

## Особенности деформации продукта в процессах резания и упаковки

Виктор Гуць, Алексей Губеня, Ольга Коваль

**Summary.** *Mathematical modelling a body movement on a rough surface under action of motive power, forces of resistance and friction is lead. The received equations allow to consider deformation bodies at a pulse load, to define actual speed of a body movement on a rough surface.*

**Key words:** *mathematical modelling, body movement, motive power, friction power, speed, deformation, equation of movement.*

### ВВЕДЕНИЕ

При разработке конструкций упаковочного, резального, формующего и других видов оборудования необходимо учитывать деформацию продукта. Продукты деформируются рабочими органами технологического оборудования под действием движущей силы и сил сопротивления. При деформации нарушаются закономерности его обработки, происходит изменение усилий сопротивления смещению, резанию, формованию, что приводит к ухудшению качества готовой продукции.

Рассмотрим примеры технологического оборудования, в которых продукт движется и деформируется под действием внешних сил.

На рисунке 1 показано схему транспортирования картонных ящиков ленточным транспортёром с дальнейшей их пересадкой. На конце транспортёра 1 установлен упор 2, в который упираются ящики 3, постепенно накапливаясь. После этого пневмоцилиндр сталкивает их с транспортёра. На ящик действует движущая сила от сцепления с транспортёрной лентой, сила трения и сила сопротивления движений от упора или другого ящика. При столкновении с упором или другим ящиком, или от усилия действия пневмоцилиндра ящики сложно деформируются в зависимости от характера действующих сил. Это может негативно влиять на конечное качество упакованного продукта и внешний вид упаковки.

На рисунке 2 показано схему хлеборезальной машины с пакетом ленточных ножей. Хлеб разрезается в направлении движения ножа. В направлении подачи он циклически деформируется, при этом зуб ножа врезается в хлеб на разную глубину. Усилие резания и качество поверхности среза при этом будет непостоянным, что нежелательно допускать.

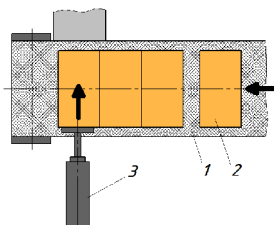


Рис. 1. Транспортирование ящиков:

1 – транспортёр; 2 – ящики;  
3 – пневмоцилиндр

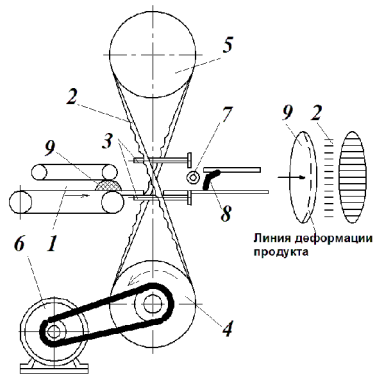


Рис. 2. Хлеборезальная машина

1 – механизм подачи; 2 – ленточные ножи; 3 – направляющие ролики; 4, 5 – барабаны; 6 – привод; 7 – фотодатчик; 8 – принимающий механизм, 9 – хлеб.

Для устранения данных недостатков и учёта поведения продукта при его обработке проведено моделирование его движения и деформации от действия приложенных сил.

### ИЗЛОЖЕНИЕ

#### Моделирование процесса.

Рассмотрим случай, когда груз массой  $m$  движется, например, под действием движущей силы рабочего органа приводного механизма.

Схематически такой случай показан на рис. 1.

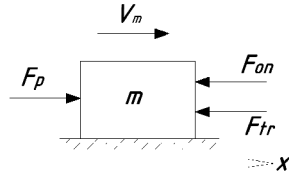


Рис. 1. Схема действия движущей силы  $F_p$  на груз массой  $m$ .

Дифференциальное уравнение движения груза массой  $m$  в направлении  $x$ :

$$F_p = m \frac{d^2 x}{dt^2} + F_{on} + F_{tr}, \quad (1)$$

где  $F_p$  - движущая сила;  $F_{on}$  - сила сопротивления;  $F_{tr}$  - сила трения,  $m \frac{d^2 x}{dt^2}$  - сила инерции.

