

## Моделиране и оптимизиране на времето за обслужване в Call - център

Димитър Радев, Драган Станковски

**Modelling and Optimizing time for service in call center.** In the suggested paper the traffic processes in telephone call centers are under investigation, where are employed queuing theory also we consider a system with two types of traffic and two types of agents. The distribution of waiting times for serviced/rejected calls was studied. Interesting part of each call center is agent utilization, abandonment rate, rate of outbound calls, rate of mismatches, fractions of calls etc. Experimental results for call centres with 9 agents were received, where with the help of web based program were analyzed in real time the quality of service of the customers.

**Key words:** call center, queuing theory, QoS, optimizations.

### ВЪВЕДЕНИЕ

Съвременният call-център е услуга, позволяваща група от хора да обслужват и подпомагат отдалечено потребителите посредством телефон, мобилна връзка, електронна поща и пр. Те са основна свързваща точка между потребители и доставчици на комуникационните услуги [1,3].

С-моделът на Ерланг [4,5] е един от най-опростените и използваните модели за управление на потока в телетрафичните системи, най-често срещан като  $M/M/N$ . С помощта на общите характеристики описващи процесите на пристигане; скорост на пристигане  $\lambda$ , средното време на обслужване  $\mu^{-1}$  и  $N$  на брой паралелно работещи сървъри, чрез модела на Ерланг  $C(\lambda, \mu, N)$  се описва теоретичната продължителност на едновременно заемане на всички  $N$  сървъра или частта от потребители, които изчакват в опашката преди обслужване.

Дисциплината за обслужване в call-центровете е FIFO.

Целта на настоящото изследване е да се предложи методика за експресна, приблизителна оценка на трафичните процеси в съвремените call-центрове, както и оптимизация на времето, което е нужно за агента да извършва, както административните задължения, така и изходящи обаждания.

### ОБСЛУЖВАНЕ НА ТРАФИЧНИТЕ СИСТЕМИ ЗА ЧАКАНЕ

Теорията на вероятностите, а особено стохастичните събития са предмет на разглеждане на пристигащите процеси в системите с опашки за чакане. Експоненциалното разпределение на времената за обслужване са най-лесния и изгодния вариант за разглеждане и описване на процесите на пристигащите заявки в съответната система, като за пример се разглежда разпределението на Поасон [10]. Математическият израз за описание на времето на обслужване в опашките  $E$  влияе върху производителността на телекомуникационната система чрез променливия коефициент (1),

$$C^2 = \sigma^2 / E^2 \quad (1)$$

където  $\sigma^2$  е средноквадратичното отклонение.

В [8] се дава приблизително решение за средното време на чакане при телетрафични системи тип  $M/G/N$  с помощта на израза (2)

$$E[\text{чакане за } M/G/N] \approx E[\text{чакане за } M/M/N] \times \frac{(1+C^2)}{2} \quad (2)$$

Времето за чакане и общото време на обслужване е умножено с израз  $(1+C^2)/2$ , тъй като се отнася за чакане при експоненциално разпределение на времето на обслужване.

Ако случайната променлива  $S$  притежава логаритмично разпределение със средна стойност  $\nu$  и дисперсия  $\sigma^2$ , то  $Y = \log(S)$  представлява нормална случайна променлива със средна стойност  $\mu$  и дисперсия  $\sigma^2$ , и тогава е в сила (3).

$$\nu = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad (3)$$

Чрез израз (3) може да се изчисли зависимостта  $\nu = E(S)$  и да се определи доверителния интервал. Ако са известни стойностите на статистическите параметри  $\mu$  и  $\sigma^2$ , то реалната средна стойност  $\nu$  на случайната променлива  $S$  се определя с помощта на израз (4).

$$\hat{\nu} = e^{\hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}} \quad (4)$$

За намиране на доверителния интервал на параметъра  $\nu$  е необходимо, да се изчислят доверителните интервали на  $\mu$  и  $\sigma^2$ , т.е.  $\mu \pm \sigma^2/2$ .

При изследване на call-центра случайната променлива  $S$  представлява времето на обслужване на дадено обаждане, а  $T$  е времето на започване на обслужването за съответния ден.

#### ✓ Определяне на статистическите параметри

Вероятността даден клиент да чака в системата – опашката за чакане може да се изрази чрез:  $1-\gamma$ , в противен случай, ако времето е по-голямо от допустимото, заявката т.е. клиента бива отхвърлен.

