

Обобщен алгоритъм за симулиране на равнинно зъбно зацепване

Маргарита Теодосиева, Сергей Антонов

Generalized algorithm for simulating a planar gearing: *The general structure of an algorithm for simulating a planar gearing of a gear pair is examined. For the purpose, the profiles of the gears are preliminarily approximated by a poly line. Four variants of the calculation scheme of the gearing, depending on the type of given and/or calculated functions of the relative position of the gears are described. The variants for defining mechanical equilibrium, on the ground of which the simulated sequence of positions is generated, are analyzed.*

Key words: *Planar Gearing, Gear Pair, Simulation, Approximation, Mechanical Equilibrium.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Настоящата работа е част от поредица публикации относно алгоритмите за синтез [1] [2] и анализ на равнинно зъбно зацепване.

Освен че публикацията е една от последните в поредицата, тя разглежда алгоритъм, който е логическо продължение на предходните и в някои отношения е основан на резултатите, получени от тях. Този алгоритъм представлява и логически завършек в основната структура на цитирания комплекс от алгоритми.

Разбира се, в рамките на няколко страници не може да се даде подробно описание на алгоритъм, чиято пробна софтуерна реализация е с обем над 2000 програмни реда. Затова тук са посочени само основните действия в логиката на алгоритъма, без да се дава подробно описание на геометричните и механични зависимости, върху които те се основават.

ОБЩИ ПРИНЦИПИ

Симулирането на даден процес, по своята същност е вид анализ. В случая, за да бъде анализиран процесът на зъбно зацепване, това зацепване първо трябва да бъде синтезирано. Това означава, че първо трябва да бъдат синтезирани зъбните профили [1]. Ако това е извършено в аналитична форма, те трябва да бъдат апроксимирани [2]. Накрая трябва да бъде избран и вариантът на алгоритъм за симулация на зацепването.

Поради по-простата логика и с цел съвместимост с използваните алгоритми за синтез, е прието за апроксимация на зъбните профили да се използва т.нар. *отсечков модел* [2]. Това означава, че моделът на зъбното колело се състои от един или (относително рядко) няколко многоъгълника. Профил на колелото е затворената начупена линия – контур и граница на многоъгълника, която трябва гарантирано да не се самопресича. Изискването да няма самопресичане на профила, се налага от условието, че относителното положение на точка от едното колело спрямо профила на другото се определя чрез насоченото разстояние до този профил. При положително разстояние точката се разглежда като лежаща извън профила, при отрицателно – като лежаща вътре в него. Освен че няма съответствие с реалните процеси на формообразуване на профилите, самопресичането води и до смяна на логиката в изчислителната схема, което, в случая, е прието за недопустимо.

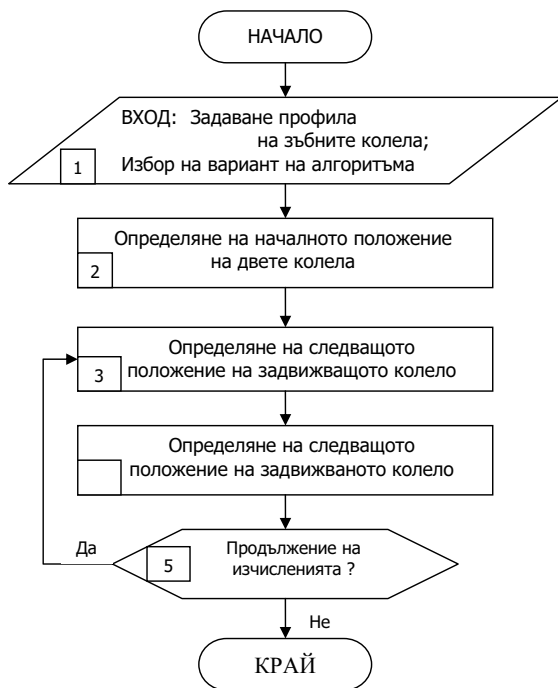
СТРУКТУРА НА ОСНОВНИЯ АЛГОРИТЪМ

Симулирането на процеса на зацепване се извършва по алгоритъм, съответстващ на блок-схемата от фиг.1.

