

Описание на структурата на флуидния поток в цилиндричен реактор с механично разбъркване

Иванка Желева, Анна Лечева

Describing of fluid flow structure in cylindrical tank with mechanical mixing: The behavior of fluid flow in cylindrical tank reactor with mechanical mixing is presented. Numerical results are obtained for reactors with different sizes and for different small values of the Reynolds number. These numerical calculations are quality compares with experimental and numerical investigations provided by other authors.

Key words: cylindrical tank reactor, Reynolds number, mechanical mixing, fluid flow.

ВЪВЕДЕНИЕ

Механично разбъркване на несвиваеми вискозни флуиди често се извършва в химичната, биотехнологичната и хранително вкусовата промишлености. Възпроизвеждането на хидродинамичните процеси в лабораторни условия е скъп и невинаги ефективен подход за изследване при всяка конкретна промишлена технология. Поради мащабния ефект, получените в лабораторни условия резултати не съответстват на процесите, протичащи в промишлените производства. Математическото моделиране и симулиране на хидродинамиката представляват удобен начин за изследване на реални процеси в реактори с разбъркване.

В настоящата статия числено е изследвана хидродинамиката в реактор с една бъркалка при малки стойности на числото на Рейнолдс Re . Направен е качествен анализ на структурата на флуидния поток в цилиндричен реактор с механично разбъркване. Получените числени резултати са представени графично и са сравнени качествено с числени и лабораторни резултати, получени от други автори.

ИЗЛОЖЕНИЕ

1. Математически модел

Разглеждаме въртеливо тримерно течение на несвиваем вискозен флуид в реактор с формата на прав кръгов цилиндър. Реакторът има зададени радиус R и височина Z . По оста му е разположена бъркалка с формата на диск с радиус $R1$ и дебелина $L1$, който е поставен на височина $H1$ от дъното на цилиндъра. Флуидът запълва изцяло реактора и извършва стационарно ососиметрично въртеливо движение, породено от въртящата се с постоянна ъглова скорост Ω бъркалка.

От съображения за удобство е въведена цилиндрична координатна система (r, φ, z) . Всички неизвестни функции зависят само от r и z поради предположението, че течението е ососиметрично. Това означава още, че първата производна по отношение на ъгловата компонента φ е равна на нула за всички неизвестни функции, т.е. $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$. При така направените предположения, разглеждаме половината от осевото сечение на цилиндъра.

Ососиметричното въртеливо движение на несвиваем вискозен флуид се описва от уравненията на Навие-Стокс и уравнението на непрекъснатостта, които са записани в термините на функция на тока ψ , вихър на скоростта ω и момент на тангенциалната скорост M в цилиндричната координатна система (r, φ, z) по следния начин [1,2,3,4,5,9]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r U M}{\partial r} + \frac{\partial W M}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial M}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial U \omega}{\partial r} + \frac{\partial W \omega}{\partial z} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial M^2}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r \omega}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial(rU)}{\partial r} + \frac{\partial(rW)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

където $\vec{V}(U, V, W)$ е векторът на скоростта с неговите компоненти във въведената цилиндрична координатна система, $M = rV$ е моментът на тангенциалната скорост, ψ е функцията на тока, $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{V} = (0, \omega, 0)$ е векторът-вихър на скоростта, $\text{Re} = \frac{\Omega R^2}{\nu}$ е числото на Рейнолдс, R е характерният линеен размер на задачата - радиусът на цилиндъра, ΩR е характерната скорост и ν е кинематичният вискозитет на флуида. В някои от проведените експерименти за характерен линеен размер на задачата е избран радиусът R_1 на разбъркващия диск. Връзката между първата и третата компонента на вектора на скоростта и функцията на тока е следната:

$$U = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad W = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (5)$$

За да се затвори системата уравнения (1) – (5) са поставени гранични условия за всички неизвестни функции. Върху твърдите стени на областта се поставя условието за полепване на вискозния флуид $\vec{V}_{\text{флуид}} = \vec{V}_{\text{стена}}$ и, съответно, $\psi = \text{const}$. Граничното условие за момента на тангенциалната скорост е $M = 0$ върху неподвижните стени на реактора и $M = r^2 / R^2$ върху бъркалката. Граничните условия за вихъра на скоростта ω се дефинират на базата на стойностите на функцията на тока ψ [4], а върху линията на симетрия (оста на цилиндъра) е поставено гранично условие $\omega = 0$ [5].

