

## Критериални уравнения за хидравлично пресмятане на тръбопроводи

Генчо Попов

***Hydraulic Criteria Equations for Pipelines Design.** This paper presents a method for the quick and relatively easy solving of the classic hydraulic problems in pipeline design (estimation). Using the dimensional analysis, different non-dimensional coefficients have been found, since for each of them just one of the wanted values is involved. The relevant equations used in determining of each the unknown values have been found. Concrete examples applying these equations also have been given.*

**Key words:** pipelines, hydraulic resistances, dimensional analysis

### ВЪВЕДЕНИЕ:

Както е добре известно при хидравличното пресмятане на тръбопроводи принципно се решават три вида задачи: определяне на налягането между началото и края на тръбопровода  $p$ , определяне на дебита  $Q$  и определяне на диаметъра на тръбопровода  $d$ . Трудностите при решаване на последните две задачи се свеждат в определяне на хидравличните съпротивления.

Решаването на тези задачи става със зависимости, получени с помощта на уравнението на Бернули [2]. При пресмятане на дълги тръбопроводи са в сила следните зависимости:

$$1) \quad p = \frac{8 \lambda \rho L}{\pi^2 d^5} Q^2,$$

$$2) \quad Q = \sqrt{\frac{\pi^2}{8}} \sqrt{\frac{d^5}{\lambda \rho L}} p,$$

където:  $\lambda$  е коефициентът на триене;  $\rho$  - плътността на флуида;  $L$  - приведената дължина на тръбопровода.

Коефициентът на триене зависи от грапавостта на стените на тръбата  $\Delta$  и от режима на движение, т.е. от числото на Рейнолдс -  $Re = \frac{v d \rho}{\mu}$  ( $v$  е средната скорост на движение на флуида;  $\mu$  - динамичният вискозитет на флуида). Като се отчете, че средната скорост се определя чрез дебита  $Q$  и диаметъра  $d$ , общата функционална зависимост за коефициента на триене приема вида:

$$3) \quad \lambda = f\left(\frac{4 \rho Q}{\pi \mu d}; \Delta\right).$$

Трудностите при решаване на задачите за определяне на дебита или на диаметъра са свързани с невъзможността от пресмятане на числото на Рейнолдс, а следователно и на коефициента на триене.

Интересен подход е използван в [4]. Там диаграмата на Moody е трансформирана във вид на графична зависимост между три безразмерни комплекса, включваща основните параметри при хидравличните пресмятания на тръбопроводи.

Целта на настоящата работа е да се получат зависимости за директно решаване на отделните видове задачи при пресмятане на тръбопроводи, без необходимостта от пресмятане на коефициента на триене за дадената тръба.

### ИЗЛОЖЕНИЕ

От зависимости (1), (2) и (3) следва, че физичните величини, които се използват при хидравличните пресмятания на тръбопроводи, са:

- $p$  - разликата в налягането между началото и края на тръбопровода;
- $Q$  - дебитът на протичащия флуид;
- $d$  - диаметърът на тръбата;
- $L$  - приведената дължина на тръбопровода;
- $\Delta$  - грапавостта на стените на тръбите;
- $\mu$  - динамичният вискозитет на флуида;
- $\rho$  - плътността на флуида.

Размерностите на всичките тези седем величини се изразяват в системата СИ чрез три основни мерни единици – метър за дължина  $[L]$ , килограм за маса  $[M]$  и секунда за време  $[T]$ . Формулите за размерностите им имат вида:

$$\begin{aligned} [p] &= [L]^{-1}[M]^1[T]^{-2} & [Q] &= [L]^3[M]^0[T]^{-1} & [d] &= [L]^1[M]^0[T]^0 & [L] &= [L]^1[M]^0[T]^0 \\ [\Delta] &= [L]^1[M]^0[T]^0 & [\mu] &= [L]^{-1}[M]^1[T]^{-1} & [\rho] &= [L]^{-3}[M]^1[T]^0 \end{aligned}$$

Новите три величини, които се приемат за основни, трябва да са с независими размерности и в случая е подходящо да не са търсените величини (налягане, дебит и диаметър на тръбата). Удобно е това да са свойствата на флуида (плътността  $\rho$  и динамичният вискозитет  $\mu$ ) и вида на тръбата (еквивалентната грапавост  $\Delta$ ).