Входните данни за него (**блок 1**) са: профилът на всяко от колелата и *вариантът на алгоритъм*, по който ще се извършва симулацията.

Под “вариант на алгоритъма” тук се разбира относително сложен комплекс от входни данни, който включва:

- вид на зацепването – вътрешно или външно;
- вариант на изчислителната схема за симулация;
- (евентуална) функция за изменение на задаваните величини.



Фиг.1 Обща блок-схема на алгоритъма

ъглова скорост около неподвижна ос.

Функциите, които характеризират положението на задвижваното колело са две:

- функцията на предавателното число:

$$i_{12} = i_{12}(\varphi_1); \quad (1)$$
- функцията на междуосевото разстояние:

$$a_w = a_w(\varphi_1). \quad (2)$$

Тук φ_1 е ъгълът на завъртане на задвижващото колело.

Тъй като ъгълът на завъртане φ_2 на задвижваното колело е величината, която може да бъде определена като пряк резултат от симулацията, обикновено, когато се търси функцията на изменение на предавателното число, се определя зависимостта $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$, а след това по числен път се пресмята и нейната производна:

В разработения софтуер вида на зацепването се определя от посоката на контура на модела на колелото – прието е материалната част на колелото да бъде винаги вляво от контура. Това, впрочем, позволява да се симулира зацепване между две колела с вътрешни зъби – разбира се, резултатите са напълно неадекватни, тъй като, очевидно, зацепване от този тип е невъзможно от практическа гледна точка.

Вариантът на изчислителната схема се определя от това, кои от функциите, характеризиращи положението на задвижваното колело, са приети за зададени и кои се разглеждат като резултат от взаимодействието между контактуващите профили?

Във всички случаи се приема, че задвижващото колело се върти с постоянна

$$i_{12} = i_{12}(\varphi_1) = \frac{1}{i_{21}(\varphi_1)} = \frac{1}{d\varphi_2(\varphi_1)/d\varphi_1} \approx \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2}, \quad (3)$$

където $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ са съответните изменения в ъгъла на завъртане на двете колела между две техни последователни положения.

Възможно е функцията на предавателното число да бъде определена и чрез основната теорема на зъбното зацепване, но поради факта, че при симулацията се работи с апроксимацията на зъбните профили, достоверността на получените резултати ще бъде относително ниска.

Според това коя (кои) от горе посочените функции са зададени и коя се търси, са възможни четири *варианта на изчислителна схема* на симулацията:

- a) Зададени са и функцията на предавателното число (най-често – константа), и функцията на междуосевото разстояние (най-често – също константа). Това е тъй наречения *констативен* или идеален модел на предавката. При него може да бъде констатирано само наличието на хлабина или интерференция в предавката. Тъй като и двете функции са зададени, движението на двете колела е “идеално”, т.е. точно съответства на зададеното. Поради простотата на тази изчислителна схема, по нея работят по-голяма част разпространените програмни продукти – SolidWorks, AutoCAD Inventor, както и използвания до момента в обучението на студентите и за изследователските нужди на катедра ТММ, целево разработен приложен софтуер.
- b) Зададена е функцията на междуосевото разстояние; търси се функцията на изменение на предавателното число. Това е т.нар. реален модел на зъбно зацепване. Този модел съответства на най-често срещания в практиката случай на предавка с неподвижни оси на зъбните колела. Той позволява да бъдат симулирани и много от дефектите на колелата и предавката, като дава относително адекватна представа за влиянието на тези дефекти върху поведението на изследвания модел. Това е и актуалния в световната практика изследователски модел модел, включително и при анализ на пространствени предавки [3].
- c) Зададена е функцията на предавателното число; търси се функцията на междуосевото разстояние. Тази изчислителна схема е дадена по-скоро за пълнота на изложението. Нейното практическо осъществяване изисква създаването на специални условия – използването на втора, синхронизираща, предавка – което обезсмисля нейното приложение. Все пак, тази схема би могла да представлява интерес от изследователска гледна точка.
- d) Търсят се както функцията на предавателното число, така и функцията на междуосевото разстояние. Това е т.нар. безхлабинна предавка. Макар и рядко прилагана в практиката, тази изчислителна схема съответства на начина на работа на някои измервателни уреди, което позволява тя да бъде използвана за симулиране процеса на измерване и от там – влиянието, на дефектите в геометрията при изработване на дадено колело, върху резултатите от този тип измерване.