Поставената гранична задача на Дирихле в сложната геометрична област е нелинейна и за нея не е известно аналитично решение. Разработен е числен алгоритъм, основан на крайни разлики, с помощта на който по метода на променливите направления върху неравномерна мрежа е намерено числено решение на задачата [2].

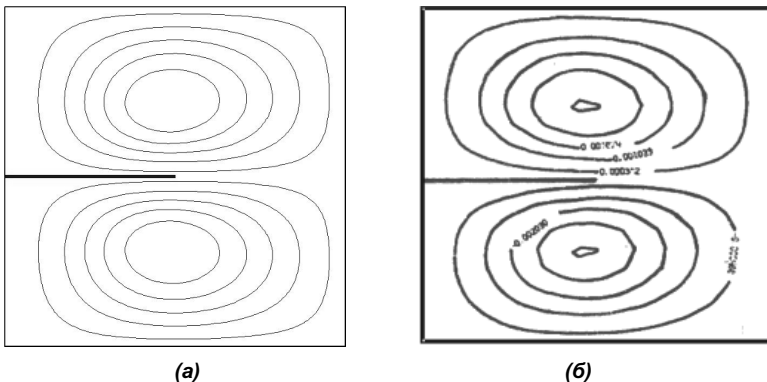
2. Описание на структурата на флуидния поток и сравнение с резултатите на други автори

В процеса на механично разбъркване, в течението на флуида в цилиндричния реактор се образуват две вихрови структури: една под нивото на разбъркващия диск и една над него. С промяната на размера на реактора или на радиуса и дебелината на бъркалката, броят на вихрите не се променя, но се променят интензивността и положението на центровете им [3]. Картина на течението остава със същия характер и при промяна на стойността на числото на Рейнолдс. В настоящото изследване се разглеждат случаи на ламинарни течения при малки стойности на числото на Рейнолдс $6 < \text{Re} < 10$.

• Подобен проблем е разгледан в работата на Герасимов и др. [1]. Стойностите на геометричните параметри, използвани там са следните: $Z/R = 1$; $H_1 = Z/2$ и $H_1 = Z/3$; $R_1 = R/2$. Основните уравнения, описващи модела са записани в термините на функция на тока – вихър на скоростта – момент на тангенциалната скорост. Числените резултати за функцията на тока за $\text{Re} = 10$ графично са представени на Фиг.1.6. Броят на възлите в равномерната мрежа е 441 (21x21), а стойността на константата, която определя края на пресмятанията за вихъра на скоростта е $\varepsilon_{\omega} = 10^{-2}$.

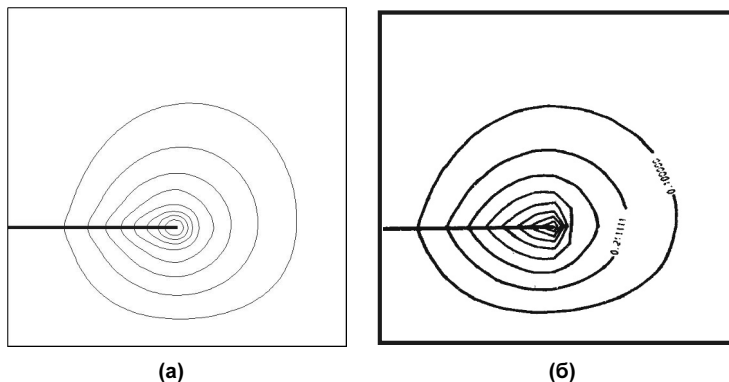
Разглеждаме задачата със същите геометрични параметри и същата стойност на числото на Рейнолдс $\text{Re} = 10$. Численият резултат от нашите изчисления е

графично представен на Фиг.1.а. И в двата случая разбъркващият диск е прикрепен на височина $Z/2$ върху оста на цилиндъра. Потокът на флуида е симетричен спрямо диска.



Фиг.1 Изолинии на функцията на тока ψ за $Re = 10$:
(а) настоящо изследване, (б) Герасимов и др.

Вторият пример представя резултатите за момента на тангенциалната скорост M . Разбъркващият диск е поставен на височина $Z/3$ върху оста на цилиндъра. В този случай, потокът на флуида не е симетричен по отношение на диска. Резултатите, получени в настоящото изследване са показани на Фиг.2.а, а резултатите, получени от Герасимов и др. са показани на Фиг.2.б.

