Обучение по “Числени методи и моделиране на вериги и полета – част I” в магистърския курс по “Електротехника”

Тодорка Червенкова, Атанас Червенков

A Training of “Numerical Methods and Modeling of Circuits and Fields – part I” in the Master Course in Electrical Engineering: *The paper introduce to the main moments in training of the scholastic discipline “Numerical Methods and Modeling of Circuits and Fields – part I” of the students in the master course in electrical engineering in faculty of Engineering and Pedagogy in Sliven of Technical University of Sofia. The necessity from the introduction of this discipline in course is conditioned from continuously increasing field of the using the computer processing experimental are given and decisions more difficult problems in engineering practice.*

Key words: *Numerical Methods, Modeling, Electrical Circuits, Electromagnetic Field, Electrical Engineering, Master Course, Education and Training.*

ВЪВЕДЕНИЕ

През последните 10 години обучението в България по Инженерните дисциплини претърпя съществена промяна. Въведе се тристепенната схема на обучение- бакалавърска и магистърска степен и докторантура. Базовото обучение се съсредоточи в бакалавърската степен, където крайната цел на обучението е да се подготвят инженерни кадри за производството. Именно затова обемът и нивото на обучение се ограничава до получаването на най-необходимите знания в областта. Последващото обучение в същата специалност или инженерно направление се извършва в магистърската степен. Тук макар и в по-малък обем се получават по-задълбочени знания в областта на електроинженерството. Едновременно с това студентите получават знания и умения за решаване на задачи при по-сложни и комплексни проблеми.

Перспективата за създаване на нови високотехнологични системи , а така също и все по-конкурентния пазар на работна ръка налагат подготвяните в техническите университети инженери по специалността “Електротехника” да бъдат по-задълбочено запознавани и подготвяни за моделирането на сложни електромагнитни, електромеханични и електротермични устройства. Това неминуемо води до използването на все по-сложен математически апарат и използването на компютри при математическите пресмятания, посредством съвременни числени методи. Така се стигна до въвеждането в учебната програма на магистърската степен на специалността “Електротехника” в Инженерно-педагогическия факултет (ИПФ) на Технически Университет София на дисциплината “Числени методи и моделиране на вериги и полета“. Тя се изучава в 2 части, съответно в I и II семестър. В настоящата работа се представят основните моменти при обучението на студентите по дисциплината през първия семестър.

СЪДЪРЖАНИЕ НА КУРСА

Целта на учебния курс “Числени методи и моделиране на вериги и полета“е да се дадат практически насоки на студентите за използването на числените методи при решаване на инженерни и изследователски задачи.

По учебен план хорариума на дисциплината е 30 часа лекции и 30 часа упражнения.

За курса по “Числени методи и моделиране на вериги и полета” се използва [1].

Разглеждат се основните, най-широко използвани числени методи. Излагат се накратко теоретическите основи и алгоритмите на работа на тези методи. Дават се насоки за самостоятелна работа на студентите и се показват някои примерни решения.

Учебният материал е разпределен в 4 основни раздела. В тях се разглеждат числените методи за решаване на системи линейни уравнения, методите за интерполация и апроксимация на данни, числените методи за интегриране и диференциране, числените методите за решаване на нелинейни уравнения и методите за решаване на обикновените диференциални уравнения. Във всички раздели се разглежда теоретична обосновка на методите, алгоритмите на работа на най-често използваните методи, решени примери и задачи за самостоятелна работа на студентите.

В раздел 1 се разглеждат числените методи за решаване на системи линейни уравнения – метода на Гаус, метода на елиминиране и итерационни методи. Прави се връзка между методите за анализ на линейните електрически вериги и представените числени методи.

В раздел 2 се разглеждат методите за полиномиална интерполация, интерполация по Лагранж, апроксимация по метода на най-малките квадрати и екстраполация. Тези методи са много полезни за инженерите, тъй като при експериментални изследвания се получават различни числени данни. Налага се те да се обработват с цел получаване на зависимости между електрическите, магнитните и другите физически величини.

В раздел 3 се разглеждат числените методи за интегриране. Разглеждат се метода на правоъгълниците и метода на трапеците за числено интегриране и методите за числено диференциране. Извършва се сравнение на двата метода за числено интегриране по отношение на порядъка на грешката. Тези методи са използват при обработката на електрически сигнали, в резултат на което се получават масиви от дискретни стойности на изследваните физически величини.

