

FRI-2G.305-1-ERI-05

DETECTION OF MATHEMATICAL ABILITY FOR LOGICAL THINKING IN 10TH GRADE STUDENT⁴

Mag. Valeriya Krusteva-Radneva

Department of Mathematics

Faculty of Natural Sciences and Education

University of Ruse "Angel Kanchev"

Tel.: +359 884 709 500

E-mail: vale__19@abv.bg

Assoc. Prof. Emilia Velikova, PhD

Department of Mathematics

Faculty of Natural Sciences and Education

University of Ruse "Angel Kanchev"

Phone: +359 885 635 874

E-mail: evelikova@uni-ruse.bg

Abstract: *Personality development gets its full realization through the harmonious deployment of human abilities. Capabilities are an essential characteristic of the individual, a decisive factor in all spheres of life. That is why the development of abilities is an important unit in the system of modern education and education and is one of the central tasks of the training. Therefore, the essential importance of learning is the general and special abilities of man.*

Keywords: *Mathematical abilities, Logical thinking, Tasks, Experimental research*

JEL Codes:

ВЪВЕДЕНИЕ

Развитието на личността получава своята пълноценна реализация чрез хармоничното разгръщане на способностите на човека. Способностите са същностна характеристика на личността, решаващ фактор във всички сфери на живота. Ето защо развитието на способностите е важно звено в системата на съвременното образование и възпитание и е една от основните задачи на обучението. Затова от съществено значение в обучението са общите и специалните способности на човека.

Целта на тази разработка е да се открият ученици от десети клас, които притежават математическата способност „логическо мислене“.

Основни задачи за постигане на актуалната цел са:

1. Теоретични основи на понятието математическа способност за логическо мислене.
2. Експериментално изследване.
3. Анализ на резултатите.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Теоретични основи

Въпросът за математическите способности не е еднозначно решение в психологическата и педагогическата литература. Има различни определения, които описват същността на математическите способности по-кратко или по-обстоятелствено, но съдържателно те до голяма степен се доближават.

⁴ Докладът е представен в секция Образование – изследвания и иновации на 25 октомври 2019 с оригинално заглавие на български език: ОТКРИВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКАТА СПОСОБНОСТ ЗА ЛОГИЧЕСКО МИСЛЕНЕ У УЧЕНИЦИТЕ ОТ 10 КЛАС.

Математическите способности са част от специалните способности. Те се формират и развиват в процеса на математическата дейност. Математическите способности могат да се разглеждат и като разновидност на умствените или интелектуалните способности.

Математическите способности се определят от В. А. Крутецкий като *индивидуално-психически особености, които отговарят на изискванията на математическата дейност и обуславят, при равни други условия, успешното творческото овладяване на математическото учебно съдържание, в частност относително бързо, лесно и задълбочено овладяване на знания, умения и навици в областта на математиката* (Krutetsky, V., 1968, p. 91).

Според на В. А. Крутецкий математическите способности са тези характерни особености на личността, които обуславят успеваемост по математика на притежаващия ги над средното ниво (Krutetsky, V., 1968, p. 104).

Timerhanova, G. K. дефинира математическите способности като *потенциални възможности да се обработват числови данни и да се правят математически заключения, базирани на такива данни*.

На сайта на Колежа по образование на Университета на Южна Флорида математическите способности са структурирани в три ядра – разбиране на понятия, процедурни знания и решаване на задачи (www.usf.edu).

Я. Стоименова (Stoimenova, Y., 2004, p. 28-30), формулира следните компоненти на математическата способност:

- способност за формализираното мислене;
- способност за логическо мислене;
- способност за бързо и широко обобщение на математически обекти;
- способност за съкращаване процеса на разсъждение и система на съответни действия;
- способност за гъвкавост на мислене;
- способност за превключване на разсъждения от прав на обратен ход;
- способност за стремеж към яснота, простота и икономичност;
- способност за математическа памет;
- способност за математическа насоченост на ума.

Тази структура на математическите способности има за основа структурата на процеса на усвояване на знанията и етапите, през които той преминава: възприемане, разбиране, запомняне, обобщаване и систематизиране.

Способността за логическото мислене е свързана с анализиране на проблемите с цел изпълнение на математическите операции с помощта на подходящи факти и теореми и разглеждане на проблема с използване на математическата числова и знакова символика.

