpatrick, J., 1987);
- съставянето на математически задачи предоставя възможности на изследователите за проучване на: математическото мислене и опитност на учащите; взаимодействието на когнитивната и афективната сфера; умението за решаване на задачи и разбирането на математиката (Silver, E., 1994);
- самостоятелното съставяне на различни математически задачи спомага за най-цялостно изясняване на самите задачи, тяхната структура и механизъм за решаване (Fridman, L., 1998).

Д. Милушева-Бойкина (Milusheva-Boykina, D., 2013) разглежда умението да се реши дадена задача и да се съставят и решат нейни обратни задачи, като важен критерий за оценяване достигнатата от ученика дълбочина на разбиране на изучавания материал, като подходящо средство за обучението му в решаване на задачи и като критерий за равнището на неговото творческо мислене.

Е. Силвър (Silver, E., 2013) отбелязва, че процесът съставяне на задачи е намерил отражение в образователните стандарти на редица държави като САЩ, Австралия, Англия и Китай, където той е използван и като крайна учебна цел, и като способ за постигане на важни образователни цели. Този метод е прилаган в различни възрастови групи от ученици, в начална училищна степен, до студенти, бъдещи учители.

В. Милушев (Milushev, V., 2016) излага тезата си за положителното влияние на съчетаното използване на дейностите съставяне и преобразуване на математически задачи върху формирането и развиването в рефлексивно-синергетичен план на комплексни знания и умения у учениците.

Подкрепям мнението на Д. Милушева-Бойкина и В. Милушев, че за формиране на умения за съставяне на задачи е необходимо тази дейност да започне още при малките ученици, като постепенно в следващите класове тя се разширява и задълбочава съобразно придобитите знания (Milusheva-Boykina, D., Milushev, V., 2013).

Базовите учители от три училища във Велико Търново още в първи клас умело използват дейността *съставяне на текстови задачи* за разбиране и усвояване на структурата на задачата – *условие и заключение* (въпрос). Когато някое дете състави само условие, те задават насочващи въпроси „Това задача ли е?, „Какво липсва?“, „Какво трябва да се добави?“. Предоставя се възможност на всички да проявят творчество и да съчинят задача от техния житейски опит и налични познания за света около тях. По този начин се постига принципа за прагматично-възпитателно обучение, като учениците самостоятелно откриват примери за практическото значение на математиката и допълнително се убеждават, че математическите закони отразяват реалния свят (Varbanova, M., 2013). За тази творческа математическа дейност е необходима голяма доза съзнателност, чрез нея се активира бурна мисловна дейност.

В началното училище тази дейност допринася за задълбочаване на интердисциплинарната интеграция между учебните предмети *Математика*, *Български език* и *Човека и природата*. Съставянето на задачи би могло да се използва и за осъществяване на междупредметни връзки с *Човек и общество*, *Чужд език* и *Изобразително изкуство*. Чрез съставянето на текстови задачи по картинка или израз, децата усвояват правилен словоред, съгласуване по род и число, разлика между съобщителни и въпросителни изречения, научават значението на нови думи използвани от съучениците си. Затвърдяват знанията си за животните и растенията, за природните процеси изучавани по *Човека и природата*. Когато съставят по картини, това може да има възпитателен ефект, като децата се учат на толерантност, съпричастност и взаимопомощ.

Ако се постави конкретна тема, неотдавна изучавана по *Човека и обществото* и се предостави достатъчно време, учениците от трети и четвърти клас биха могли да съставят интересни задачи. Поставено като домашно задание съвместно с родителите, те биха затвърдили и разширили познанията си за историята на България. По изучавания поне две години, чужд език, могат да затвърдят знанията си, като съставят елементарни задачи с изучените фрази и думи. Тези две приложения предстои да бъдат апробирани.

