

Вихрови структури в Джозефсонови контакти с експоненциално изменяща се ширина

Елисавета Семерджиева

Vortical structures in long Josephson junctions with an exponentially varying width: The stability and bifurcation of static vortical structures in long Josephson junctions with an exponentially varying width are numerically studied in the report. The main idea is in the mathematical interpretation of the transition of the junction from super-conductivity to resistive condition as bifurcation of the static distributions of the magnetic flux when the parameters of the model change, partially the magnetic flux and outer current. Bifurcational fluxons are numerically modulated in such junctions.

Key words: fluxon, bifurcation, minimal eigenvalue, stability, critical current, critical magnetic field, critical curve.

ВЪВЕДЕНИЕ

Джозефсоновият контакт (ДК) е една от физичните системи, която се описва чрез синус уравнението на Гордън и следователно се характеризира с възможността за съществуване на флюксони. Физичният обект, съответстващ на математичното понятие флюксон, е магнитният поток в контакта. Флюксоните в ДК могат да бъдат удивително устойчиви, да се преместват с голяма скорост и нищожни загуби на енергия в определена посока. Размерите им са от порядъка на микрометри, а времето за образуване е не повече от 10^{-10} s. Поради това флюксоните могат да се използват като битове във високоскоростни и компактни системи за обработка на информация.

Формата на контакта оказва съществено влияние върху свойствата на магнитния поток. Ето защо променливата геометрия на ДК е актуална тема на теоретичните и приложни изследвания по свръхпроводимост [1-3]. Обект на нашите изследвания са Джозефсонови контакти с експоненциално изменяща се ширина. Цел на настоящата работа е числено моделиране на статични вихрови структури в такива контакти и изследване на тяхната устойчивост и бифуркации при изменение параметрите на модела.

ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Разглеждаме ДК с експоненциално изменяща се ширина $W=W_0 \exp(-\sigma x)$, където $W_0 > 0$ е ширината на контакта в началото на координатната система, а σ е параметър на формата. Модел на такъв контакт е показан в работа [4]. Модифицираното синус-Гордън уравнение, което описва пространствено-времевата еволюция на магнитния поток в ДК има следния вид:

$$\phi_{tt} + \alpha \phi_t - \phi_{xx} + \sigma \phi_x + \sin \phi + g(t, x) = 0, \quad x \in (0, l), \quad t > 0 \quad (1)$$

Тук пространствената координата x е нормирана спрямо Джозефсоновата дълбочина на проникване λ_J , времето t – спрямо плазмената честота, а l е безразмерната дължина на контакта. С помощта на подходяща нормировка функцията $\phi(t, x)$ може да се интерпретира като безразмерен магнитен поток в ДК. Тогава производната $\phi_x(t, x)$ представлява разпределението на интензитета на магнитното поле по дължината на контакта, а $\phi_t(t, x)$ – безразмерният интензитет на електричното поле. Параметърът α описва дисипативните ефекти. Конкретната стойност на тока $g(t, x)$ се задава от геометрията на контакта.

Работата е посветена на численото изследване на устойчивостта и бифуркациите на статичните решения на горепоставената задача при изменение на инжекционния ток и външното магнитно поле. От физична гледна точка необходимостта от изучаване на статичните решения е пряко свързана с физичния експеримент, чрез който се замерва критичната зависимост "ток – магнитно поле". В

джозефсонов (свръхпроводящ) режим измереното от волтметъра напрежение на контакта е равно на нула. Тъй като в съответствие със зависимостите на Джозефсон [5] напрежението на ДК е

$$v(t) = \frac{1}{l} \int_0^l \phi_t(t, x) dx, \quad (2)$$

то тогава производната $\phi_t(t, x)$ се нулира. Следователно, когато ДК е в свръхпроводящо състояние, трябва да се разглеждат статичните решения на задача (1). Опитът показва, че това състояние се запазва, докато инжекционният ток γ достигне някаква стойност γ_c , която се нарича критичен ток. При $\gamma > \gamma_c$ контактът със скок преминава в резистивно състояние. Този преход на ДК от свръхпроводящ в резистивен режим на работа се описва математически като бифуркация на статичните решения на поставената задача при вариране на тока в зададено външно магнитно поле.