В. А. Крутецкий (Krutetsky, V., 1968, p. 192) формулира математическата способност за логическо мислене чрез подходящи задачи. Това са всички задачи, в които се търси логически, а не аритметически отговор. Например, такива са задачите:

- от преливания – Задача. Как можем да отлеем 7 л вода, ако разполагаме с две кофи, едната от които побира 5 л, а другата – 3 л?
- претегляния – Задача. Ако имаме теглилки от 2 кг и 5 кг, как можем да претеглим 6 кг?
- логически задачи - Задача. На дърво кацнали 7 птици. Ловец гръмнал и убил две от тях. Колко птици са останали на дървото?
- задачи за подредба - Задача. Ани, Боряна, Ваня и Галя се наредили на опашка за закуски. Ани е след Ваня, Боряна е пред Галя, а Галя – пред Ваня. Коя е първата в колоната? и др.

Разглеждането на математическата способност за логическо мислене като вид мислене, осъществено върху конкретно съдържание с помощта на логически операции, съответства на изследването.

Експериментално изследване

2.1. Параметри на изследването

Цел на изследването: Да се открият ученици от десети клас, които притежават математическата способност Логическо мислене.

Обект на изследването са ученици от десети клас в гимназиален етап на обучение, участници в процеса на обучение по математика.

Предмет на изследването е математическата способност Логическо мислене у учениците от десети клас

Въз основа на целта и задачите на изследването определяме следната **работна хипотеза:** у учениците от десети клас е развита математическата способност *Логическо мислене*.

2.2. Диагностичен инструментариум

Изследователският инструментариум включва три критерия съответни параметри, индикатори (табл. 1) и оценъчни скали.

Таблица 1. Параметри и индикатори за определяне на математическата способност Логическо мислене

ОТКРИВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ СПОСОБНОСТИ У УЧЕНИЦИТЕ ОТ 10 КЛАС	
Параметри	Индикатори
Способност Логическо мислене	1. подрежда математическите фактори в логичен ред
	2. избира подходящи теореми
	3. избира подходящи формули

Използвана е тристепенна оценъчна скала в съответствие с характера на оценявания показател, например за индикатор 1:

0 – *никога* не изпълнява дефинираната дейност;

1 – *често* изпълнява дефинираната дейност;

2 – *почти винаги* изпълнява дефинираната дейност.

В настоящата разработка представяме задача, чрез решаването на която, можем да открием математическата способност Логическо мислене, у учениците.

Примерна задача:

1) *цел:* да се открие математическата способност Логическо мислене;

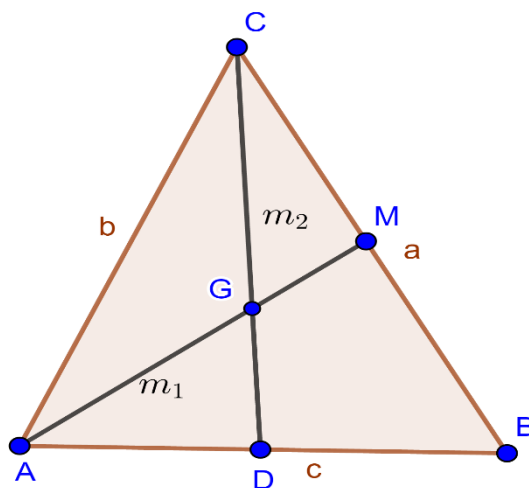
2) *дейност на учениците:* решават дадената задача, като чертаят правилният чертеж, прилагат правилните теореми и формули; представят решението пред останалите ученици;

3) *дейност на учителя:* наблюдава, анализира, обобщава.