В малките класове учениците пишат по-бавно, затова се прилага устното съставяне, при което те усвояват умения за общуване – изслушване на другия и зачитане на мнението му. Научават се да изчакват изказването на съучениците си и учтиво си помагат, когато се налага. Ако са измислили задача, но техен съученик е измислил със същия контекст, те бързо варират данните или контекста, като се получава своеобразен брейнсторминг. В по-горните класове (трети и четвърти клас) записването на текста на задачата може да служи за проверка на усвоените граматични и пунктуационни правила.

Как да се съставят задачи от учениците в началното училище

Преди или успоредно със съставянето на задачи, може да се въведе и дейността *преформулиране* на дадена решена задача, като се използват насочващите въпроси: *Какво друго може да се намери освен търсеното? При какви други данни може да се намери търсения елемент?* (Ganchev, I., 1971).

Д. Килпатрик предлага обучаваните да формулират подпроблеми на даден проблем, да съставят задачи, свързани с дадената, да преформулират недобре формулирани задачи (Kilpatrick, D., 1987).

Е. Силвър отбелязва, че съставянето на нови задачи и преформулирането на съществуващи може да се извърши преди, по време и след решаването на дадена задача чрез: използване на ситуация или преживян опит; преформулиране с цел намаляване на трудността; преразглеждане на условията и ограниченията (Silver, E., 1994).

Е. Стоянова и Н. Елертон, класифицират ситуацияите за съставяне на математически задачи (Stoyanova, E., Ellerton, N., 1996):

- *свободна ситуация* – обучаваните съставят задача от дадена измислена или реална ситуация;
- *полуструктурирана ситуация* – на обучаваните се задава отворен проблем, който да изследват и да допълнят неговата структура, като приложат своите математически знания и умения;
- *структурирана ситуация* – обучаваните съставят нова задача, която произлиза от дадена задача или проблемна ситуация.

Е. Великова и М. Петкова систематизират стратегии за съставяне на задачи от ученици от горен курс в извънкласно обучение, като някои от тях могат да бъдат приложени и в начален курс: задаване на спомагателни задачи, аналогия, обвързване със специфично решение, съставяне на верижка от задачи (Petkova, M., Velikova, E. 2015).

И. Минчева предлага следните варианти на упражнения за съставяне на текстови задачи: по конкретна реална жизнена ситуация; по илюстрация; по схема; по таблица; по чертеж; по дадено решение (Mincheva, I., 2010).

Можем да обобщим мненията на отделните автори и да конкретизираме следните ситуации за съставяне на задачи от ученици в началното училище:

1. По картина изобразяваща реална житейска или учебна ситуация.
2. По илюстрация с конкретен брой обекти (хора, животни, растения, предмети) – съставяне на адитивни или мултипликативни задачи.
3. По конкретна тема зададена от учителя, която може да е свързана с национален празник или историята на държавата, или с всекидневен контекст, по дадена приказка, да е свързана с друг учебен предмет.
4. По дадени данни – конкретни числа; фиксиран брой предмети; данни с мерни единици; информация организирана в таблица.
5. Свободна ситуация, в която по даден отговор учениците да измислят задача.
6. Задачи съставени с определена цел: да могат да бъдат решени от всички ученици; да затруднят съучениците си; да се пресмятат устно, да имат занимателен характер.
7. Да съставят задачи, като използват изучени математически понятия.
8. Задачите да включват специфичен метод на решение – адитивен, мултипликативен; или адитивно-мултипликативен.
9. Полуструктурирани ситуации базирани на ситуация с непоставена цел (липсва въпроса).
10. От проблемна ситуация с излишна информация да съставят няколко задачи.
11. По записания модел, чертеж или схема на вече решена задача.
12. Съставяне на текстова задача по решение (числов израз или равенство).
13. Посредством вариране на математическата терминология (например замяна на понятието триъгълник с квадрат или правоъгълник).
14. Вариране на семантичната структура – от косвена задача да съставят права и обратно.
15. Поставяне на множество цели (въпроси) на база добре структуриран проблем.
16. Съставяне на серии от задачи (решението на задача е включено в решението на следващата).
17. Задаване на по-кратко условие.
18. Съставяне подобна на задача, която може да се реши с няколко подхода.
19. Аналогична на множество от текстови задачи, с общ подход на решение.
20. От съставна задача образуване на задачи компоненти.

