

Математични модели на специфичната сила на рязане при струговане – методика за определяне на коефициентите

Иван Колев

Abstract: Proposed is a methodology for determining the coefficients in the mathematical models of the specific cutting force when turning. An algorithm and a computer program have been developed based on this methodology. The Fisher criterion, the coefficient of correlation, and the absolute value of the maximum relative error are used for assessment of the mathematical models.

Keywords: mathematical model, methodology, algorithm, computer program, specific force.

ВЪВЕДЕНИЕ

Специфичната сила на рязане има голямо практическо значение, тъй като тя е основен параметър за определяне на силите на рязане при различните процеси на механичното обработване. Теоретичните модели за определяне на специфичната сила на рязане не дават добри резултати по отношение на точност. Поради това за сега тя се определя чрез експериментални изследвания. Използването на известните математични модели на една променлива [3], [4] и компютърните програми за математично обработване на опитни данни е проблематично, тъй като тези математични модели не представят адекватно опитните зависимости в широк диапазон на изменение на факторите. В работи [1], [2] и [5], авторите са представили нови модели на специфичната сила на рязане при струговане, отразяващи адекватно резултатите от опитните изследвания, но не е описана методиката за определяне на коефициентите им.

Целта на настоящата работа е да се представи методика и компютърна програма за математично обработване на резултатите от опитните изследвания за определяне на коефициентите на математичните модели на специфичната сила на рязане при струговане, дадени в [1] и [5].

ОПРЕДЕЛЯНЕ КОЕФИЦИЕНТИТЕ НА МАТЕМАТИЧНИТЕ МОДЕЛИ

Нови хипотетични математични модели на специфичната сила на рязане при струговане, основани на физичната същност на влиянието на дебелината на срязвания слой h са дадени в [1]:

$$k_c = a_0 + e^{a_1 h^{a_2}} \text{ при } a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 < 0, \quad (1)$$

$$k_c = a_0 + \frac{a_1}{h^{a_2}} \text{ при } a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0 \quad (2)$$

и на скоростта на рязане v_c в [5]:

$$k_c = a_0 + \frac{a_1}{e^{a_2 v_c}} \text{ при } a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0 \quad (3)$$

$$k_c = a_0 + \frac{a_1}{v_c + a_3} + \frac{a_2}{(v_c + a_3)^2} \text{ при } a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0 \quad (4)$$

$$k_c = a_0 + \frac{a_1}{v_c + a_2} \text{ при } a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; \quad (5)$$

$$k_c = a_0 + \frac{a_1}{(v_c + a_2)^2}. \quad (6)$$

За да се използва метода на най-малките квадрати (МНК) за определяне на коефициентите на математичния модел (1), той се линеализира чрез двойно логаритмуване

$$\ln k_c = \ln a_0 + a_1 \cdot h^{a_2} \cdot \ln e \text{ или } \ln(k_c / a_0) = a_1 \cdot h^{a_2}. \quad (7)$$

След второто логаритмуване се получава

$$\ln \ln(k_c / a_0) = \ln a_1 + a_2 \cdot \ln h. \quad (8)$$

Решение може да се търси при спазване на условието $a_0 < k_c$. Полага се

$$Y = \ln \ln(k_c / a_0); A_1 = \ln a_1; H = \ln h. \quad (9)$$

Тогава линейният вид на математичния модел е

$$Y = A_1 + a_2 \cdot H. \quad (10)$$

Отклонението на предсказаните стойности на специфичната сила на рязане от експерименталните за i -тия опит се определя по формулата:

$$\varepsilon_i = \bar{Y}_i - A_1 - a_2 \cdot H_i, \quad (11)$$

където \bar{Y}_i е определено по (9) при използване на средноаритметичната стойност на специфичната сила от повторенията на i -тия опит \bar{k}_{ci} .

Определянето на коефициентите на модела започва чрез приемане на начална стойност на a_0 равна на стойността на специфичната сила на рязане за опита, проведен при най-голямата дебелина на срязвания слой. Основание за приемането на тази стойност като изходна е, че тя е най-близко до граничната специфична сила при дебелина на срязвания слой $h \rightarrow \infty$, която в модела (1) е коефициента a_0 . По МНК се определят коефициентите a_1 и a_0 , като се използват експерименталните данни, отговарящи на условието $\bar{k}_{ci} > a_0$, където i е пореден номер на опита. Сумата от квадратите на грешките за всички опити е

$$s = \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_i - A_1 - a_2 \cdot H_i)^2, \quad (12)$$

където n е броя на опитите, отговарящи на условието $a_0 < \bar{k}_{ci}$.

Тогава при решаване на системата от две уравнения:

$$ds / dA_1 = 0 \text{ и } ds / da_2 = 0 \text{ се определят } A_1 \text{ и коефициента } a_2.$$

Като се има предвид (9) - $a_1 = e^{A_1}$.