Граничната задача за контакт с in-line геометрия има следния вид:

$$\begin{aligned} -\varphi_{xx} + \sigma\varphi_x + \sin\varphi - \sigma h_B &= 0 \\ \varphi_x(0) - h_B + \kappa_0 l \gamma &= 0 \\ \varphi_x(l) - h_B + \kappa_l l \gamma &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Коефициентите κ_0 и κ_l задават частта от тока γ , протичащ през краищата на ДК, а h_B е безразмерният интензитет на външното магнитно поле. Аналогично за контакт с overlap геометрия, когато инжекционният ток е непрекъснато разпределен по оста x на ДК, имаме:

$$\begin{aligned} -\varphi_{xx} + \sigma\varphi_x + \sin\varphi - \sigma h_B + \gamma &= 0 \\ \varphi_x(0) - h_B &= 0 \\ \varphi_x(l) - h_B &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

С цел изучаване устойчивостта на статичните решения, разглеждаме пространствено-времева флукутация от вида:

$$\varphi(t, x) = \varphi_s(t, x) + \varepsilon e^{-\alpha t/2} \sum_n [e^{i\omega_n t} \psi_n(x) + e^{i\omega_n^* t} \psi_n^*(x)] \quad (5)$$

Заместваем разложението в основното уравнение, описващо Джозефсоновия контакт и граничните условия и минаваме към задачата на Щурм-Лиувил (ЗЩЛ) с потенциал $q(x) = \cos\varphi_s(x)$:

$$\begin{aligned} -\psi_{xx} + \sigma\psi_x + q(x)\psi &= \lambda\psi \\ \psi_x(0) &= 0, \quad \psi_x(l) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Поради ограничеността на функцията $|q(x, p)| < 1$, съществува ограничена отдолу редица от собствени стойности (СС) $-1 \leq \lambda_{min} \equiv \lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \dots$. На всяка собствена стойност λ_n , $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ съответства единствена собствена функция (СФ) $\psi_n(x)$, удовлетворяваща условието за нормировка:

$$\int_0^l \psi_n^2(x) dx = 1 \quad (7)$$

Тъй като решението $\varphi(x, p)$ зависи от множеството $p = \{l, \sigma, \gamma, h_B\}$ от параметри на модела, то СС и СФ също ще зависят от това множество т.е. $\lambda_n = \lambda_n(p)$ и $\psi_n = \psi_n(x, p)$. Минималната собствена стойност на ЗЩЛ λ_{min} определя устойчивостта на статичните решения. Когато $\lambda_{min} > 0$ решението $\varphi(x, p)$ е устойчиво, а при $\lambda_{min} < 0$ - неустойчиво. При такъв подход критичен ток за съответното разпределение на магнитния поток е тази стойност на γ , за която минималната СС става равна на нула. При достигане на критичната стойност за тока флуксонът в контакта се разрушава и

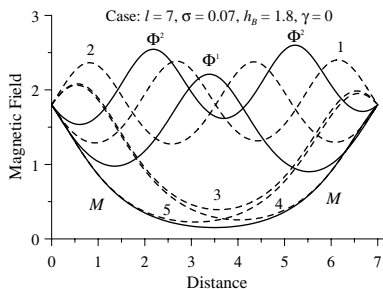
от математична гледна точка има преход на устойчиво в неустойчиво решение на задачата. Тогава зависимостта $\lambda_{min}(\gamma, h_B) = 0$ ще зададе бифуркационната крива “ток – магнитно поле”.

На тази математическа основа са разработени програми, чрез които могат да се моделират флуксони и се изследва тяхната устойчивост и бифуркации при изменение параметрите на модела. Числената „симулация“ на физичния експеримент, при който се замерва критичната стойност на тока, се свежда до изчисляване точките на бифуркация на флуксоните при изменение на тока γ в зададено външно магнитно поле h_B .