В раздел 4 се разглеждат числените методи за решаване на нелинейни уравнения - метода на разполовяването, метода на Нютон и метода на секущите. Методите се развиват аналитично и се показват техните графични интерпретации. Дават се алгоритми за численото решение на двата типа нелинейни уравнения - с трансцедентни функции и с алгебрични полиноми.

Така например, до трансцедентно уравнение се стига при определяне на критичната сила при подпорни електрически изолатори.

Уравнението в този случай има вида

$$x - tgx = 0 \qquad (1)$$

Необходимо е да се намерят първите корена на трансцедентното уравнение, като се използа метода на Нютон.

Най-трудният проблем при решението на задачи от този вид е да се определят началните приближения на корените, респективно да се определят интервалите, в които функцията променя знака си.

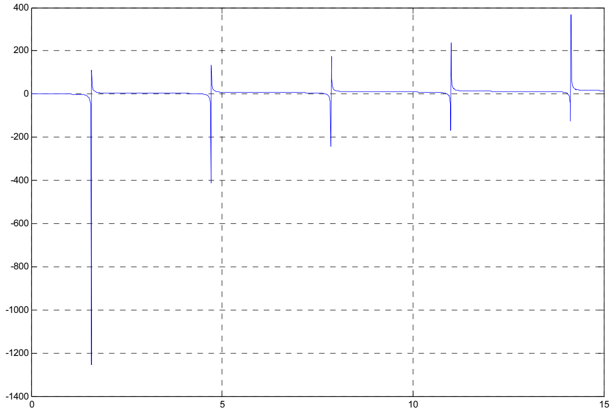
Един от най-лесните начини за справяне с този проблем със задоволителна точност, относно стойностите на интервалите, в които се намират корените, е да се построи графиката на функцията. След това може да се зададат началните приближения такива, че да се получи сходящ изчислителен процес.

На фиг. 1 е показана графиката на функцията $y = x - tgx$ за $x \in [0, 15]$.

От графиката на фиг. 1 се определят първите четири корена. Те са разположени в интервалите [4, 5] , [7, 8] , [10, 12] и [14, 14.5].

По метода на Нютон се определя първия корен на уравнение (1), като се задава стойност на началното приближение $x_0 = 4.5$.

След няколко итерации за стойността на първия корен на уравнение (1) се получава $x_1 = 4.4934$.



Фиг. 1. Графика на функцията $x - tgx = 0$

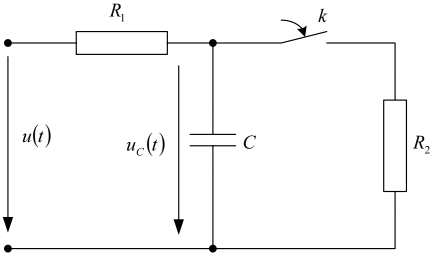
Аналогични изчисления се извършват и за да се определи втория, третия и четвъртия корен. Следващите три корена на уравнение (1) са съответно: x_2 = 7.7254; x_3 = 10.9044; x_4 = 14.0822.

Итерационният процес тук е бързо сходящ, защото стойностите на началните приближения са зададени близко до търсените корени. Ако например за начално приближение на първия корен се приеме *x*= 4.4 след няколко итерации ще се получи *x* =4.536.

При начални приближения *x* = 4.0 или *x*= 5.0 итерационният процес е разходящ и решение не се получава. Този елементарен пример за решаване на трансцедентни уравнение показва значимостта на определянето на началните приближения. Често определянето на началните приближения става от инженерната интуиция, което дава връзката между изучаваните инженерни дисциплини и курса по "Числени методи и моделиране на вериги и полета".

В раздел 5 се разглеждат методите за решаване на обикновените диференциални уравнения - методите на Ойлер и на Рунге – Кута, и метода на Адамс от типа "прогноза-корекция". В примерните решения на задачите за решаване на обикновените диференциални уравнения се прави връзката между методите за анализ на преходните режими в линейните електрически вериги и метода на Рунге-Кута.

Например за определяне напрежението на кондензатора, след затваряне на ключа *k* за време t_k = 0.010 s във веригата, чиято схема е показана на фиг. 2,



Фиг. 2

се решава следното обикновено диференциално уравнение относно напрежението u_C:

$$\frac{du_C}{dt} = 10^4 \sin(100\,t + 2.3562) - 200\,.\,u_C \tag{2}$$

Параметрите на веригата от фиг. 2 са: $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $C = 100\mu F$, а напрежението на входа на веригата е : $u(t) = 100\sin(100t + 2.3562), V$.