С определените по този начин коефициенти a_0 , a_1 и a_2 за всеки опит се изчислява отклонението на предсказаните стойности на специфичната сила по модела (1):

$$\varepsilon_i = \bar{k}_{ci} - \hat{k}_{ci}. \quad (13)$$

Изчислява се сумата от квадратите на грешките:

$$s = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2. \quad (14)$$

Приема се стъпка Δa_0 на изменение на коефициента a_0 , като отначало той се увеличава. Опитите, за които $\bar{k}_{ci} < a_0$ се игнорират. Пресмятат се отново коефициентите a_1 и a_2 и се определя сумата от квадратите на грешките.

Ако $s_j < s_{j+1}$ се определят $s_{\min} = s_j$ и коефициентите a_0 , a_1 и a_2 , при които се е получила s_j . Ако на втората итерация се окаже, че $s_{\min} < s_j$ изходната стойност на a_0 се намалява с Δa_0 и цикълът продължава, докато се изпълни условието $s_j > s_{j+1}$. При $s_j < s_{j+1}$ претърсването се прекратява и се определят $s_{\min} = s_j$, a_0 , a_1 и a_2 .

За определяне на коефициентите по модел (2) се извършва еднократно логаритмуване:

$$\ln(k_c - a_0) = \ln a_1 - a_2 \ln h. \quad (15)$$

$$\text{Полага се } Y = \ln(k_c - a_0); A_1 = \ln a_1; H = \ln h. \quad (16)$$

Приема се началната стойност на a_0 , аналогично на модел (1). Избира се стъпка на изменение на коефициента a_0 и пресмятанията продължават, както при математичен модел (1).

Математичният модел (3) на зависимостта на специфичната сила на рязане от скоростта на рязане се логаритмува, за да се линеализира

$$\ln(k_c - a_0) = \ln a_1 - a_2 \cdot v_c. \quad (17)$$

$$\text{Полага се } Y = \ln(k_c - a_0); A_1 = \ln a_1. \quad (18)$$

След заместване в (17) моделът получава вида

$$Y = A_1 - a_2 \cdot v_c. \quad (19)$$

Коефициентите a_1 и a_2 се определят също по МНМК, като се приема начална стойност на коефициента a_0 , стъпка за неговото изменение и спазване на условието $\bar{k}_{ci} > a_0$. За начална стойност на a_0 се приема най-малката скорост на рязане $v_{c\min}$ от експерименталното изследване.

При математичен модел (4), коефициентите също се определят по МНМК. Търсенето на оптимални стойности на a_0 , a_1 и a_2 се извършва по критерий минимална сума на квадратите на грешките при изменение a_3 . За начална стойност на a_3 се приема както при модел (3) най-малката скорост на рязане $v_{c\min}$ от експерименталното изследване. Избира се стъпка на изменение на скоростта Δv_c , като a_3 се увеличава по зависимостта

$$a_3 = v_{c\min} + \Delta v_c. \quad (20)$$

Математичните модели (5) и (6) се получават от общия модел (4), като се използва само втория или само третия член. Определянето на коефициентите a_0 , a_1 и a_2 се извършва както при модел (4).

На фиг.1 е показана окрупнената блок-схема на алгоритъма за определяне на коефициентите на математичните модели, чийто номер се въвежда с кода *КМ*.

