Дифузионни процеси като условие за оптималност при функциониране на информационните системи

Костадин Костадинов

Diffusion Processes as a Condition for Optimum for Functioning Information Systems: *Obtained conditions for global optimality in management tasks statistical diffusion processes with the possibility of separation of trajectories in an incomplete state information, the production of the task and obtain conditions for optimality using direct probability definition of diffusion processes.*

Key words: *diffusion processes, information system*

ВЪВЕДЕНИЕ

При функциониране на специализираните системни за обработка на информация, като правило се използват статистически уравнения в диференциална или интегрална форма [3]. Те включват използването на информационна дифузия на натрупаната информация в подпространствата с цел формиране на състоянието на системата. При решаване на приложни задачи се налага със затруднения да се координира идеологията в управлението на такъв тип системи главно поради, занижената корелация на управляващите променливи в тях. Във връзка с това в [2,3] се използва обобщено решение на уравненията описващи дифузионните процеси. В [6] е формулиран нов вариант обобщени решения, ориентирани на – задачите за управление.

В тази работа е предложена форма на описание еволюцията на разпределение състоянието на дифузионните процеси в информационните системи зададено с вид обикновено диференциално уравнение във вероятностни мерки.

1. Описание на динамична система за обработка на информация. Нека да е дадена информационна система за обработка на информация Sis^{n}_{inf} работеща в *n* - мерно информационно пространство Sp^{n}_{inf} при размерност $Sp^{n}_{inf} \rightarrow (0,1)$ с предварително зададени и функционално определени подпространства M^{n}_{inf}. Функционирането на Sis^{n}_{inf} се основава на управляем случаен Марковски дифузионен процес [4] за обмен на информация между подпространствата M^{n}_{inf} в непрекъснато време за функциониране T^{fun}_{sis}. В този случай управлението на процесите в системата с отчитане на йерархията на протичане на информационният поток се построява по непълна информация за нейното състояние $X_{sust} \in Sp^{n}_{inf}$ в момент от време $t \in T^{fun}_{sis}$. За целта, допустимата стратегия на управление $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ на Sis^{n}_{inf}, трябва да отчита съществуването на определено количество подпространства M^{n}_{inf} в нея, които пораждат дифузионен процес на взаимно проникване и корелация на данни в тях. Процесът може да бъде описан с уравнението на прехода $P_{prex}\left(t, X_{sust}\right)$ на Колмогоров – Чипмън [6]:

$$P_{prex}\left(t, X_{sust}\right) = \int_{Sp^{n}_{inf}} Pr^{inf}_{f}\left(k^{f}_{temps}, Y^{f}_{sust}, t, X^{f}_{sust}\right) P_{sis}\left(k^{f}_{temps}\right) dY^{f}_{sust} \qquad (1.1)$$

където - $P_{prex}\left(t, X_{sust}\right) \in M^{n}_{inf}$ - вероятностна мярка, задаваща разпределението на състоянието X_{sust} на информационният процес в момент от време $t \in T^{fun}_{sis}$; $Pr^{inf}_{f}\left(k^{f}_{temps}, Y^{f}_{sust}, t, X_{sust}\right) \in Sp^{n}_{inf}$ - преходната функция на вероятностното разпределение на състояние X_{sust} в момент t при условие, че в момент $k^{f}_{temps} \leq t$ системата се намира

в състояние $Y_{sust}^{f} \in Sp_{inf}^{n}$ и се използва допустима стратегия на управление $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$; $P_{sis}\left(k_{temps}^{f}\right)$ - вероятност системата да се намира в промеждутък от време $\left[t_0, t_1\right]$, където $t_0 \le k_{temps}^{f} \le t_1$, т.е. в преходният период - $Y_{sust}^{f} \to X_{sust}$ на състоянията.

Времето t в (1.1) се подбира с отчитане на: времето, изразходвано от системата за обработка на информацията t_{obr} и това за предаване на управляващите команди t_{upr}. При това в k_{temps}^{f} се включват времената за комбинациите във взаимодействието на подпространствата M_{inf}^{n} в границите на Sp_{inf}^{n}. Това взаимодействие може да отразява априорна необходимост, за допълнително използване на информационни величини, произтичащи от типа на решаваната приложната задача заложена в информационната система.