Основните мерни единици на тези три нови основни величини в системата  $[L][M][T]$  са: грапавост на тръбата  $[\Delta] = [L]^1[M]^0[T]^0$ , плътност  $[\rho] = [L]^{-3}[M]^1[T]^0$  и динамичен вискозитет на флуида  $[\mu] = [L]^{-1}[M]^1[T]^{-1}$ . Базисният определител (детерминантата) е:

$$\det = \rho \begin{vmatrix} & L & M & T \\ \Delta & 1 & 0 & 0 \\ \rho & -3 & 1 & 0 \\ \mu & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1$$

Тъй като детерминантата  $\det \neq 0$  следва, че избраните три нови величини са независими помежду си.

С новите основни (базисни) единици  $d$ ,  $\rho$  и  $\mu$  по известните методи на анализа на размерностите [1,3] се свързват останалите величини. В резултат се получават следните четири безразмерни комплекса ( $\pi$  критерии):

$$\pi'_1 = p \frac{\rho \Delta^2}{\mu^2}; \quad \pi'_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta}; \quad \pi'_3 = \frac{\Delta}{d}; \quad \pi'_4 = \frac{L}{\Delta}.$$

Следователно общата критериална зависимост за хидравлично пресмятане на тръбопровода има вида:

$$f\left(\pi'_1 = p \frac{\rho \Delta^2}{\mu^2}; \pi'_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta}; \pi'_3 = \frac{d}{\Delta}; \pi'_4 = \frac{L}{\Delta}\right) = 0$$

Чрез комбиниране на отделните  $\pi'$  комплекса, а именно  $\pi'_1/\pi'_4$  и  $\pi'_4/\pi'_3$  функционалната зависимост може да се представи по следния начин:

$$f\left(\pi_1 = p \frac{\rho \Delta^3}{L \mu^2}; \pi_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta}; \pi_3 = \frac{d}{\Delta}; \pi_4 = \frac{L}{d}\right) = 0$$

Вижда се, че във всеки един от получените критерии е включена само една от

търсените величина – налягане  $p$ , дебит  $Q$  или диаметър  $d$ .

Първите три критерия могат да се използват за решаване на поставените задачи. При определяне на налягането  $p$ , определяем ще бъде критерият  $\pi_1$ , а определящи -  $\pi_2$  и  $\pi_3$ . При определяне на дебита, определяем ще бъде критерият  $\pi_2$ , а определящи -  $\pi_1$  и  $\pi_3$ . При търсене диаметъра на тръбата определяем ще бъде  $\pi_3$ , а останалите два са определящи.

За получаване на връзката между  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  и  $\pi_3$  се построява графично зависимостта  $\pi_2 = f(\pi_1)$  при различни стойности на относителната грапавост  $\Delta/d = \pi_3$ . Последователността на пресмятията е следната:

1. Задават се стойности на плътността  $\rho$ , динамичния вискозитет  $\mu$ , еквивалентната грапавост  $\Delta$  и дължината  $L$  на тръбата.

2. При зададена относителна грапавост (дадена стойност на критерия  $\pi_3 = \Delta/d$ ) се пресмята стойността на диаметъра на тръбата  $d$ .

3. Задава се определена стойност на числото на Рейнолдс, чрез която се определя средната скорост в тръбата -  $v = \mu Re / \rho d$ .

4. Пресмята се коефициентът на триене  $\lambda$  като се използват следните формули:

- за хидравлично гладки тръби при  $Re < 15d/\Delta$  се използва формулата на Конаков:

$$4) \quad \lambda = \left( 1,8 \log \frac{Re}{6,9} \right)^{-2};$$

- за преходната област при  $15d/\Delta < Re < 500d/\Delta$  - формулата на Алтшул:

$$5) \quad \lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}.$$

5. Пресмятат се падът на налягане по (1) и дебитът по (2).

6. С така получените стойности на отделните величини се определят критериите  $\pi_1$  и  $\pi_2$ :

$$6) \quad \pi_1 = p \frac{\rho \Delta^3}{L \mu^2};$$

$$7) \quad \pi_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta}.$$

За линеализиране на графичните зависимости те се представят във вида  $\log \pi_2 = f(\log \pi_1)$ .