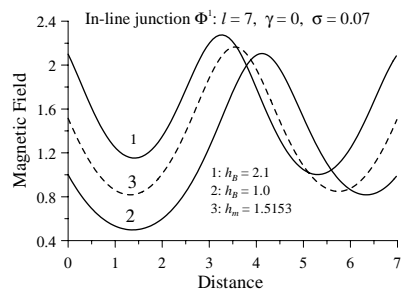
АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ЧИСЛЕНИЯ ЕКСПЕРИМЕНТ

Графиките на всички решения, получени по числен път за Джозефсонов контакт с дължина $l = 7$ и $\sigma = 0.07$ при външно магнитно поле $h_B = 1.8$, са представени на фиг.1. Плътните линии съответстват на устойчивите решения, а пунктирните – на неустойчивите. Устойчивото Мейснерово решение е обозначено с M , устойчивият флуксон – с Φ^1 , двуфлуксонното състояние – с Φ^2 и т.н. При по-големи стойности h_B възникват мултифлуксонни вихри.

На фиг.2 се демонстрира влиянието на външното магнитно поле върху разположението на основния флуксон в контакта. При някаква стойност $h_B = h_m$ максимумът на производната ϕ_x се локализира в средата на контакта и това външно магнитно поле се нарича центриращо. При $h_B < h_m$ се наблюдава ефект на изтласкване на флуксона от геометричния ток g към тесния край на ДК.



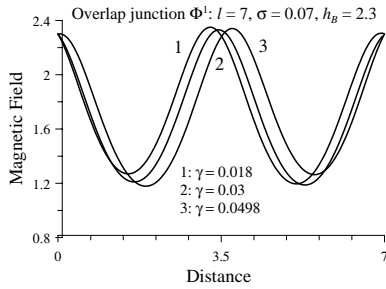
Фиг.1



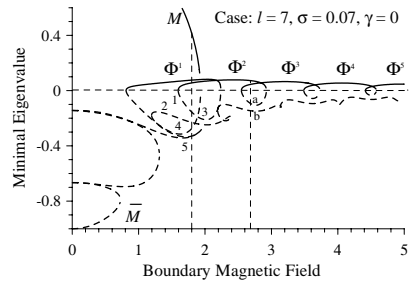
Фиг.2

Аналогично влияние върху вихрите в контакта има и инжекционният ток γ (фиг.3). Съществува такава стойност $\gamma = 0.03$ при зададените параметри на модела, когато флуксонът се центрира в ДК.

Числените резултати от експеримента за устойчивостта на статичните разпределения при изменение на h_B и γ са представени графично на следващите 2 фигури. На фиг.3 се демонстрират получените по числен път зависимости $\lambda_{min}(h_B)$ за M -разпределението и първите няколко устойчиви и неустойчиви вихри в контакт с дължина $l = 7$ и $\sigma = 0.07$. Всяка крива има две нули, разстоянието между които определя областта на устойчивост на съответното разпределение при изменение на магнитното поле h_B . Самите нули се явяват критичните стойности на полето h_B при нулев ток γ .

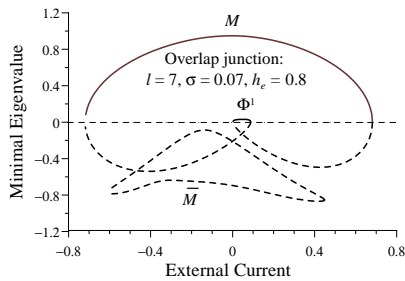


Фиг.3

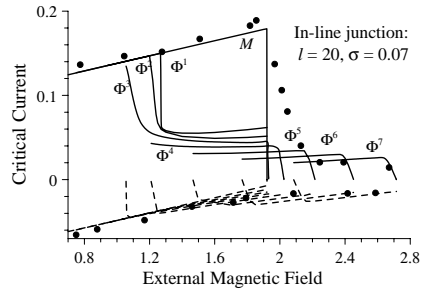


Фиг.4

За построяване на критичната крива на контакта е необходимо да се определи областта на устойчивост на отделните вихри по тока γ при зададена стойност на външното магнитно поле. Фиг.5 илюстрира получените по числен път резултати на зависимостта $\lambda_{min}(\gamma)$ за ДК с overlap геометрия със същите геометрични параметри. Точките на пресичане на кривите с абсцисата $\lambda_{min} = 0$ се явяват точки на бифуркация на статичните решения на задача (4). Тогава флуксоните губят своята устойчивост и се разрушават. Тези стойности на външното магнитно поле и тока са критични за ДК. От графиката се вижда, че основният флуксон Φ^1 е устойчив при положителни стойности на γ т.е. „геометричният ток“ g при нулев инжекционен ток е изтласкал флуксона от контакта. За да се породи Φ^1 , е необходима външна сила, каквато е Лоренцовата, създадена от γ .