Задача 1. Пресечната точка на медианите AM и CD в $\triangle ABC$ е G . Да се намерят косинусите на ъглите на $\triangle ABC$, ако $\triangle ADG$ е равностранен. (Kolarov, K. & Lazarov, V., 2004, p. 140)

Решение:

Означаваме $AD = DG = GA = a$ (фиг. 1)



Фигура 1

От свойството на медицентъра, че разделя медианата в отношение 2:1 считано от върха
 $\Rightarrow GM = \frac{a}{2}$, а $GC = 2a$

Прилага се Косинусова теорема за ΔAGC

$$AC^2 = AG^2 + GC^2 - 2 \cdot GA \cdot GC \cdot \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = 7a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{7}$$

Прилага се Косинусова теорема за ΔCMG

$$CM^2 = CG^2 + GM^2 - 2 \cdot CG \cdot GM \cdot \cos 60^\circ$$

$$CM^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow CM = \frac{a}{2}\sqrt{13}$$

Тогава $BC = a\sqrt{13}$ и $AB = 2a$.

Знаейки трите страни на ΔABC , се прилага Косинусова теорема

$$\cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{4a^2 + 7a^2 - 13a^2}{2 \cdot 2a \cdot \sqrt{7}a} = -\frac{1}{2\sqrt{7}}$$

$$\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{4a^2 + 13a^2 - 7a^2}{2 \cdot 2a \cdot \sqrt{13}a} = \frac{5}{2\sqrt{13}}$$

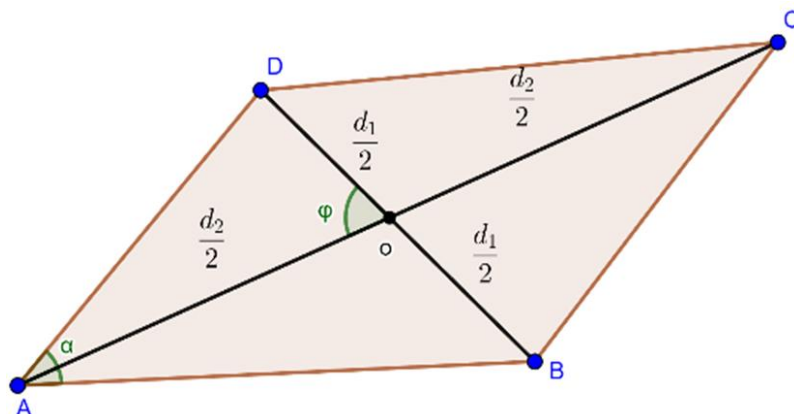
$$\cos \angle ACB = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \cdot BC \cdot AC} = \frac{7a^2 + 13a^2 - 4a^2}{2a \cdot \sqrt{7}a \cdot \sqrt{13}} = \frac{8}{\sqrt{91}}$$

$$\text{Отговор: } \cos \angle BAC = -\frac{1}{2\sqrt{7}}; \cos \angle ABC = \frac{5}{2\sqrt{13}}; \cos \angle ACB = \frac{8}{\sqrt{91}}$$

Задача 2: Да се намери косинусът на острия ъгъл на успоредник с диагонали d_1, d_2 и ъгъл между тях. (Kolarov, K. & Lazarov, V., 2004, p. 142)

Решение:

На фиг. 2 е даден успоредник с диагонали d_1, d_2 и ъгъл между тях φ .



Фигура 2

За $\triangle AOD$ – се прилага Косинусовата теорема

$$AD^2 = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} - 2 \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \cos \varphi = \frac{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \varphi}{4}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \varphi}}{2}$$

За $\triangle ABO$ – също се прилага Косинусовата теорема

$$AB^2 = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} - 2 \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \cos(180 - \varphi) = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} - 2 \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{4} \cdot (-\cos \varphi) =$$

$$= \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} + \frac{2d_1 \cdot d_2}{4} \cos \varphi = \frac{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}{4}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}}{2}$$

И за $\triangle ABD$ – се прилага Косинусовата теорема

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow d_1^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}{4} + \frac{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}{4} -$$

$$- 2 \cdot \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}}{2} \cdot \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi}}{2} \cdot \cos \alpha =$$

$$\Rightarrow 4d_1^2 = 2d_1^2 + 2d_2^2 - 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 \cdot d_2 \cos \varphi} \cdot \cos \alpha$$

$$4d_1^2 = 2d_1^2 + 2d_2^2 - 2\sqrt{(d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \varphi)(d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \cos \varphi)} \cdot \cos \alpha$$

$$4d_1^2 = 2d_1^2 + 2d_2^2 - 2\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)^2 - 4d_1^2d_2^2 \cos^2 \varphi} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{4d_1^2 - 2d_1^2 - 2d_2^2}{2\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)^2 - 4d_1^2d_2^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{2d_1^2 - 2d_2^2}{2\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)^2 - 4d_1^2d_2^2 \cos^2 \varphi}} =$$

$$= \frac{2(d_1^2 - d_2^2)}{2\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)^2 - 4d_1^2d_2^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{|d_1^2 - d_2^2|}{\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)^2 - 4d_1^2d_2^2 \cos^2 \varphi}}$$

Решаването на тези задачи показват дали учениците спазват логическата последователност и използват правилно теореми и формули.

