

Приложение на динамични математически модели на базата на GEONExT в геометрията и стереометрията

Станимир Станев

Application of the GEONExT-based dynamic mathematical patterns in geometry and stereometry: *This paper is aimed to show: the necessity to use GEONExT in modern mathematics teaching; set of functions and constants for plotting the graph of a function, including examples; creating a dynamic intersection in a stereometric figure – example.*

Key words: GEONExT, graph, function, intersection, stereometry

ВЪВЕДЕНИЕ

В началото на XXI век във Федерална Република Германия в Universitat Bayreuth е разработен програмният продукт GEONExT, отличаващ се с леснота и елегантност при динамичното моделиране на математически обекти. От 2004 година в тази страна от Европейския Съюз този софтуерен инструмент се експериментира и внедрява в областта на средното образование по математика.

В съвременния свят визуалният и динамичен подход към възприемане на сложни и абстрактни процеси все повече разширява базата си във виртуалното пространство. На основа качествено и количествено изменение ресурсите на компютърните системи, в математическото моделиране се наблегна върху мобилността на обектите и проекцията на процесите в мултимедийна среда. Създаде се и се усъвършенства възможността хилядолетният опит на човечеството, особено в областта на точните науки, да бъде елегантно и лесно адаптивно поднесен в забавна форма на широкия потребител. Визуалното и експериментално начало за придобиване на абстрактни познания създаде предпоставка те по-лесно да бъдат практически приложими.

Понастоящем в Република България е изключително актуален въпросът за реформиране на образованието. Въвеждането на математическото моделиране на база компютърни системи е един от начините за увеличаване ефективността и качеството на учебния процес. Притежаването и използването на съвременни абстрактни инструменти дава възможност за равен и равнопоставен старт на възпитаниците на българските учебни заведения и техните връстници от Европейския Съюз.

Продуктът GEONExT притежава богата колекция от обекти, благодарение, на която могат да бъдат интерпретирани и разрешавани геометричните, стереометричните и графичните проблеми в елементарната училищна математика и в част от дяловете на висшата математика. Продуктът е с минимални размери, отворен код и безплатен. Това дава възможност на бързото му и повсеместно внедряване в областта на образователната система. GEONExT притежава специален обект – “плъзгаща се точка” за осъществяване на анимация. Изключително елементарно и ефикасно представя обикновени и параметрични графики. Всеки от обектите му притежава характеристика “следа”, благодарение на което в комбинация с елегантните му качества, продуктът предоставя възможността за бързо и красиво онагледяване на определени математически проблеми и превръща това в забавление. Именно тук е изключително положителното му качество, защото предлага възможно най-точния вариант за усвояване на знания – играта или ако това пасва по-добре – експеримента.

Понастоящем ще демонстрирам приложението на GEONExT в:

- Графики на функции;
- Стереометрично построение;

ИЗЛОЖЕНИЕ

Приложение на GEONExT при изчертаване графики на функции



Продуктът притежава следните вградени функции:


- Exp() – Натуралното число е на степен;
- Log() – Натурален логаритъм;
- Pow() – Число на степен;
- Sqrt() – Корен квадратен;
- Sin() – Синус;
- Cos() – Косинус;
- Tan() – Тангенс;
- Cot() – Котангенс;
- ASin() – Аркус синус;
- ACos() – Аркус косинус;
- ATan() – Аркус тангенс;
- ACot() – Аркус котангенс;
- Abs() – Модул;
- Round() – Закръгляне;
- Sign() – Знак;
- Trunc() – Отрязване.


Освен това той притежава две основни числови константи – Pi и E.


На базата на това и на допълнителните условия могат да бъдат построявани графики на функции, които удовлетворяват напълно нуждите на средното образование.