На фиг. 1 са дадените линии  $\log \pi_2 = f(\log \pi_1)$  при 10 стойности на критерия  $\pi_3$  в интервала  $\Delta/d = 0,01 \div 0,0001$ . Добре се вижда, че тези линии приблизително представляват успоредни прави, като с намаляване на относителната грапавост те се изместват наляво. Тези графични зависимости могат да се опишат с уравнения от вида:

$$\log \pi_2 = a + b \log \pi_1.$$

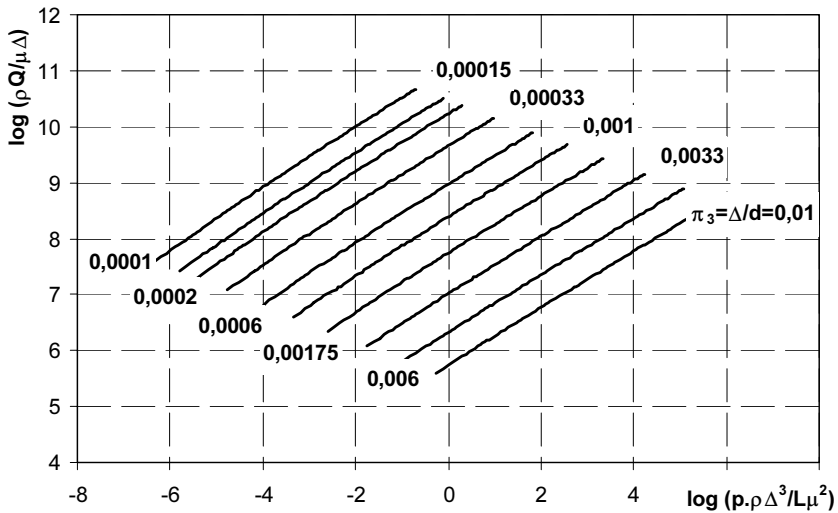
Коефициентите зависят от относителната грапавост  $k_e = \Delta/d = \pi_3$ . След обработване на числените данни е получено следното критериално уравнение:

$$8) \quad \pi_2 = 2,57 \frac{\pi_1^{0,525}}{\pi_3^{2,66}},$$

От това критериално уравнение се получават и уравнения за определяне на комплексите  $\pi_1$  и  $\pi_3$ :

9) 
$$\pi_1 = 0,16 \pi_2^{1,91} \pi^{5,07}$$

10) 
$$\pi_3 = 1,42 \frac{\pi_1^{0,2}}{\pi_2^{0,375}}$$



Фиг. 1.

С получените критериални уравнения (8), (9) и (10) могат да се решават директно трите задачи за изчисляване на прости тръбопроводи. В зависимост от поставената задача се използва съответното критериално уравнение за определяне на критерия, включващ търсената величина и след неговото определяне се изчислява стойността на тази величина. За целта се използват зависимостите:

11) 
$$\rho = \frac{L \mu^2}{\rho \Delta^3} \pi_1;$$

12) 
$$Q = \frac{\mu \Delta}{\rho} \pi_2;$$

13) 
$$d = \frac{\Delta}{\pi_3}$$

По-долу са дадени три примера за хидравлично пресмятане на тръбопроводи. В примерите свойствата на течността (водата) са: плътност  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  и динамичен вискозитет  $\mu = 0,001 \text{ Pa.s}$ , а еквивалентната грапавост стената на тръбата е  $\Delta = 0,1 \text{ mm}$ .

**Пример 1.** Да се определи необходимото налягане за транспортиране на дебит  $Q = 0,0175 \text{ m}^3/\text{s}$  по тръба с диаметър  $d = 0,1 \text{ m}$  и дължина  $L = 1000 \text{ m}$ .

Критериите  $\pi_2$  и  $\pi_3$  са:

$$\pi_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta} = 0,0175 \frac{1000}{0,001 \cdot 0,0001} = 175 \cdot 10^6$$

и

$$\pi_3 = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,0001}{0,1} = 0,001$$

По ур. (9) се пресмята критерият  $\pi_1$ :

$$\pi_1 = 0,16 \pi_2^{1,91} \pi_3^{5,07} = 0,16 (175 \cdot 10^6)^{1,92} \cdot 0,001^{5,07} = 0,547$$

Необходимото налягане е:

$$p = \frac{L \mu^2}{\rho \Delta^3} \pi_1 = \frac{1000 \cdot 0,001^2}{1000 \cdot 0,0001^3} \cdot 0,547 = 547\,000 \text{ Pa} (0,55 \text{ MPa})$$