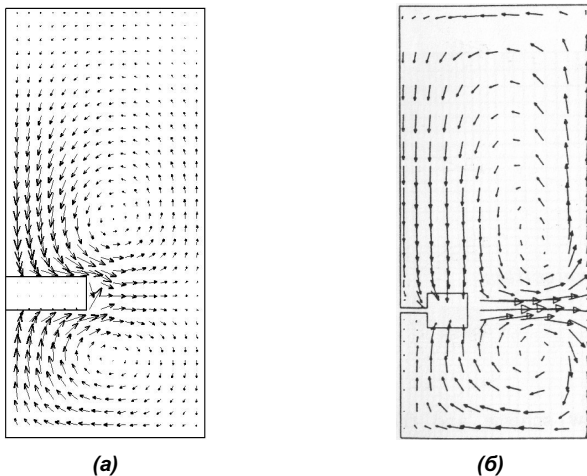


Фиг.2 Изолинии на момента на тангенциалната скорост M за $Re = 10$:
(а) настоящо изследване, (б) Герасимов и др.

- Друго сравнение на поведението на флуид в цилиндричен реактор с механично разбъркване може да се направи с работата на Бейкър [6]. Той изучава хидродинамиката на двуфазна среда течност-газ при постоянно разбъркване [6]. Числените резултати за полето на скоростта са получени посредством използването

на изчислителния софтуер FLUENT. Основните уравнения на модела са разгледани в примитивни променливи скорост - налягане в тримерна цилиндрична област във вътрешността на реактора. Отношенията на геометричните параметри, използвани от Бейкър са: $Z/R = 2$; $H1 = 0.6R$; $R1 = 0.4R$. Полученият от него резултат е показан на Фиг.3.б. Нашата симулация със същите геометрични параметри е показана на Фиг.3.а.

Броят на възлите в неравномерната мрежа, използвана от Бейкър са 1000 (50x20). Той моделира дискова турбина, която генерира по-голям радиален поток на нивото на диска. Този факт може да се забележи, наблюдавайки размера на векторите на скоростта в двете изследвания, показани на Фиг.3.а и б.

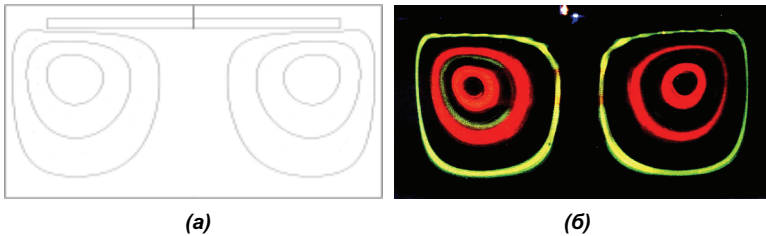


Фиг.3 Поле на скоростта: (а) настоящо изследване, (б) Бейкър

- Друго сравнение за приложението на числения алгоритъм за изследване на хидродинамиката в цилиндричен реактор с механично разбъркване, разработен от нас, може да се направи с експерименталните резултати, получени от Фонтейн и съавтори [7].

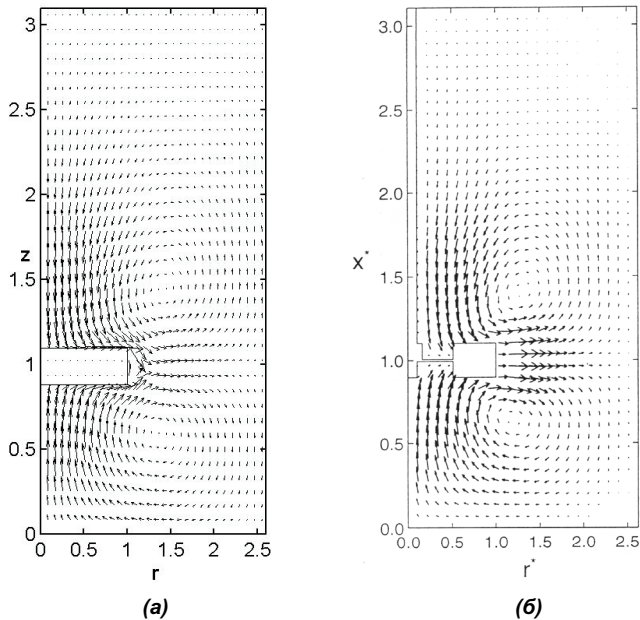
Моделът на флуидното движение там е различен от разглеждания досега. А именно, Фонтейн и съавтори разглеждат процес на хаотично разбъркване в цилиндричен съд с дискова бъркалка. Инжектирали са флуорисцентни бои под налягане вътре в реактора. Експерименталните резултати от разбъркването са фотографирани и са показани на Фиг.4.б. Отношенията на геометричните параметри са следните: $Z/R = 1.3$; $R1 = 0.8R$; $H1 = 0.9Z$. Разбъркващият диск е прикрепен високо по оста на цилиндъра, точно под нивото на флуида. Поради тази причина се наблюдава вихрова структура само под бъркалката. Стойността на числото на Рейнолдс е съвсем малка $Re = 6.5$.