Самите функции – на предавателното число и на междуосевото разстояние – когато са зададени, най-често, както беше споменато и по-горе, са константи – това съответства на предавка с постоянно предавателно число и/или, съответно, с неподвижни оси на въртене на колелата. Възможно е, обаче – например при симулиране на дефекти или при зацепване на некръгли зъбни колела, това да са “нормални”, най-често – периодични, функции на аргумента φ_1 . В евентуално

разработвания софтуер те могат да бъдат дефинирани чрез възможност за избор от вграден набор готови функции или чрез подходящ входен език. Първият вариант има занижени изисквания към компютърната грамотност на потребителите, а втория дава по-голяма свобода относно вариантите, които могат да бъдат анализирани.

Блок 2 на фиг. 1 обозначава инициализацията на алгоритъма. В много отношения неговата реализация зависи от конкретния избор на разработчика на съответния софтуер. Все пак, в повечето случаи се предпочита на това място предавката да се "въведе" в допустимо състояние – такова, при което няма интерференция и/или хлабина между контактуващите профили в посока на предаване на движението.

В следващият **блок 3** на фигурата, всъщност се задава начина на следване на отделните положения на задвижващото колело, в които се извършва анализ на зацепването (предавката). Когато настоящият алгоритъм се реализира в софтуер за нагледяване на симулацията, този блок трябва да представлява модул за времеделене. Когато това е софтуер за анализ на качествата на предавката, зад този блок, също така, може да стои алгоритъм за разпознаване на характерни (особени) състояния на модела в които да се извършва анализ – най-често това са точките на прекъсване на (някоя от-) търсените функции.

Съществените различия, от механична гледна точка, между различните варианти на алгоритъма се отнасят до **блок 4** в схемата от фиг.1. Като се изключи първият вариант на изчислителната схема, тук, въз основа на изискванията за механично равновесие, се пресмята положението на второто колело. При първия вариант това положение се определя въз основа на зададените функции.

Като част от действията в този блок трябва да се разглежда и анализът на достигнатото състояние на симулирания обект. Тук отново има съществена разлика между първия и останалите варианти на изчислителната схема: при първия вариант трябва да се анализира дълбочината на навлизане или хлабината между зъбните профили; при останалите варианти тези величини по дефиниция имат нулева стойност – трябва да се определи относителното (и абсолютното) положение на колелата при което това условие е изпълнено.

При интерактивните реализации на алгоритъма, **блок 5** представлява модул, управляван от потребителския интерфейс, който прекъсва изчислителния процес по команда на потребителя. Когато настоящият алгоритъм е реализиран с цел натрупване на данни за свойствата на предавката, този блок трябва да осигури необходимата пълнота на изследването – изчисленията могат да продължат до завършване на един пълен оборот на задвижващото или на задвижваното колело или до достигане на първоначалното състояние на предавката (когато това е възможно).

ОСОБЕНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ ПОЛОЖЕНИЕТО НА ЗАДВИЖВАНТО КОЛЕЛО

На различните варианти на зададените и търсените функции на положението съответстват следните изчислителни схеми:

Вариант а). В този случай се определя хлабината или степента на проникване на профила на едното колело в профила на другото. Обикновено проникването на профилите се разглежда като хлабина с отрицателна стойност.