Състоянието с вероятност  $X_1(t)$  представлява съвкупност от всички заявки пристигнали през период от време  $t$ , в това число са обслужените и отхвърлените повиквания.

Тъй като  $X_1(t)$  е зависима от  $k$  на брой заявки, които постъпват в системата, като краен резултат за процесите на раждане  $\lambda_k$  и умирање  $\mu_k$  се получава:

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda + k\nu & k = 0, 1, \dots, n \\ \lambda & k = n+1, \dots, n-1 \\ \gamma\lambda & k = n, \dots, n+c-1 \\ 0 & \text{други} \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_k = \begin{cases} k\mu & k = 1, 2, \dots, n-1 \\ n\mu + (k-n)\eta & k = n, \dots, n+c \\ 0 & \text{други} \end{cases} \quad (6)$$

Допуска се, че параметърът  $\mu(\cdot)$  притежава постоянна трета производна, при което може да се използва локална квадратична регресия, за получаване на приблизителна оценка за  $\mu(\cdot)$  [5]. Нека  $\hat{\mu}(t_0)$  е локално квадратно уравнение за

определяне на  $\mu(t_0)$ , тогава с точност  $100(1-\alpha)\%$  при стандартна грешка  $se_{\mu}(t_0)$  може да се определи доверителния интервал за  $\mu(t_0)$  като (7).

$$\hat{\mu}(t_0) \pm z_{\alpha/2} se_{\mu}(t_0) \quad (7)$$

Приблизителна оценка на зависимостта за средноквадратичното отклонение на функцията  $\sigma^2(\cdot)$  и с помощта на (7) може да се определи доверителния интервал за  $\sigma^2(t_0)$  с точност  $100(1-\alpha)\%$ , т.е. в сила е (8).

$$\hat{\sigma}^2(t_0) \pm z_{\alpha/2} se_{\sigma^2}(t_0) \quad (8)$$

За определяне на параметъра  $\nu(t_0)$  се използват  $\hat{\mu}(t_0)$  и  $\hat{\sigma}^2(t_0)$ , т.е. експоненциалната зависимост  $e^{\hat{\mu}(t_0) + \hat{\sigma}^2(t_0)/2}$ . Разгледаните подходи за определяне на  $\mu(t_0)$ ,  $\sigma^2(t_0)$ ,  $\hat{\mu}(t_0)$  и  $\hat{\sigma}^2(t_0)$  са независими, поради което може да се получи приблизителна стойност на стандартната грешка, изразена посредством (9).

$$se(\hat{\mu}(t_0) + \hat{\sigma}^2(t_0)/2) \approx \sqrt{se_{\mu}(t_0)^2 + se_{\sigma^2}(t_0)^2/4} \quad (9)$$

При изследване на голяма извадка може да се приеме, че  $\mu(\cdot) + \sigma^2(\cdot)/2$  притежава нормално разпределение. В този случай доверителният интервал за  $\nu(t_0)$  може да се определи с точност  $100(1-\alpha)\%$  според (10):

$$\exp\left(\left(\hat{\mu}(t_0) + \hat{\sigma}^2(t_0)/2\right) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{se_{\mu}(t_0)^2 + se_{\sigma^2}(t_0)^2/4}\right) \quad (10)$$

След като са намерени общите статистически параметри, най-важния етап в изследването е да се определи броят на заявките, които са обслужени и съответно отхвърлени, за да може да се оптимизира системата.

1. Утилизация на агентите:

$$u_a = \frac{1}{n} \sum_{s \in S_a} b(s) \pi_s \quad (11)$$

2. Изгубени входящи обаждания

$$R_a^l = \lambda(1-\gamma) \sum_{s \in S_a, b(s)=n, q(s)<1} \pi_s + \eta \sum_{s \in S_a} q(s) \pi_s + \lambda \sum_{s \in S_a, q(s)=c} \pi_s \quad (12)$$

3. Обслужени обаждания

$$R_a^t = \sum_{s \in S_a} b(s) \mu \pi_s \quad (13)$$

4. Изходящи повиквания, с които агентите заемат свободните линии:

$$R_a^o = R_a^t - (\lambda - R_a^l) \quad (14)$$

5. Пропуснати обаждания

$$R_a^m = R_a^r - R_a^o \quad (15)$$

(15) включва клиенти - заявки, които след като са били отхвърлени, набират отново (16):

$$R_a^r = k \sum_{b=1}^{n+1} b \mu \nu (n-b+1) \pi_b \quad (16)$$

## ВРЕМЕ НА ЧАКАНЕ В ОПАШКА

В представената статистическа методика се обосновават три основни разлики по отношение на престоя в опашката на трафичната система:

- ✓ разлика между време за престой в опашката и време на чакане;
- ✓ разлика между времената за чакане на обслужени и отхвърлени клиенти;

- ✓ разлика между времето, необходимо на клиента да чака преди обслужване и преди напускане на системата.