При пресмятане по формула (1) е необходимо да се пресметне коефициентът на триене, като предварително се определи числото на Рейнолдс, за което се получава -  $Re = \frac{4 \rho Q}{\pi \mu d} = 222\,930$ . По формулата на Алтшул (5) за коефициента на

триене имаме:  $\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} = 0,02$ . За необходимото налягане, пресметнато по (1) се получава:

$$p = \frac{8 \lambda \rho L}{\pi^2 d^5} Q^2 = \frac{8}{3,14} \cdot \frac{0,021 \cdot 1000 \cdot 1000}{0,1^5} \cdot 0,0175^2 = 521\,825 \text{ Pa} (0,52 \text{ MPa})$$

**Пример 2.** Да се определи дебитът на вода по тръбопровод с диаметър  $d = 0,1 \text{ m}$  и дължина  $L = 1000 \text{ m}$ , при налягане  $p = 1 \text{ MPa}$ .

Критериите  $\pi_1$  и  $\pi_3$  са:

$$\pi_1 = p \frac{\rho \Delta^3}{L \mu^2} = 1 \cdot 10^6 \frac{1000 \cdot 0,0001^3}{1000 \cdot 0,001^2} = 1$$

и

$$\pi_3 = \frac{\Delta}{d} = \frac{0,0001}{0,1} = 0,001.$$

От ур. (8) за критерия  $\pi_2$  имаме:

$$\pi_2 = 2,57 \frac{\pi_1^{0,525}}{\pi_3^{2,66}} = 2,57 \cdot \frac{1^{0,525}}{0,001^{2,66}} = 245433095$$

За дебита се получава:

$$Q = \frac{\mu \Delta}{\rho} \pi_2 = \frac{0,001 \cdot 0,0001}{1000} \cdot 245433095 = 0,0245 \text{ m}^3 / \text{s}$$

За пресмятане на дебита по (2) е необходимо да се определи коефициентът на триене, като се използва методът на последователните приближения. На третото приближение за коефициента на триене се получава  $\lambda = 0,0205$ . По формула (2) за дебита имаме:

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2}{8}} \sqrt{\frac{d^5}{\lambda \rho L}} p = 0,0245 \text{ m}^3 / \text{s}$$

**Пример 3.** Да се определи диаметърът на тръба с дължина  $L = 1000 \text{ m}$ , по която се транспортира вода с дебит  $Q = 0,0175 \text{ m}^3 / \text{s}$  при налягане  $p = 5 \text{ bar}$ .

Критериите  $\pi_1$  и  $\pi_2$  са:

$$\pi_1 = p \frac{\rho \Delta^3}{L \mu^2} = 5 \cdot 10^5 \frac{1000 \cdot 0,0001^3}{1000 \cdot 0,001^2} = 0,5;$$

$$\pi_2 = Q \frac{\rho}{\mu \Delta} = 0,0175 \frac{1000}{0,001 \cdot 0,0001} = 175 \cdot 10^6$$

От ур. (10) за критерия  $\pi_3$  имаме:

$$\pi_3 = \frac{\Delta}{d} = 0,001$$

За диаметъра на тръбата се получава:

$$d = \frac{\Delta}{\pi_3} = \frac{0,0001}{0,001} = 0,1 \text{ m}$$

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Получените критериални уравнения (8), (9) и (10) дават възможност за директно и сравнително лесно решаване на задачите за хидравлично пресмятане на тръбопроводи. В зависимост от решаваната задача се използва съответно едно от уравнения (11), (12) или (13). Във всяко едно от тях е включен само един безразмерен комплекс, който лесно се определя по съответното критериално уравнение.

### **ЛИТЕРАТУРА**

- [1.] Веников В. А. Теория подобия и моделирования. Высшая школа, М., 1976.
- [2.] Гужгулов, Г., С. Петров. Механика на флуидите, Русе, 1990 г.
- [3.] Гухман А. А. Введение в теорию подобия. Высшая школа, М., 1973
- [4.] Eugene Adiatori. Why the Fluid Friction Factor should be Abandoned, and the Moody Chart Transformed. The Open Mechanical Engineering Journal, 2009, pp 43-48

### **За контакти:**

Доц. д-р Генчо Попов, Катедра - "Топлотехника, хидро и пневмотехника", Русенски университет "Ангел Кънчев", e-mail: [gspopov@uni-ruse.bg](mailto:gspopov@uni-ruse.bg)

**Докладът е рецензиран.**