Възможни са няколко варианта за избор на направление, по което да се измерва тази величина – по направление на движението на задвижващото колело, по направление на движението на задвижваното колело, по направление на нормалата към задвижващото колело, по направление на нормалата към задвижваното колело и др. Тъй като изборът на това направление се определя от характера на изследването, за целите на което се извършва симулацията, в

реализирания софтуер този избор е оставен на потребителя. Във всички случаи измерената хлабина се разглежда като функция на естествената координата на точка от съответния профил на зъба. Нейна основна числена характеристика е нейната минимална – по протежение на изследвания профил – стойност.

Вариант b). Чрез зададената функция (2) на междуосевото разстояние, се определя положението на оста на задвижваното колело. След това от условията за механичен контакт (механично равновесие) се определя ъгловото му положение, а от там, в дискретна форма, функцията (1) (3) на неговото изменение.

При този и при следващите варианти на изчислителна схема, при разглеждане равновесието на задвижваното колело се използва идеален безмасов модел, при който задвижващото колело се разглежда като неподвижно, триенето между колелата се пренебрегва (решава се геометрична задача), масата на колелата се приема за нулева, а когато се търси функцията на междуосевото разстояние (2) между двете колела се прилага единична безразмерна сила насочена по линията на междуосевото разстояние.

Проблеми, при този вариант, могат да възникнат при наличие на интерференция в неработните профили или при прекалено голямо отстояние между последователните положения на колелата. Това налага завъртането на задвижващото колело между неговите последователни положения да е достатъчно малко.

Вариант c). Чрез зададената функция (2) на предавателното число се определя ъгловото положение на задвижваното колело. След това от условията за механично равновесие се определя разстоянието между осите на двете колела. Условията за осъществяване на този вариант на симулация са същите, както при предходния.

В допълнение трябва да се отчита и достижимостта на дадено положение от неговото предходно. Например, известно е, че при близък брой зъби на вътрешно зацепените еволвентни колела сглобяването на предавката чрез радиалното им преместване е невъзможно. Затова при този вариант трябва да бъде обърнато особено внимание на началното положение от което започва симулацията.

Вариант d). При този вариант и двете функции – на предавателното число (1) и на междуосевото разстояние (2) – се определят от условията за механично равновесие на предавката. Това налага при осъществяване на симулацията да бъдат отчетени проблемите, възникващи и при двата предходни варианта.

При произволни профили на зъбите това води до значителни проблеми, свързани с предвидимостта на последователните положения при симулиране на зъбното зацепване. За гарантиране на тази предвидимост в този случай може да се разчита единствено на компетентността на изследователя, ползващ този алгоритъм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разгледаният алгоритъм е обобщение на използваните до момента алгоритми за подобен вид симулация като добавя към тях и още два варианта. Тази разширена функционалност е новост в изследователската практика, която позволява решаването на по-широк спектър от задачи. В същото време реализирания по алгоритъма софтуер позволява бърз и качествен анализ на различни видове равнинно зацепване, без да изисква от потребителя високо ниво на математическа подготовка. Това позволява решаване на широк кръг инженерни задачи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Антонов С. Алгоритъм за симулиране процеса на формообразуване на колела от равнинни предавки. Част I – общи положения. сп. Механика на машините, 2004.

[2] Антонов С. Един алгоритъм за апроксимация и някои възможности за неговото приложение при решаване задачите за синтез на механизми, сп. Механика на машините, №68, 2007, 123-129.

[3] ШЕВЕЛЕВА Г.И., А.Э. ВОЛКОВ, В.И. МЕДВЕДЕВ, Алгоритм геометро-кинематического анализа зацепления зубчатых колес

За контакти:

Доц. д-р Маргарита Теодосиева, Катедра “Информатика и информационни технологии”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, Тел.: 082 888 490, E-mail: mteodosieva@ami.ru.acad.bg.

Инж. Сергей Антонов, Катедра “Теория на механизмите и машините и Подемно-транспортна техника и технологии”, Русенски университет “Ангел Кънчев”, Тел.: 082 888 494, E-mail: santonov@ru.acad.bg.

Докладът е рецензиран.