Последното е известно като действително време на чакане, което се определя като времето, за което даден клиент изчаква преди обслужване.

Известно е [9], че при натоварени телетрафични системи, в които на практика всички клиенти чакат (т.е. времето за чакане в опашката е еднакво на времето на напускане на системата), разпределението на времето на чакане има експоненциален характер.

Като пример се разглеждат отхвърлените и обслужени повиквания при време за чакане в опашката до 20 секунди.

Ограниченото време за чакане, което може да приключи с обслужване на заявката или отхвърляне (17),

$$\bar{F}_a(\tau) = \lim_{l \rightarrow \infty} \Pr\{W_q(l) > \tau\} \quad (17)$$

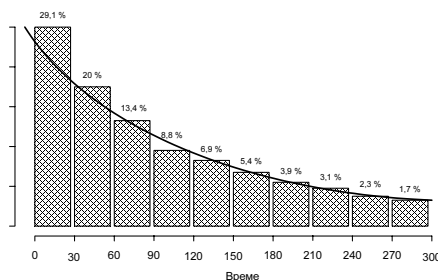
$W_q(l)$  представлява времето за чакане в опашката изразено чрез  $l$  повикване, което постъпва в системата. Разглежданият модел на СТМС е за системи, които са с два типа обслужване, т.е. имат както входящи, така и изходящи повиквания, където  $a = 1, 2, \dots, n$  представлява броят на агентите, които обслужват.

Получените резултати за средната стойност на време за чакане  $t_{cp}$ , средноквадратичното отклонение  $\sigma^2$  и медианата  $\Delta_t$  на обслужените и отхвърлените потребители за различни видове услуги са представени в табл. 1.

Таблица 1. Брой на отхвърлените и обслужените повиквания

| услуга           | повикване  | $t_{cp}$ | $\sigma^2$ | $\Delta_t$ |
|------------------|------------|----------|------------|------------|
| стандартна       | обслужено  | 96       | 98         | 62         |
|                  | отхвърлено | 62       | 69         | 43         |
| бизнес           | обслужено  | 114      | 113        | 78         |
|                  | отхвърлено | 99       | 112        | 55         |
| нови клиенти     | обслужено  | 136      | 131        | 92         |
|                  | отхвърлено | 88       | 94         | 58         |
| интернет клиенти | обслужено  | 159      | 159        | 103        |
|                  | отхвърлено | 140      | 148        | 86         |
| общо             | обслужено  | 105      | 108        | 67         |
|                  | отхвърлено | 78       | 90         | 51         |

Хистограмата на времето за чакане (фиг. 1) е с приблизително експоненциално разпределение. Това се дължи на ограничения кръг от потребители с обслужващия сървър.



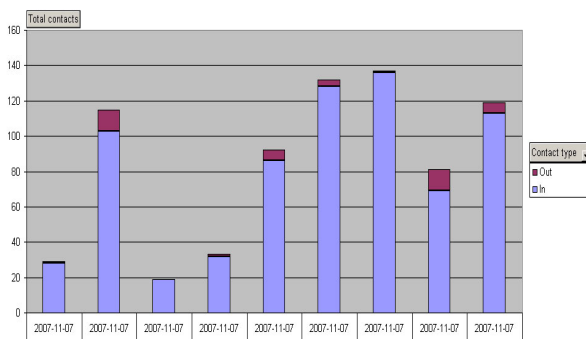
Фиг. 1 Разпределение на времето за чакане

Като крайни резултати и изводи може да видим, че около 70% от всичките услуги са стандартните повиквания.