Използването на голяма част от предложените варианти спомага за разнообразяване на педагогическия процес, повишаване на мотивацията за работа, развитие на логическото мислене и формиране на научен мироглед.

ИЗВОДИ

Съставянето на математически задачи е изключителна творческа дейност, която не бива да се пренебрегва от началните учители, защото чрез нея допълнително се стимулира познавателната активност и интелектуалното развитие на обучаваните. Тази дейност допринася за обвързване на математиката с живота, за формиране на положително отношение

към учебния предмет, за усвояване на математическите понятия, за изясняване на структурата и механизмите за решаване на задачите и постигане на редица възпитателни цели.

Синергетичният процес съставяне-решаване на математически задачи трябва да започне още от най-ранен етап на обучение.

REFERENCES

Ganchev, I. (1971). For mathematical problems. Sofia: National education (**Оригинално заглавие:** Ганчев, И., 1971. За математическите задачи. София: Народна просвета)

English, L., (1997) The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34 (3), 183-217.

Fridman, L. (1998). Theoretical foundations of the methodology of teaching mathematics. A manual for teachers, methodologists and pedagogical universities. Moscow Psychosocial Institute. Moscow: Flint (**Оригинално заглавие:** Фридман, Л., 1998. Теоретические основы методики обучения математике. Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. Московский психо-социальный институт. Москва: Флинта).

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? Schoenfeld, A. (ed.) *Cognitive science and math. education*, H.: Lawrence Erlbaum, 123-147.

Milusheva-Boykina, D., & Milushev, V., (2013). The activity of mathematical problem posing, *Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology*, 5, Society for Cultural and Scientific Progress In Central and Eastern Europe, Budapest.

Milushev, V., (2016). Reflexive-synergetic approach in mathematical education. *Strategies of Educational and Scientific Policy*, 24 (1), 67-83. (**Оригинално заглавие:** Милушев В., 2016. Рефлексивно-синергетичен подход при обучението по математика. Стратегии на образователната и научната политика, 24 (1), 67-83).

Mincheva, I. & Mincheva, I. (2010) Methodology for teaching mathematics in elementary grades, Plovdiv: Astarta (**Оригинално заглавие:** Минчева, И. (2010) Методика на обучението по математика в началните класове, Пловдив: Астарта)

Petkova, M. & Velikova, E., (2015) GeoGebra Constructions and Problems for Arbelos and Archimedean circles. Paper presented at the *GeoGebra Global Gathering*, 15–17 July, 2015, Linz

Poya, D., (1972). How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton: Princeton Science Library (**Оригинално заглавие:** Пойа, Д. Как да се решава задача? Един нов аспект на математическия метод. София: Народна просвета, 1972, 151 с.)

Poya, D., (1975). Mathematics and plausible reasoning. Moscow: Science (**Оригинално заглавие:** Пойа, Д., 1975. Математика и правдоподобные рассуждения. 2 изд. М., Наука).

Silver, E., (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, Vancouver, Canada: FL M Publishing Association, 14 (1), 19-28.

Silver, E., (2013). Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht: Springer Science+Business Media, 83, 157-162.

Stoyanova, E. & Elerton, N., (1996). A Framework for Research into Students' Problem Posing in School Mathematics. P. Clarkson (ed.), *Technology in mathematics education*. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia, 518-525.

Varbanova, M., (2013). Methods of teaching mathematics in elementary grades, Plovdiv: Astarta (**Оригинално заглавие:** Върбанова, М., (2013). Методика на обучението по математика в началните класове, Пловдив: Астарта)