Приложение на GEONExT при изчертаване графики на непараметрични функции:

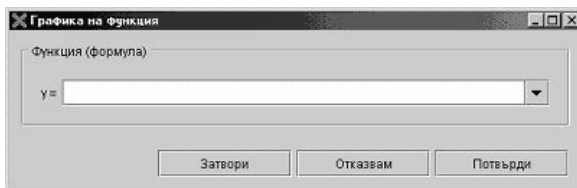
Активираме GEONExT 1.71 – щракваме двукратно върху иконата , намираща се на екрана на монитора. Отваряме нова чертожна повърхност – щракваме върху иконата , намираща се под надписа “файл” на работната среда.

Нансяме решетка – щракваме с мишката върху иконата , намираща се на предпоследна позиция в долния ред с управляващи икони на средата GEONExT

1.71. Нансяме координатна система – щракваме върху иконата , намираща се в долния ред с управляващи икони на средата GEONExT 1.71. Предвижваме координатната система, така че тя да разделя чертожната повърхност на 4 еднакви

квадранта. Това се осъществява като щракнем с мишката върху иконата , намираща се в долния ред с управляващи икони на средата GEONExT 1.71. След като тази позиция се активира, се влиза в чертожната повърхност. Курсорът на мишката се превръща в “компас”. Левият бутон на мишката се натиска и координатната система се придърпва, докато удовлетвори изискванията за еднаквост на четирите квадранта;

Избираме обект “Графики”, позиция “Графика на функция”. Появява се диалоговият прозорец, посочен на Фигура 1.

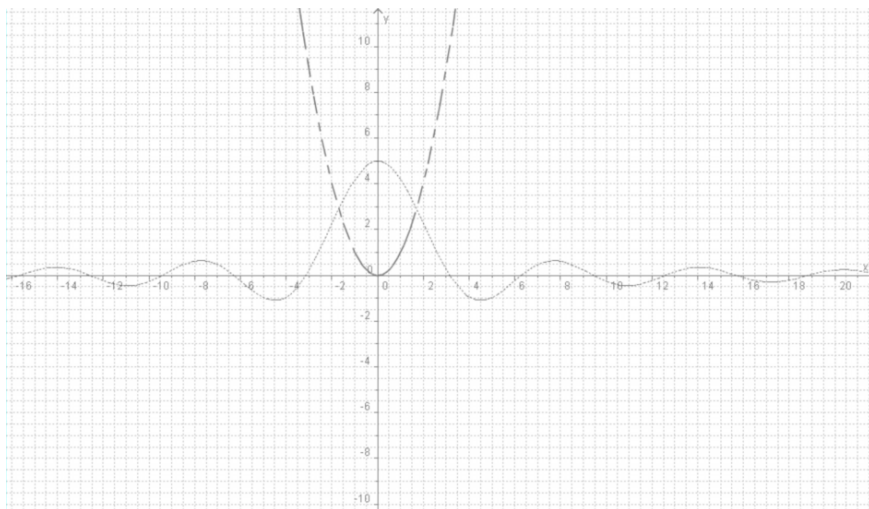


Фигура 1

В полето написваме функцията, чиято графика желаем да видим и потвърждаваме. Примерът, който се предлага е пример от [1](стр. 97), но в случая не се пише програма, което е свързано с допускане на грешки и времезагуба. В предложената демонстрация наслагваме функциите:

- $Y1 = 5 * \sin(x)/x;$
- $Y2 = x^2;$

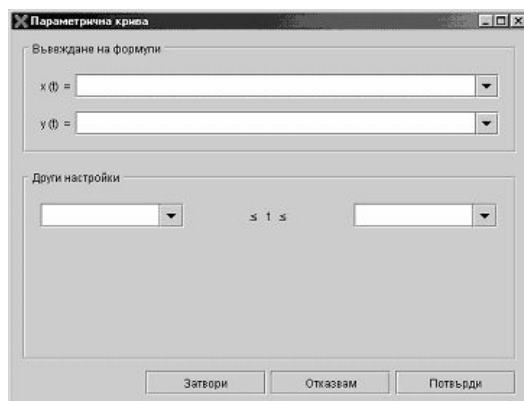
Получава се изображението, посочено на Фигура 2.