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

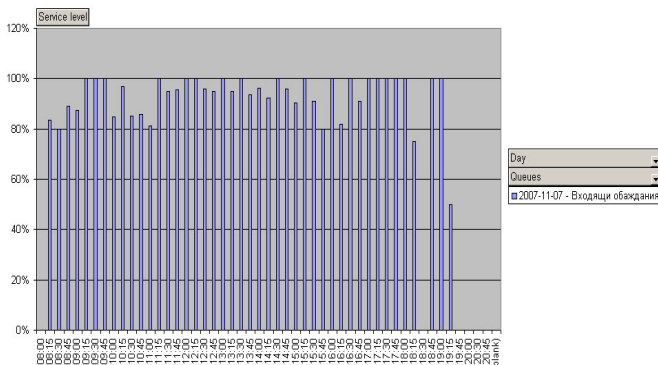
С помощта на предложената методика и любезното съдействие на фирма Кастъмър Кеър, които ползват системните решения на Wi-Com, извършени са експериментални изследвания на качеството на обслужване на потребителите в реални условия. В експеримента (call-центъра) са използвани 9 агента (сървъра), които реализират различни типове услуги с помощта на WEB базираната програма. Изискванията към хардуерното оборудване са поне 120GB свободно дисково пространство, тактова честота на процесора не по-малка от 1,5 GHz и оперативна памет над 512 MB. От голямо значение е да има „стабилен“ достъп до интернет пространството.

Хистограмата на получените експериментални резултати за входящите и изходящите повиквания за всеки един от деветте агента за фиксирана дата са представени на фиг. 2.

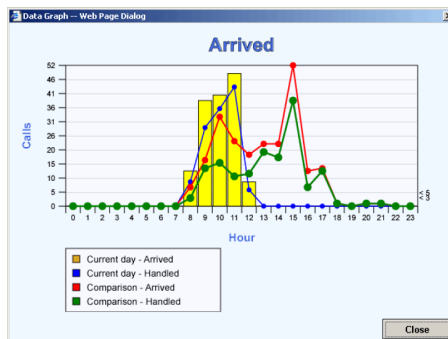


Фиг. 2 Повиквания към/от на обслужващите агенти

Нивото на обслужване в call-центъра, отчитано през интервал от 15 мин графично е представено на фиг. 3. Вижда се, че за по-голямата част от работния ден (от 9 до 18 часа) натоварването на call-центъра е близо 100%.



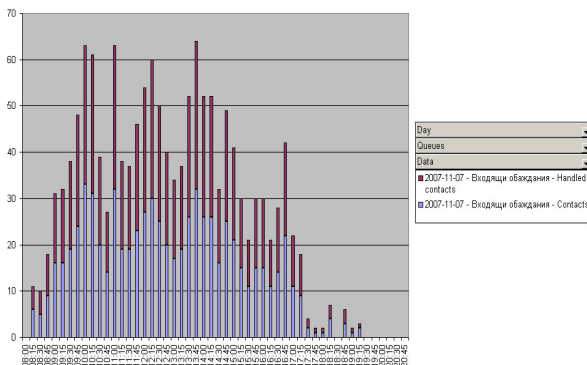
Фиг. 3 Ниво на обслужване на клиентите



Фиг. 4 Сравнение на нивото на обслужване в текущия ден и произволен ден за сравнение

За постигане на качествено обслужване на потребителите се задават критериите: не повече от 20 сек. чакане на заявката за повикване и не повече 1 мин. обслужване на клиента. Вижда се, че само около 2% от заявките се обслужват под праговите ограничения, докато процентът на обслужванията, които не съответстват на зададения критерий за качество достига до 45%.

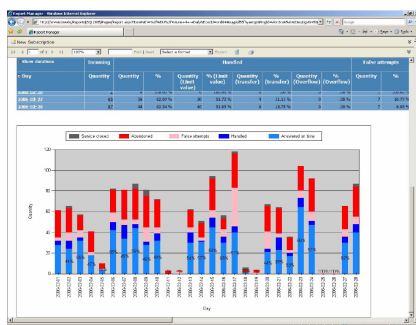
На фиг.5 са показани броят на заявките за повиквания в опашката на даден агент и броят на успешно приетите повиквания за определена дата.



Фиг. 5 Постъпили и обслужени повиквания за определена дата

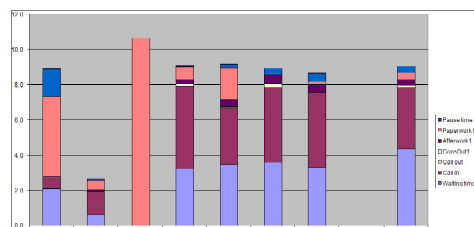
Натоварването на опашката на системата е в рамките на 40% до 50%, което показва, че е необходимо оптимизиране на трафичните процеси по отношение на зададеното качество на обслужване.