Това уравнение се решава по метода на Рунге Кута, като началните условия са *t* = 0 *s* и u_C =70, 711 *V*.

Изчисленията ще се извършват със стъпка *h* = 0.001 s до крайна стойност на времето t_k = 0.01 s, а точността на изчисленията се приема ε = 0.0001.

Броят на изчисленията се избира малък, за да може лесно да се проследи изчислителната процедура, като се приема броят на итерациите да бъде *n* = 10.

Резултатите от изчисленията по метода на Рунге Кута са показани в таблица 1.

Таблица 1.

Номер на стъпката *i*	K_o	K_1	K_2	K_3	Числено решение *y(i+1)*	Точно решение $u_C(t)$, *V*
1	7.0712	6.7263	6.7608	7.1364	63.8474	63.9326
2	6.4397	6.1906	6.2155	6.6227	57.5350	57.7091
3	5.9817	5.8070	5.8245	6.2590	51.6177	51.8581
4	5.6580	5.5401	5.5519	6.0091	45.9758	46.2661
5	5.4359	5.3602	5.3678	5.8431	40.5200	40.8481
6	5.2887	5.2429	5.2475	5.7359	35.1858	35.5429
7	5.1938	5.1680	5.1706	5.6672	29.9295	30.3090
8	5.1330	5.1187	5.1202	5.6199	24.7243	25.1215
9	5.0909	5.0814	5.0824	5.5802	19.5579	19.9689
10	5.0551	5.0447	5.0458	5.5366	14.4291	14.8508

Окончателно решението на уравнение (2) по метода на Рунге-Кута е $u_C(t)$= 14.4291 *V.*

Резултатите от изчисленията на точното решение за същите времена, по които се извършват изчисленията по метода на Рунге Кута, са дадени в последната колона на табл. .1.

Точното решение на уравнение (5.31), получено по класическия метод е

$$u_C(t) = 44.721\,.\,\sin(100\,t + 1.89243) + 28.28e^{-200\,t}\ , V \tag{3}$$

Получаването на по-голяма точност на решението е свързано с използването на по-малка стъпка, например *h* = 0.000001.

В примера е извършено сравнение на численото решение с точното решение на обикновеното диференциално уравнение. Такъв подход се използва при обучението по "Числени методи и моделиране на вериги и полета", за да се покаже приблизителността на получените числени решения. В инженерната практика диференциалните уравнения се решават числено, особено при анализа на нелинейните вериги, като там точността се определя от физически съображения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практическото обучение в магистърския курс по дисциплината "Числени методи и моделиране на вериги и полета – част I " в ИПФ Сливен на ТУ София вече 5 учебни години позволява да се направят следните изводи:

- Изложените в този курс числени методи полагат основата на при изучаването от студентите на останалите числени методи от дисциплината " Числени методи и моделиране на вериги и полета част II" и на курса " Компютърно симулиране на електротехнически системи";
- Доброто усвояване на материала от този курс позволява на бъдещите инженери бързо и ефективно решаване на някои от математическите проблеми, които се получават при анализа и синтеза на електрически вериги, електромагнитното поле и други физически полета, както и при обработката на цифрови сигнали.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Т. Червенкова, А. Червенков, Числени методи и моделиране на вериги и полета, част I, Технически Университет София , 2007,

[2] Т. Червенкова, А. Червенков. Ръководство за курсова работа по теоретична електротехника с MATLAB. Технически Университет – София, 2005.

[3] К.С.Демирчян, П.А.Бутырин. Моделирование и машинныйй расчет электрических цепей. Москва. Высшая школа. 1988г.

[4] John H. Mathews, Kurtis D. Fink .Numerical Methods: Using MATLAB, Prentice Hall, New York, 4th Edition 2003.

За контакти:

Доц. д-р инж., Тодорка Вълева Червенкова, катедра "Електротехника електроника и автоматика", ИПФ, Технически Университет София, тел: +35944667313/ вътр. 262/, e-mail: tchervenkova@tu-sofia.bg

Доц. д-р инж. Атанас Георгиев Червенков, катедра "Теоретична електротехника", Технически Университет София, Тел.: 029653195, E-mail: acher@tu-sofia.bg

Докладът е рецензиран.