Фигура 2

Приложение на GEONExT при изчертаване графики на параметрични функции:

Осъществяваме същото влизане в продукта, описано в т 2.1. Избираме обект "Графики" позиция "Параметрична функция". Появява се диалоговият прозорец, посочен на Фигура 3.



Фигура 3

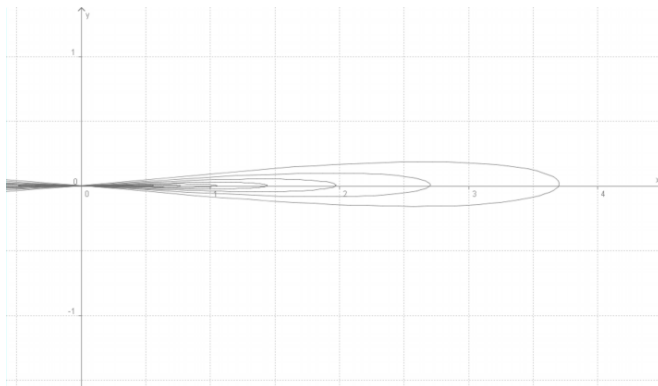
Ще се интерпретира отново пример от [1](стр. 98) – за изчертаване на графиката на параметрично зададената функция:

$$x=4e-0.05t\sin t, y=0.2e-0.1t\sin 2t$$

В първото поле въвеждаме $4*Exp(-0.05*t)*Sin(t)$

Във второто поле въвеждаме $0.2*Exp(-0.1*t)*Sin(2*t)$

В частта други настройки въвеждаме за лява граница 0, а за дясна граница 50. Активираме позиция "Потвърди". Получава се изображението, посочено на Фигура 4.



Фигура 4

Един от основните недостатъци на GEONExT в случая е, че при допускане на грешка просто не изчертава нищо без да информира за вида на грешката, която според него е допусната. Това често пъти води до загуба на време, особено, когато потребителят е в началото на общуването си с продукта.

Приложение на GEONExT при стереометрични построения

Ще направим построение на следната задача:

На ръбовете AB, AD и CD на тетраедъра ABCD са избрани съответно точки M, N и P така, че правите NP и AC да не са успоредни. Да се построи : а) прободът на правата NP с равнината ABC; б) сечението на тетраедъра с равнината MNP.

При това ще се използват плъзгачи се точки с цел да се визуализира промяната на сечението при промяна на избраните първоначални условия.

Прилагането на този вид обект дава възможност за симулация на анимация, а така също и ръчна промяна на стартовите характеристики на задачата. Всичко това създава предпоставката проблемът да бъде разгледан в детайли и това да стане при възможно най-кратък срок.

Създаването на анимационната интерпретация на стереометричната задача се осъществява с действия, посочени на Фигура 5, която представлява конструкционния протокол на осъществяване на идеята:

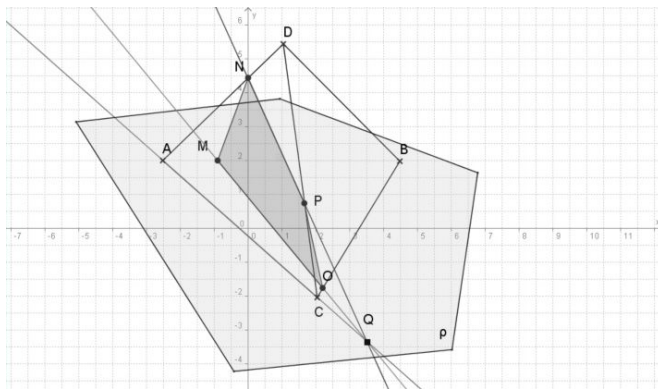
Конструкционен протокол

- | | | |
|--|--|---|
| 1. Отбележи точка A с координати $x = -2.52$ и $y = 2.0$. | 2. Отбележи точка B с координати $x = 4.48$ и $y = 1.88$. | 3. Съедини точките A и B и образувай отсечка a. |
| 4. Отбележи точка C с координати $x = 2.04$ и $y = -2.04$. | 5. Съедини точките A и C и образувай отсечка b. | 6. Съедини точките B и C и образувай отсечка c. |
| 7. Текстът T0 гласи c. | 8. Отбележи точка D с координати $x = 1.04$ и $y = 6.44$. | 9. Съедини точките A и D и образувай отсечка d. |
| 10. Съедини точките D и B и образувай отсечка e. | 11. Намери сечението на Оси x и y. Пресметната точка ще означим с E. | 12. Текстът T1 гласи M. |
| 13. Точката O е плъзгаща се точка, която е свързана с e. | 14. Текстът T2 гласи P. | 15. Намери сечението на Oси x и y. Пресметната точка ще означим с F. |
| 16. Точката H е плъзгаща се точка, която е свързана с e. | 17. Текстът T3 гласи M. | 18. Начертай правата g през точките E и O. |
| 19. Начертай правата h през точките A и C. | 20. Намери сечението на h с g. Пресметната точка ще означим с I. | 21. Отбележи точка J с координати $x = -0.08$ и $y = 3.14$. |
| 22. Отбележи точка K с координати $x = 0.84$ и $y = 3.82$. | 23. Отбележи точка L с координати $x = 0.78$ и $y = 1.64$. | 24. Отбележи точка M с координати $x = 0.02$ и $y = -0.88$. |
| 25. Отбележи точка N с координати $x = -0.42$ и $y = -4.22$. | 26. Начертай Петолъгълник JKLMN. Той се отбелязва с P ₁ и е определен от следните отсечки: j = [JK], k = [KL], l = [LM], m = [MN], n = [JN]. | 27. Текстът T4 гласи p. |
| 28. Текстът T5 гласи o. | 29. Начертай правата i през точките H и I. | 30. Намери сечението на i с e. Пресметната точка ще означим с O. |
| 31. Начертай Четириъгълник HCOO. Той се отбелязва с P ₂ и е определен от следните отсечки: o = [HE], p = [EC], q = [CO], r = [OH]. | | |

Фигура 5

След осъществяването на стъпките, описани на Фигура 5 получаваме построението на описаната стереометрична задача, което може да се третира в три режима:

- Статичен, посочен на Фигура 6;
- Ръчна анимация, която може да се демонстрира в GEONExT среда;
- Автоматична анимация, която може да се демонстрира в GEONExT среда.



Фигура 6

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

GEONExT е продукт, който е с отворен код, т.е. подлежи на развитие. Има неща, които могат да бъдат доусъвършенствани:

- Обектът “плъзгаща се точка” да не се връща след описване на определено движение при режим “анимация” в начална позиция и да започва отначало, а това да става двуходово, сиреч при връщането също да се симулира движение;

- Да се даде възможност за поставяне на плъзгаща се точка върху параметрично дефинирани графики на функции;
- Да се даде възможност опционално да се пресмята корен квадратен по дифиниция, т.е. квадратен корен от 4 да е равен на +/- 2, а не на +2 както е в случая с настоящата версия на продукта;
- Да се изведе служебен прозорец за оповестяване на откритите от продукта грешки, а не чрез бездействие това да бъде осъществявано.

ЛИТЕРАТУРА

[1] <http://www.geonext.de> – официалния сайт на GEONExT

[2] Peter Baptist (Hrsg.) Erhard Friedrich Verlag, Lernen und Lehren mit dynamischen Arbeitsblättern Dynamische Arbeitsblätter Mathematik - Klasse 7/8 Seelze 2004, Bestell-Nr.: 592355

[3] Aulis-Verlag Deubner PM - Praxis der Mathematik in der Schule, 2007

[4] Йорданов Т.И. Приложение на Matlab в инженерните изследвания. Част I., Русе, 2004

За контакти:

Гл.ас.мгр.инж. Станимир Георгиев Станев, Катедра "Технически и природо-математически науки", Русенски университет "Ангел Кънчев", Филиал–Силистра. E-mail: sgs@fs.ru.acad.bg