Нашата симулация, проведена при посочените стойности на параметрите е показана на Фиг.4.а.



Фиг.4 Изолинии на функцията на тока за $Re = 6.5$:
 (а) настояща симулация, (б) лабораторен експеримент на Фонтейн и др.

• Следващото сравнение е направено с работата на Ламберто и съавтори [8]. Онтошенията на геометричните параметри, използвани от тях са следните: $Z/R = 2.2$; $H_1 = 0.7R$; $R_1 = 0.38R$. Стойностите на числото на Рейнолдс варират в интервала $8 < Re < 70$. Численият резултат за полето на скоростта за $Re = 8.64$ е показан на Фиг.5.б. Резултатът от нашето изследване е показан на Фиг.5.а. Броят на възлите в неравномерната мрежа в нашето изследване е приблизително 12000. Процесорното време за получаването на този числен резултат е 3 часа. В работата на Ламберто и съавтори е посочено, че възлите в мрежата са приблизително 150000 и са били необходими 1000 часа процесорно време за получаването на този числен резултат.



Фиг.5 Поле на скоростта за $Re = 8.64$:
 (а) настояща работа; (б) Ламберто и съавтори

Качествен анализ и сравнение на получените числени резултати посредством разработения от нас числен алгоритъм и тези, получени от Ламберто и съавтори е публикуван в статията [9].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Направено е описание на структурата на флуидния поток в цилиндричен реактор с механично разбъркване. Получени са числени резултати за малки стойности на числото на Рейнолдс Re . Тези резултати са сравнени качествено с резултатите, получени от други автори. Основният извод от настоящата статия е, че с разработената от нас изчислителна процедура могат да се възпроизведат числено процесите, протичащи в цилиндричен съд с механично разбъркване. Получените резултати са адекватни и отговарят качествено на числените резултати и лабораторните експерименти, публикувани от други изследователи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Герасимов Б., Вислов В. и др., *Математическое моделирование дискового смесителя*, Институт прикладной математики, Москва, 1987.

[2] Желева И., А. Лечева, *Алгоритъм за числено изследване на въртящо се вискозно течение в цилиндричен съд с бъркалка*, Научни трудове, Русе, 2002, Том 39, Серия 2.2, стр. 128 – 133

[3] Желева И., А. Лечева, *Изследване на влиянието на геометричните характеристики върху хидродинамиката в реактори с бъркалка*, Научни трудове РУ "А. Кънчев" 2004, Том 41, серия 7.2, Майски научни четения, стр. 192-197

[4] Лечева А., *Поставяне на граничните условия за ненулевата компонента на вектора-вихър на скоростта при хидродинамични задачи с изпъкнал в потока ъгъл*, Научни трудове РУ "А. Кънчев" 2004, Том 41, серия 7.2, Майски научни четения, стр. 176-183

[5] Роуч П., *Вычислительная гидродинамика*, Мир, Москва, 1980.

[6] Bakker A., *Hydrodynamics of stirred gas-liquid dispersions*, Ph.D. Thesis, Delft University of technology, The Netherlands, 1992

[7] Fountain G., Kharhar D., Mezic I., Ottino J., *Chaotic mixing in a bounded three-dimensional flow*, Journal of fluid mechanics 2000, vol.417, pp. 265-301

[8] Lamberto D. G., Alvarez M. M., Muzzio F. J., *Experimental and computational investigation of the laminar flow structure in a stirred tank*, Chemical Engineering Science, Elsevier Science Ltd., 1999, vol. 54, pp. 919-942

[9] Zheleva I., Lecheva A., *Numerical Investigation of the Viscous Flow in a Bioreactor with a Mixer*, Lecture Notes in Computer Science., NAA 2004, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2004, pp. 598-605

За контакти:

доц. д-р Иванка Желева, катедра "Топлотехника, хидро и пневмо техника", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888 766, e-mail: izheleva@uni-ruse.bg

гл. ас. Анна Лечева, катедра "Математически анализ", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888 226, e-mail: alecheva@uni-ruse.bg

Докладът е рецензиран.