а. Уравнението на прехода $P_{prex}\left(t, X_{sust}\right)$ (1.1) предполага възможност за оптимизирането на дифузионния процес в Sis_{inf}^{n}. Например, при нейното преминаване от състояние $Y_{sust}^{f} \to X_{sust}$, се реализира натрупване на информационни величини до определена степен на насищане в подпространствата M_{inf}^{n}. Степента позволява корелацията между тях, което види до формиране на коефициент за началото на взаимодействието $N_{com}^{inf}\left(t, X_{sust}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right), i = 1,...,n$, а също и градиент на дифузия $D_{\Delta\ j}^{diff}\left(t, X_{sust}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right), j = 1,...,m$. За целта се предполага, че указаните функции удовлетворяват условията:

1) Функциите - $N_{com}^{inf}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right)$, и $D_{\Delta\ j}^{diff}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right)$ са измерими с вероятностна мярка, задаваща обмена на информацията между M_{inf}^{n} в Sis_{inf}^{n};

2) При функциониране на системата на посочените функции се дефинира ограничителна функция - $O_{L}^{f} \in Sp_{inf}^{n}$ с пределни величини $L_1, L_2, L_3.....L_k$ в границите на Sp_{inf}^{n} такава, че максималните стойности на $N_{com}^{inf}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right) \le L_k$ и $D_{\Delta\ j}^{diff}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right) < L_k$, където $L_k = const$ за всички $t \in T_{sis}^{fun}$ в Sp_{inf}^{n}.

При удовлетворяване на условията 1.) и 2.) е необходимо да се оператор на промяната $Op_{inf}^{prom}(fX_{sust})$, дефиниращ изменението на потока информация при формиране всяко едно състояние в системата т.е. преминаването от $Y_{sust}^{f} \to X_{sust}$. В този случай по подобие на (1.1) величината на $Op_{inf}^{prom}(fX_{sust})$ да се представи чрез зависимостта:

$$Op_{inf}^{prom}(fX_{sust}) = \int_{Sp_{inf}^{n}} fX_{sust}\, Pr_{f}^{inf}\left(k_{temps}^{f}, Y_{sust}^{f}, t, X_{sust}\right) P_{sis}\left(k_{temps}^{f}\right) dX_{sust} \qquad (1.2)$$

където fX_{sust} - са функции от вида а.) и b.) изпълняващи условията 1.) и 2.) задаващи различни състояния в системата $Y_{sust}^{f} \to X_{sust}$, или

$$fX_{sust} = f\left(N_{com}^{inf}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right) \le L_k, D_{\Delta\ j}^{diff}\left(t, Y_{sust}^{f}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right) < L_k\right) \qquad (1.3)$$

Допусканията в задаването на оператора (1.2) предполагат да се определи именно fX_{sust} на управляващия информационен процес в границите на Sp_{inf}^{n}. За целта се приема оптимална допустима стратегия за управление $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ на системата засягаща комбинациите във взаимодействието на M_{inf}^{n} в границите на Sp_{inf}^{n} при достигането на състояние $Y_{sust}^{f} \to X_{sust}$. Тя се възприема като стратегия за управление на информационният поток в Sis_{inf}^{n}.

Определение 1.1. Приемаме за допустима стратегия $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ за управление на информационният поток в информационна система за обработка на информация , ако :

a) преходният процес в (1.1.) е слабо дифененцируем;

b) изпълнени са условията 1) и 2);

c) оператора на промяната $Op_{inf}^{prom}(fX_{sust})$ е определен за преобладаващото мнозинство функции fX_{sust} при всички $t \in T_{sis}^{fun}$.

Стратегията (1.1) позволява да се определи връзката между $Op_{inf}^{prom}(fX_{sust})$, функциите $N_{com}^{inf}\left(t, X_{sust}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right), i = 1,...,n$, и $D_{\Delta\ j}^{diff}\left(t, X_{sust}, Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)\right), j = 1,...,m$ и дълбочината на всяка промяна в състоянието на системата.

2. Оптимално управление на информационният процес За да се реализира оптималното управление G_{gid}^{proces} на информационният процес в Sis_{inf}^{n} се определя множество D_{oper}^{inf} допустими процеси на управление. То може да бъде изразено във вероятност P_{oper} за реализация на стратегиите $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ и представено със зависимост от вида - $G_{gid}^{proces} = P_{oper}(Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right))$ и удовлетворяващо следните условия:

1) дифузионният процес (1.1) се явява силно определен при кой да е избор допустима стратегия $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$;

2) съществува функция fX_{sust} - реализация на дифузионния процес при условие, че е избрано управление $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ и начално разпределение $P(t) = P_0(fX_{sust})$, което се счита известно и еднакво за всички елементи от D_{oper}^{inf}.