2.3. Резултати от диагностичния инструментариум (табл. 2)

Таблица. 2 Резултати от диагностичния инструментариум

	Индикатор 1	Индикатор 2	Индикатор 3
Иван	2	1	0
Мария	1	0	2
Николай	0	1	2

Георги	2	1	1
Невена	2	2	1
Диян	2	2	2
Мартин	1	0	2
Ася	0	2	2
Памела	2	2	2
Красимира	1	1	1
Дилияна	0	0	1
Мишел	1	1	1
Милица	2	1	2
Александър	2	0	0
Стамен	1	0	2
Радостин	2	1	0
Радослав	1	0	2
Едуард	2	2	2
Теодор	1	2	2
Силвестър	1	0	0
Планимир	0	1	2
Виктор	2	2	1
Силвия	1	0	2
Весела	2	2	1
Милена	2	0	1
Евгения	1	2	1
Маргарита	0	1	1
Светла	2	0	1
Тодор	0	2	2
Десислава	1	1	0

Анализ на резултатите от експерименталното изследване

Количественият анализ на експерименталните резултати са следните:

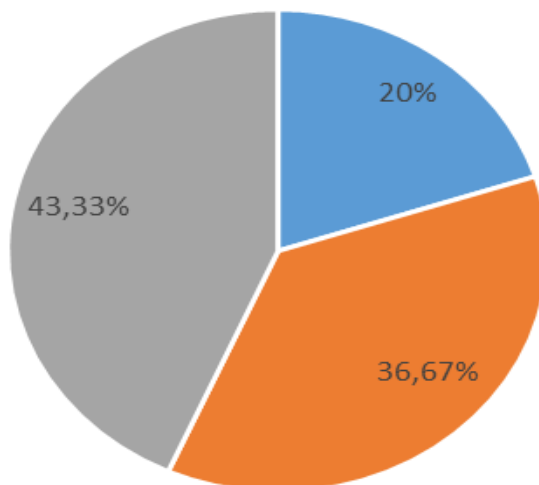
- За индикатор 1 са установени следните данни:

20% от изследваните ученици никога не подреждат математическите фактори в логичен ред. Това показва, че винаги изпитват затруднение да използват математическата способност Логическо мислене.

Изследването установи, че 36,67% от учениците често подреждат математическите фактори в логичен ред, което означава, че изпитват леки затруднения да използват математическата способност Логическо мислене.

43,33% от учениците почти винаги подреждат математическите фактори в логичен ред.

Индикатор 1



Фигура 3

Може да се изведе изводът, че по-голямата част от учениците могат без проблем да използват математическата способност логическо мислене.

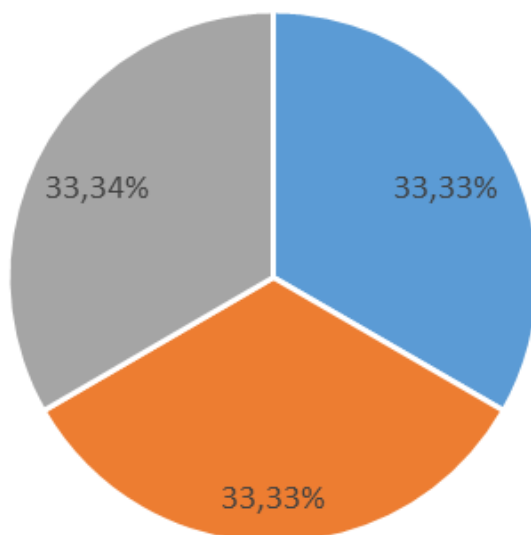
- За индикатор 2 са установени следните данни:

33,33% от изследваните ученици никога не използват подходящи теореми. Това показва, че винаги изпитват затруднение да използват математическата способност Логическо мислене.