При условии, что все силы постоянные, и  $F_p > F_{on} + F_{tr}$ , и груз движется по шероховатой поверхности, решение уравнения в общем виде:

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{(F_p - F_{on} - F_{tr})t^2}{m} + C_1 t + C_2 \quad (2)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находим в зависимости от начальных условий.

Когда  $t = 0 \Rightarrow x(0) = 0$ ;  $\frac{dx}{dt} = 0$ , то уравнение (2) будет иметь вид:

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{(F_p - F_{on} - F_{tr})t^2}{m} + x_0 \quad (3)$$

Дифференцируя уравнение (3), определяем скорость движения:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{(F_p - F_{on} - F_{tr}) \cdot t}{m} \quad (4)$$

и ускорение:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{F_p - F_{on} - F_{tr}}{m} \quad (5)$$

При начальных условиях  $t = 0 \Rightarrow x(0) = 0$ ;  $\frac{dx}{dt} = V_0$  рассмотрим движение груза, который в начале моделирования процесса перемещается по шероховатой поверхности:

Соответственно имеем:

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{(F_p - F_{on} - F_{tr})t^2}{m} + V_0 t \quad (6)$$

Дифференцируя уравнение (6), получаем скорость движения груза массой  $m$ .  
Для начальной скорости  $V_0$ :

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{(F_p - F_{on} - F_r) \cdot t}{m} + V_0 \quad (7)$$

Обратим внимание, что для первого и второго случаев ускорение будет одинаково.

Для расчета конструктивных параметров технологического оборудования получим давление, с каким груз массой  $m$  действует на упор или другую преграду (рис. 2):

$$Q = \frac{m}{S} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{S} \cdot (F_p - F_{on} - F_r) \quad (8) \quad \text{Рис. 2.}$$

где  $S$  – площадь контакта тела с преградой,  $m^2$ . Эта площадь может зависеть от  $x$ , например для шара радиусом  $R$ :

$$S = \pi \sqrt{2Rx - x^2}$$

Следует заметить, что для продуктов с вязкоупругопластичными свойствами необходимо учитывать их реологические характеристики.

Характер деформирования груза массой  $m$  в момент приближения с преградой зависит от скорости его движения.

При больших скоростях для вязкоупругопластичных систем имеем изменение размера тела (в направлении его движения) в виде волны с последующей остаточной деформации.

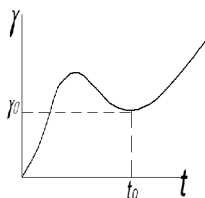


Рис. 3. Общии вид кинетической кривой деформации при импульсной (ударной) нагрузке при наличии силы  $F_p$ .

Интервал времени  $0-t_0$  очень короткий. Для инженерных расчетов им можно пренебречь и не учитывать пластическую реологическую составляющую деформации. Для интервала  $t_0-t$  имеем такое реологическое уравнение:

$$Q = c\gamma + \mu\dot{\gamma} \quad (9)$$

где  $Q$  – давление, которое можно найти с уравнения (8), Па;  $\gamma$  – относительная деформация;  $c$  – коэффициент, характеризующий упругие свойства, Па;  $\mu$  – коэффициент, учитывающий вязкие свойства.

Исходя из классической реологии, когда принимают во внимание относительное смещение системы, имеем:

$$x = \gamma \cdot L_H \quad (10)$$

где  $L_H$  – начальный размер тела.

Относительную деформацию запишем:

$$\gamma = \frac{L_H - L_T}{L_H} = \frac{\Delta L}{L_H} = \frac{x}{L_H} \Rightarrow x = \gamma \cdot L_H \quad (11)$$

где  $L_T$  – размер тела в соответственный момент деформирования.

Пластическую деформацию учитываем при определении начальных условий.

Решение уравнения при  $Q = \text{const}$  и начальных условиях  $t=0$ ;  $\gamma(0)=\gamma_0$  :

$$\gamma = \frac{Q}{c} + e^{-\frac{ct}{\mu}} \left( \gamma_0 - \frac{Q}{c} \right) \quad (12)$$

Дифференцируя уравнение, найдём скорость, с какой система деформируется:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{ce^{-\frac{ct}{\mu}} \left( \frac{Q}{c} - \gamma_0 \right)}{\mu} \quad (13)$$

Учитывая размеры тела, и  $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{L_H} \frac{dx}{dt}$ , имеем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{L_H}{\mu} ce^{-\frac{ct}{\mu}} \left( \frac{F_p - F_{on} - F_{tr}}{Sc} - \gamma_0 \right) \quad (14)$$

Уравнение (14) необходимо при разработке конструкций резальных машин и упругочной техники.