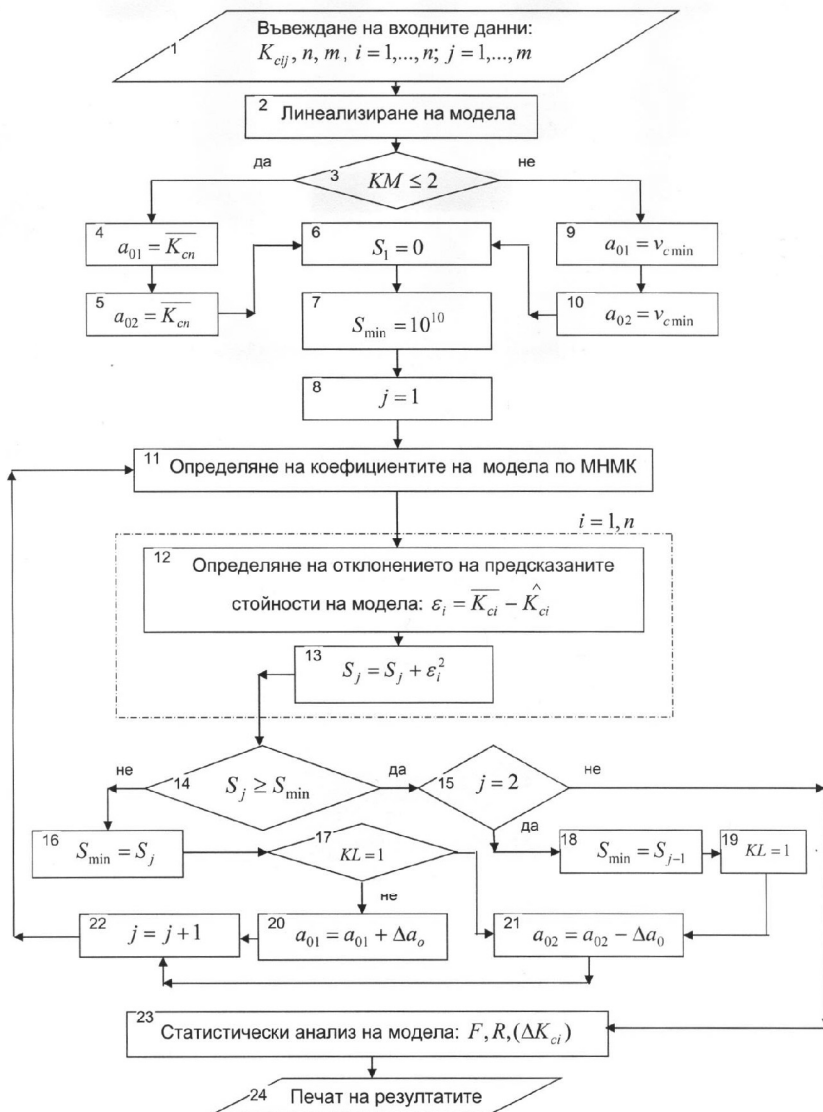
СТАТИСТИЧЕСКИ АНАЛИЗ НА МАТЕМАТИЧНИТЕ МОДЕЛИ

За оценка на математичните модели са използвани следните статистически критерии [3]:

1. Критерий на Фишер, като се проверява условието

$$F = \frac{s_a^2}{s_b^2} \leq F_{\alpha, \nu_1, \nu_2}, \quad (21)$$

където s_a^2 е дисперсията на адекватност;



Фиг.1. Окупнена блок-схема на алгоритъма за определяне коэф. на моделите

където s_a^2 е дисперсията на адекватност;

s_b^2 - дисперсия на възпроизводимост;

F_{α, v_1, v_2} - критична стойност на критерия при ниво на значимост α и степен на свобода v_1 и v_2 .

Коефициент на корелация, определен по формулата:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{k}_{ci} - \bar{k}_{ci})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{k}_{ci} - \bar{k}_{cc})^2}} \quad (22)$$

2. Минималната сума на квадратите на грешките s_{\min} .

3. Относителната грешка по абсолютната стойност:

$$\Delta k_{ci} = \left| \frac{\hat{k}_{ci} - \bar{k}_{ci}}{\bar{k}_{ci}} \right| \cdot 100\% \quad (23)$$

Въз основа на описаната методика и алгоритъм е разработена компютърна програма за обработване на резултатите от експерименталните изследвания, определяне коефициентите на математичните модели и статистически анализ на получените резултати.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описаните методика, алгоритъм и компютърна програма дават възможност да се обработват резултати, получени от опитни изследвания и получаване на математични модели, различаващи се от известните такива, но отговарящи на специфичните условия, свързани с физическата същност на изследвания процес.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Велчев, С., Колев, И., Иванов, К. Изследване влиянието на дебелината на срязвания слой върху специфичната сила на рязане при струговане - I част. Хипотетични математични модели. //Международен конгрес "Машиностроителни технологии". Сб. доклади, Секция 2, Варна, 2004, с.56-59.

[2] Велчев, С., Колев, И., Иванов, К. Изследване влиянието на дебелината на срязвания слой върху специфичната сила на рязане при струговане - II част. Експериментални изследвания. //Международен конгрес "Машиностроителни технологии", Сб. доклади, Секция 2, Варна, 2004, с.60-65.

[3] Митков, А и др. Апроксимиране на данни при функция на една променлива. ВТУ "А. Кънчев", Русе, 1982, с.79.

[4] Митков, А., Минков, Д. Математични методи на инженерните изследвания. ВТУ "А. Кънчев", Русе, 1985.

[5] Velchev, S., Kolev, I., Ivanov, K. Research on the Influence of the Cutting Speed on the Specific Cutting Force During Turning. // Journal of Mechanical Engineering, Vol. 55/6, 2009, 401 - 406.

За контакти:

Доц. д-р инж. Иван КОЛЕВ Иванов, Катедра "Технология на машиностроенето и металорежещи машини", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888 544, e-mail: kolev@uni-ruse.bg

Докладът е рецензиран.