Фиг.5



Фиг.6

Числено моделираните бифуркационни криви за Φ^n разпределения на магнитния поток в контакт с in-line геометрия, дължина $l = 20$ и $\sigma = 0.07$ са представени на фиг.6. Плътните линии съответстват на положителен, а пунктирните – на отрицателен инжекционен ток. При вариране на γ в поле $h_B = 1.4$ вихрите губят устойчивостта си в порядъка $\Phi^4 \rightarrow \Phi^3 \rightarrow \Phi^2 \rightarrow \Phi^1 \rightarrow M$. Последно се срива Мейснеровото разпределение, критичният ток на което $\gamma_c = 0.156$ е и критичен ток за контакта. Ако токът γ се увеличава в обратна посока, сривът на разпределенията е в обратен ред $M \rightarrow \Phi^1 \rightarrow \Phi^2 \rightarrow \Phi^3 \rightarrow \Phi^4$ и критичен ток за ДК ще бъде $\gamma_c(\Phi^n) = -0.039$. Критичната крива се строи като обвивка от бифуркационните криви на отделните разпределения на магнитното поле в контакта. С други думи, тя се състои от части на бифуркационните криви за Φ^n разпределенията с най-голям по модул критичен ток при зададено външно магнитно поле h_B . Точките от графиката са резултатите от реалния физичен експеримент по замерване на критичната зависимост „ток-магнитно поле“, взети от работа [2]. Фиг.6 илюстрира доброто качествено и количествено съвпадение на числените и експериментални резултати.

ИЗВОДИ

1. Разработени са програми за числено моделиране статични разпределения на магнитното поле в Джозефсонови контакти с in-line и overlap геометрии, чиято ширина се изменя по експоненциален закон.

2. Изследвана е устойчивостта на отделните вихри при изменение на инжекционния ток и външното магнитно поле.

3. За намиране на критичния ток при зададено магнитно поле се използва идеята, че преходът на ДК от свръхпроводящо в резистивно състояние съответства на бифуркация на някое статично решение на граничната задача.

4. Числено е построена и изследвана структурата на критичната крива за контакт с геометрични параметри, посочени в статия [2]. Тя има много добро съвпадение с експерименталните резултати.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Benabdallah A., Caputo J.G., and Scott , Exponentially trapped Josephson flux-flow oscillator, Phys. Rev. B, v. 54, No 2, 1996, pp. 16139-16146.

[2] Carapella G., Martucciello N., Costabile G., Experimental investigation of flux motion in exponentially shaped Josephson junctions, e-print: cond-mat/0203055; Phys. Rev. B, 66, 134531 (2002).

[3] Goldobin E., Sterck A., and Koelle D., Josephson vortex in a ratchet potential: Theory, e-print: cond-mat/0008237.

[4] Licharev K. K., Dynamics of Josephson Junctions and Circuits, Gordon and Breach, New York (1986) 634 pp.

[5] Semerdjieva E.G., Boyadjiev T.L., and Shukrinov Yu.M., Static vortices in long Josephson contacts of exponentially varying width, Low Temp. Phys., vol. 30, No 6, 2004, pp.610-618.

[6] Бояджиев Т. Л., Численное исследование критических режимов в нелинейных полевых моделях физики. Диссертация на соискание уч. степени доктора физико-математических наук, Дубна (2002).

За контакти:

гл. ас. д-р Елисавета Георгиева Семерджиева, ПУ – филиал “Любен Каравелов”, гр.Кърджали, GSM 0896299305, E-mail: elisaveta_s@abv.bg

Докладът е рецензиран.