Более точный результат можно найти, учитывая, что в большинстве случаев сила трения не является постоянной величиной. В реальных условиях она изменяется в зависимости от скорости движения:

$$F_{tr} = F_n + k_1 \frac{dx}{dt} \quad (15)$$

где  $F_n$  - начальное усилие трения;  $k_1$  - коэффициент, учитывающий влияние скорости скольжения на силу трения. Он может быть как положительный, так и отрицательный.

В большинстве случаев, когда начальная скорость  $V_0 = 0$ , сила трения имеет максимальное значение в начале движения. При этом для приведения груза в движение необходимо приложить большую силу. Когда он начинает двигаться – сила трения уменьшается, и чем больше скорость, тем она меньше

Учитывая зависимость силы трения от скорости, уравнение движения (1) запишем:

$$F_p = m \frac{d^2x}{dt^2} + F_{on} + F_n + k_1 \frac{dx}{dt} \quad (16)$$

Аналогично, как и в первом случае, дифференцируя уравнения (19) или (20), найдём ускорение  $\frac{d^2}{dt^2} x(t)$ , и давление, с каким груз массой  $m$  будет действовать на преграду, которой может быть фиксатор батона или другой механизм.

Решение уравнения в общем виде:

$$x(t) = C_2 + \frac{(F_p - F_{on} - F_n)t}{k_1} - \frac{me^{-\left(\frac{k_1 t}{m}\right)} C_1}{k_1} \quad (17)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находим, учитывая начальные условия. когда при  $t = 0 \Rightarrow x(0) = 0$ ;  $\frac{dx}{dt} = 0$ , имеем:

$$x(t) = \frac{mF_{on} + mF_n + mF_p}{k_1^2} - \frac{(F_{on} + F_n - F_p)t}{k_1} + \frac{me^{-\left(\frac{k_1 t}{m}\right)} (F_{on} + F_n - F)}{k_1^2} \quad (18)$$

Дифференцируя уравнение (18), найдём скорость, с какой груз массой  $m$  будет двигаться по шероховатой поверхности. При  $V_0 = 0$ :

$$\frac{d}{dt}x(t) = \frac{e^{\left(-\frac{k_1 t}{m}\right)}(F_{on} + F_n - F_p)}{k_1} - \frac{F_{on} + F_n - F_p}{k_1} \quad (19)$$

когда в начале смещения  $\frac{dx}{dt} = V_0$ , имеем:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \frac{e^{\left(-\frac{k_1 t}{m}\right)}(V_0 k_1 + F_{on} + F_n - F_p)}{k_1} - \frac{F_{on} + F_n - F_p}{k_1} \quad (20)$$

### Выводы.

Проведено математическое моделирование движения тела по шероховатой поверхности под действием движущей силы, сил сопротивления и трения. Полученные уравнения позволяют учесть деформирование тела рабочими органами технологического оборудования, определить реальную скорость движения тела по шероховатой поверхности.

Применение результатов при проектировании и выборе режимных параметров упаковочного, резального, формовального оборудования позволяет избежать необратимой деформации продукта, его разрушения, тем самым повысить качество готовой продукции.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Коваль О.А, Гуць В.С. Распределение упругих волн деформирования в мясе // Известия ВУЗов. – Пищевая технология, 1990. - №2-3. – С.76-78.

### За контакти:

1. Гуць Виктор Степанович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры охраны труда и гражданской обороны Национального университета пищевых технологий, г. Киев, Украина. [Goots@ukr.net](mailto:Goots@ukr.net)

2. Губеня Алексей Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и аппаратов пищевых производств Национального университета пищевых технологий, г. Киев, Украина. [Gubena@meta.ua](mailto:Gubena@meta.ua)

3. Коваль О.А., кандидат технических наук, киевский национальный торгово-экономический университет.

**Докладът е рецензиран.**