С отчитането на условията за оптималното управление G_{gid}^{proces} на дифузионният процес, връзката между посочените величини може да се зададе с отношението от вида:

$$G_{gid}^{proces} = \int_{t_0}^{t_f} \int_{Sp_{inf}^{n}} fX_{sust} Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right) Pr_{f}^{inf}\left(k_{temps}^{f}, Y_{sust}^{f}, t, X_{sust}\right) dX_{sust} dY_{sust}^{f} \qquad (2.1.)$$

В този случай (2.1.) представлява управление G_{gid}^{proces} в границите на цялото информационно пространство Sp_{inf}^{n}. Но в практиката е необходимо да се намери такъв процес, наричан оптимален, при който критерия за оптималност $Kr\left(G_{gid}^{proces}\right)$ достига своето минимално значение за множество D_{oper}^{inf} от информационни елементи изграждащи Sis_{inf}^{n}. Казано в по-общ смисъл - за функциониране на системата е необходимо да се намери минимизиращата последователност в изискванията на критериите α, т.е. такава, че

$$\lim_{Kr\left(G_{gid}^{proces}\right) \to 0} D_{oper}^{inf} = min\, Kr\left(G_{gid}^{proces}\right) \qquad (2.3.)$$

Изразената зависимост в (2.3), задължително трябва да минимизира, обединява, трансформира и т.н. $Kr\left(G_{gid}^{proces}\right)$ задаващи оптималността на информационния процес. Тя трябва да позволява бързо намиране на търсения резултат от информационната дейност, чрез $Kr\left(G_{gid}^{proces}\right)$ задаващи главни подобреното взаимодействието на подпространствата M_{inf}^{n} в границите на Sp_{inf}^{n} допустими стратегии $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ за тяхното управление. Последното предполага намиране условия за оптималност при използването на разнообразни $Str_{oper}\left(t, X_{sust}\right)$ за управление на информационната дейност в G_{gid}^{proces}.

3. Условия за оптималност на информационният процес. Всеки процес при функциониране на Sis_{inf}^{n} по правило се подчинява на условието за оптималност. В предвид това, при използването на разнообразни $Str_{oper}(t, X_{sust})$ за нейното управление е валидно следното твърдение:

Твърдение 1. Ако за процеса $G_{gid}^{proces} = P_{oper}(Str_{oper}(t, X_{sust})) \in D_{oper}^{inf}$ при всички $t \in T_{sis}^{fun}$ и предварително определени критерии $Kr(G_{gid}^{proces}) \in D_{oper}^{inf}$ е валидно равенството $\lim_{k\to\infty} Kr(G_{gid}^{proces}) = \lambda_{lim}(\varphi_{pok})$, то тогава съществува последователност в множеството D_{oper}^{inf} така, че - $G_{gid}^{proces} \in D_{oper}^{inf} \to min$ да бъде минимизиращ. Където $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ е предел на показателите от критериите $Kr(G_{gid}^{proces})$,(0-1).

Доказателство 1. Нека $G_{gid}^{proces} \in D_{oper}^{inf}$, вземайки под внимание (1.1)-(2.1.), условие 1) и 2) получаваме, че $Kr(G_{gid}^{proces})$ от (2.2.) съществува единствено като $Kr(G_{gid}^{proces}) \to minKr(G_{gid}^{proces})$. Тогава се получава, $\lim_{k\to\infty} Kr(G_{gid}^{proces}) \le \lambda(\varphi)$, където управлението на информационният процес G_{gid}^{proces} притежава постоянно намаляваща стойност или $G_{gid}^{proces} \in D_{oper}^{inf} \to min$. Само тогава оптималният процес се явява минимизиращ.

Следствие 1. Управляващият процес при стойности на $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ в границите $0.7 \le \lambda_{lim}(\varphi_{pok}) \le 0.9$ предполага последователен дифузен информационен процес с цел постигане на условието $G_{gid}^{proces} \in D_{oper}^{inf} \to min$. При това се използват стратегии $Str_{oper}(t, X_{sust})$ за управление на системата, водещи до намаляване на управляващите въздействия зададени от условието $Kr(G_{gid}^{proces}) \to minKr(G_{gid}^{proces})$ в информационната система Sis_{inf}^{n}.