Фиг. 6 показва процентното съотношение на всички повиквания, постъпили през текущия месец, както и тяхното състояние.



Фиг. 6 Обслужени, пропуснати, загубени и грешни повиквания.

Като приложение и сравнение на състоянието на системата, преди да се изпълва оптимизацията, в която агентите обслужват различни видове опашки и различни видове услуги се посочва фиг.7



Фиг. 7 Състояние на системата преди оптимизация

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е предложена методика за статистически анализ на експерименталните резултати за разпределение на повикванията и времето на обслужване на потребителите в телефонни call-центрове. Използван е анализ, който се основава на теорията на опашките и използва хомогенно Пуасоново разпределение с допълнителна случайна скорост на процеса на получаване на заявките и експоненциално разпределение на времето за чакане в опашката. Получените резултати позволяват оценката на телетрафикното натоварване на сървъра и агентите при зададени критерии за качеството на обслужване. Наблюдавайки последните две фигури можем да направим следните изводи:

Една система трябва да се използва максимално. Преди да се направи оптимизацията и да се използват и двата вида услуги, постъпващите (завки от клиентите) и излизащите процеси (от страна на агентите – телемаркетинг, телесейлс, различни видове проучвания и пр.), ясно се вижда, че има периоди, в които част от агентите са свободни, докато другата част – група не успява да обслужва всички клиенти, поради което процентът на загубените клиенти е голям. След оптимизацията, вместо средната стойност от 55% обслужване, се наблюдава успешно обслужване от порядъка на 66,7%.

Това ниво е достатъчно високо, при положение, че винаги са налице клиенти, които използват телефоните линии, както за заявки, така и за оплаквания, справки и др. Процентното изражение на техния брой понякога надвишава и 15% . За съжаление, това е непреодолим фактор, въпреки старанието на големите компании да откриват специални номера, които са предназначени само за такъв тип услуги.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Brown, L., Shen, H., Analysis of service times for a bank call center data, TR, University of Pennsylvania, USA, 2002.
- [2] Deslauries, A., L'Ecuyer, P., Markov chain models of a telephone call center with call blending. Kasetsart University, Bangkok, Thailand.
- [3] Hall, P., Kay, J., Titterington, D., Asymptotically optimal difference-based estimation of variance in nonparametric regression, *Biometrika*, 77, 1990, 521–528.
- [4] Levins, M., On The New Local Variance Estimator, PhD Thesis, University of Pennsylvania, USA, 2002.
- [5] Loader, C., *Local Regression and Likelihood*, Springer, New York, 1999.
- [6] Mandelbaum, A., Sakov, A., and Zeltyn, S., Empirical analysis of a call center, Technical Report, Institute of Technology, Technion, Israel.
- [7] Müller, H., Stadtmüller, U., Estimation of heteroscedasticity in regression analysis, *The Annals of Statistics*, 15, 1987, 610–625.
- [8] Whitt, W., Approximations for the GI/G/m queue, *Production and Operations Management*, 2, 1993, 114–161.
- [9] Whitt, W., *Stochastic-Process Limits*, Springer-Verlag, 2002.
- [10] Радев, Д., Рашкова, Е., Денчев, В. (2005). Алгоритми за генериране на трафични потоци с Монте Карло симулация. - Сборник доклади: ТЕЛЕКОМ'2005, Варна, 145-150.
- [11] Ger, K., Avishai, M., *Queueing Models of Call Centers*, Vrije Universiteit, Amsterdam, Netherlands.

### За контакти:

проф. дтн. инж. Димитър Радев, Катедра „Комуникационна техника и технологии“, Русенски Университет „Ангел Кънчев“, ул. „Студентска“ № 8, 7017, Русе, България, тел. +359 82 888 673, e-mail: [dradev@abv.bg](mailto:dradev@abv.bg)

инж. Драган Станковски, Катедра „Комуникационна техника и технологии“, Русенски Университет „Ангел Кънчев“, ул. „Студентска“ № 8, 7017, Русе, България, тел. +359 82 888 842, e-mail: [draganstankovski@gmail.com](mailto:draganstankovski@gmail.com)

**Докладът е рецензиран.**