Изследването установи, че 33,34% от учениците често използват подходящите теореми, което означава, че изпитват леки затруднения да използват математическата способност Логическо мислене.

33,33% от учениците почти винаги използват подходящите теореми.

Индикатор 2



Фигура 4

Може да се изведе изводът, че равен брой от учениците могат без проблем да използват и да не използват математическата способност логическо мислене.

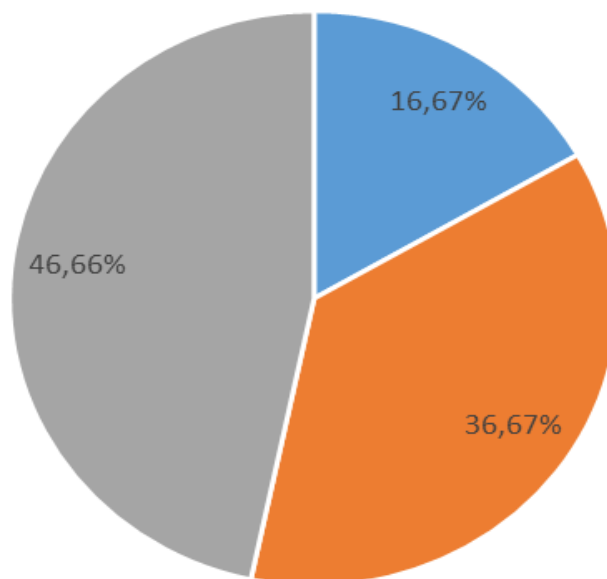
- За индикатор 3 данните са следните:

16,67% от изследваните ученици никога не използват подходящите формули. Това показва, че винаги изпитват затруднение да използват математическата способност Логическо мислене.

Изследването установи, че 36,67% от учениците често използват подходящите формули, което означава, че изпитват леки затруднения да използват математическата способност Логическо мислене.

46,66% от учениците почти винаги използват подходящите формули.

Индикатор 3



Фигура 5

Може да се изведе изводът, че по-голямата част от учениците могат без проблем да използват математическата способност логическо мислене.

Качественият анализ на експерименталните резултати потвърждава издигнатата хипотеза, че учениците от десети клас притежават математическата способност Логическо мислене.

Следователно, *откриването на математическата способност Логическо мислене у учениците от десети клас, е важно, защото може за в бъдеще да помогне за развитието на учащите.*

ИЗВОДИ

- 1) От теоретичният анализ следва, че математическата способност за логическото мислене е свързана с анализиране на проблемите логически, да се извършват математическите операции с факти и с правилните теореми и да се разглежда проблема с използване на числова и знакова символика.
- 2) От изследователският инструментариум следва, че за проучването са необходими три критерия със съответни параметри, индикатори и оценъчни скали.
- 3) От решаването на задачите следва, че учениците могат да спазват логическата последователност и използват правилно теореми и формули.
- 4) Експерименталното изследване потвърди, че учениците от десети клас притежават математическата способност *логическо мислене*.

REFERENCES

Stoimenova, Y. (2004). Methods of Instructions in Development of Mathematical Abilities of Students, UP "Neofit Rilski", Blagoevgrad, p. 28-30 (**Оригинално заглавие:** Стоименова, Я. 2004. Методика за развитие на математическите способности у ученици, УИ „Н. Рилски“, Благоевград, с. 28-30).

Krutetsky, V. (1968). Psychology of Mathematical Abilities of Schoolchildren, P., Enlightenment, 432 p. (**Оригинално заглавие:** Крутецкий, Виктор А. 1968. Психология математических способностей школьников, П., Просвещение, 432 с.).

Kolarov, K. & Lazarov, V. (2004). Collection of geometry tasks, Sofia, 140 p. (**Оригинално заглавие:** Коларов, К. и Лазров, В. 2004. Сборник от задачи по геометрия, София, 140 с.)

Timerhanova, G. K. Development of Logical Abilitie of Students (**Оригинално заглавие:** Тимерханова, Г. К. Развитие логического мышления школьников на уроках математики), URL: http://vio.uchim.info/Vio_100/cd_site/articles/art_1_6.htm (August, 2019)