4. Локални условия за оптималност в информационният процес. Нека критериите $Kr(G_{gid}^{proces})$ формират стойности $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ зададени с координати x, y, z в някаква локална област от информационното пространство Sp_{inf}^{n} с околност $\varepsilon \le 1$. Последното позволява да се формира зависимост от стойности от x, y, z, която може да бъде зададена с функция $F(\varphi_{pok})$. Тя позволява при всеки момент $t \in T_{sis}^{fun}$ динамическия процес на дифузията от подпространствата M_{inf}^{n} да се приема частично детерминиран в $\varepsilon \le 1$. В този случай локалните условия за оптималност се задават с функция $F(\varphi_{pok})$:

$$F(\varphi_{pok}) = \int_{\varepsilon \le 1} Ni(t, x, y, z) dxdydz \qquad (4.1.)$$

където: $Ni(t, x, y, z)$- координати на стойностите на показателите $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ в пределите на околността $\varepsilon \le 1$. Функцията $F(\varphi_{pok})$ (4.1.) притежава екстремуми в пределите на околността $\varepsilon \le 1$, което позволява предварително да се изберат показателите $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ и то така, че да е изпълнено $\varepsilon \le \lambda_{lim}(\varphi_{pok})$. В този случай функцията $F(\varphi_{pok})$ се приема за локално оптимална или $F(\varphi_{pok}) \to optimum$. Локалните условия за оптималност чрез $F(\varphi_{pok}) \to optimum$ налагат допълнителна корелация на $\varepsilon \le \lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ за дадената зона, отрязък, фрагмент от Sp_{inf}^{n}.

5. Апробация на модела. Нека е дадена система с определени подпространства на управляемия процес M_{inf}^{n} и матрица взаимна дифузия между тях $C(t)$с размер $n \times v$. Трябва да се намери оптимално допустимата стратегия $Str_{oper}(t, X_{sust})$ за управление на процеса в пространството Sp_{inf}^{n}. Израза на оптималната стратегия ще се определи във вида $Str_{oper}(t, X_{sust}) = -V(t)x$. В този случай е необходимо да се намери разпределение на информационните параметри с граници $\lambda(\varphi)$ от вида $P_{prex}(t, X_{sust})$.Чрез изразяване на уравнението на прехода $P_{prex}(t, X_{sust})$ определяме взаимодействието $N_{com}^{inf}(t, X_{sust}, Str_{oper}(t, X_{sust})), i = 1,...,n$, и градиент на дифузия $D_{\Delta\ j}^{diff}(t, X_{sust}, Str_{oper}(t, X_{sust})), j = 1,...,m$. При удовлетворяване на условия 1 и 2, определяме критерия за оптималност $Kr(G_{gid}^{proces})$ и минимизиращата последователност на критериите т.е. $\lim_{\alpha \to \infty} D_{oper}^{inf} = min\, Kr(G_{gid}^{proces})$. Дефинираме $G_{gid}^{proces} \in D_{oper}^{inf} \to min$ и $F(\varphi_{pok})$ при предварително зададени $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$ и намираме допустимата оптимална стратегия $Str_{oper}(t, X_{sust}) = -V(t)x$. По аналогичен начин се определят и локалните условия за оптималност при предварително зададени координати, околност $\varepsilon \le 1$ и $\lambda_{lim}(\varphi_{pok})$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представеният модел за оптимално управление на информационните системи, чрез описание на дифузионните процеси зададени във вид обикновени диференциални уравнения при непълна информация в определен интервал от време изразено във вероятностни мерки за състоянията, позволява намирането на оптимални стратегии за управление, както в пространството за функциониране на системата така и в неговите части.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Florentin J.J. Optimal control of continuous time. Markov Stochastic Systems, J.Electron, ami Control. 1961. T. 10. №6.
[2] Mortensen R.E. Apriory open loop control of conditions time systems, Int. .1. Control. 1966. T. 3. № 2.
[3] Mortensen R.E. Stochastic Optimal Control with Noisy Observations, Int. J. Control. 1966. T. 4. № 5.
[4] Крылов Н. В. Управляемые процессы диффузионного типа. М.: Наука. 1477.
[5] Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1465.
[6] Пантелеев А.В., Семенов В.В. Оптимальное управление вероятностными системами по неполному вектору состояния, АиТ. 1984. № 1.
[7] Семенов В.В. Синтез алгоритмов управления нелинейными системами при случайных воздействиях с ограниченным составом точных измерений. Аналитические методы синтеза регуляторов. Вып. 3. Саратов: СПИ, 1978.
[8] Хрусталев М.М. Условии равновесия по Нэшу в стохастических дифференциальных играх при неполной информированности игроков о состоянии.2.Метод Лагранжа, Изв. РАН. ТиСУ. 1996. № 1.
[9] Хрусталев М.М., Савастюк С.В. Условия оптимальности стохастических систем диффузионного типа в задачах с ограничениями на процесс управления-наблюдения,Докл. АНСССР. 1990. Т. 311.№2.

За контакти:

Доц. д.т.н. Костадин Костадинов, Катедра “ОУТПСВ”, НВУ “Васил Левски”, тел.: 062-63 08 34, e-mail: koce_knk@abv.bg.

Докладът е рецензиран.