Относно планирането на учебното съдържание по Математически анализ за семинарните упражнения*

Лиляна М. Каракашева-Йончева

Abstract: *The article outlines the requirements for selecting and sequencing tasks in the seminars on any given topic in the course of mathematical analysis.*

Key words: *seminars, course content, task component, difficulty of task solution, difficulty of task*

Въведение

Постигането на високите цели ,които поставя съвременното общество пред висшето образование,е свързано с усъвършенсване на организацията и управлението на семинарните упражнения,като една от основните форми на обучение във висшето училище.

Настоящото научно съобщение прави опит да предложи в систематизиран вид някои изисквания,чието съблюдаване при подбора и подредбата на задачи от конкретна тема от учебното съдържание по дисциплината “ Математически анализ” (МА) би осигурило по-висока ефективност на обучението на студентите по време на семинарните упражнения.

Изложение

Важна стъпка при планирането на семинарното упражнение е да се определи обема и сложността на учебното съдържание в съответствие с поставените цели и времето, необходимо за тяхното постигане. Както е известно, учебното съдържание по МА е съвкупност от понятия, заедно с техните определения, аксиоми, теореми, които разкриват съдържанието на тези понятия и подходящо подбрана група от учебни задачи.

Основното средство, чрез което в семинарните упражнения се развиват и усъвършенстват уменията на студентите да разсъждават чрез определения, теореми и аксиоми, е решаването на математически задачи.

Общоприета е постановката, че ефективността на семинарното упражнение съществено зависи от:

- Обоснования подбор и подредба на задачите;
- Начина на изложение на решенията на разглежданите задачи;
- Организацията на дейностите на студентите в процеса “решаване на задача”;
- Времето, с което се разполага.

При подбора и подредбата на задачите за всяка конкретна тема се съобразяваме със следните изисквания, които са обосновани от редица изследователи в [1], [2], [3], [9], [10], [11], [6], [5]:

1. Групиране на задачите според метода за решаване.
2. Подреждане на задачите според степента на сложност на решенията им. Задачите се подреждат така, че всяка задача (с изключение на последната, която е основна от групата) представлява задача – компонента на следващата задача, с цел намаляване степента на трудност.

Ще припомним, че според Ив.Ганчев в [2, с.103-105] задачата Z' с решение A' (тук под решение се разбира последователността от разсъждения, чрез които се получава отговора на задачата) наричаме задача-компонента на задачата Z с решение A, когато решението A' на Z' се съдържа в решението A на Z.

Решението A_n на задачата Z_n можем да разглеждаме като последователност от наредени решения ($A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$) на задачи, които с изключение на първото и евентуално някои следващи, съдържат преди него стоящи решения. При това степента на сложност на решението A_n се определя от числото n.

Трябва да се отбележи, че:

- Една и съща задача може да има различни задачи-компоненти (например ако е решавана по различни начини);
- Всяко твърдение (теорема или нейно следствие), което се използва в решението A_n на дадена задача Z_n, е задача – компонента на тази задача;
- Дейността “решаване на задача” всъщност се състои във формулирането и решаването на нейни задачи – компоненти.

И ако подбора на задачите е направен така, че да осигурява решаване на повече задачи – компоненти на дадена задача, то по този начин може да се намали степента на трудност на разглежданата задача, така че студентът вече да е в състояние сам да я реши или с по-незначителна помощ.

3. Съблюдаване на “принципа за трояката цел”, т.е. решаването на почти всяка задача да е подготвено с решаването преди това на нейни задачи – компоненти. Наред с това, тя трябва да подготвя решаването на други задачи, на които тя е задача-компонента.

4. Очертаване на общата идея в решенията на задачите от всяка група задачи и създаване на условия (там, където е възможно) за разкриване на общата схема от дейности, която стои зад тази група задачи, с помощта на която студентите ще решават и други задачи от тази група.

Пример 1.

Задача. Да се намери границата на редицата с общ член:

а) $a_n = \dfrac{2n^2+3n+1}{3n^2+n+2}$; **б)** $a_n = \dfrac{n^2+3n}{n^4-4n+5}$;

в) $a_n = \dfrac{1-n^3}{n^2+1}$; **г)** $a_n = \dfrac{2n^4+3n^2-5}{3n+3n^3-1}$.

Задача. Да се намери границата на редицата с общ член

$x_n = \dfrac{a_0 n^p + a_1 n^{p-1} + ... + a_p}{b_0 n^q + b_1 n^{q-1} + ... + b_q}$, където $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$.

Пример2.

Задача. Да се намери границата на редицата с общ член:

а) $a_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+2}$; **б)** $a_n = \left(\dfrac{n+2}{n+1}\right)^n$; **в)** $a_n = \left(1+\dfrac{2}{n}\right)^n$.

Задача. Да се докаже, че $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{k}{n}\right)^n = e^k, k \in N$.

5. Всяка определена група задачи да бъде насочена към реализирането на конкретна цел на обучението. При това задачите трябва да бъдат разнообразни по тип и да подпомагат формирането на умения на различни нива (по таксономията на Блум) [7].

6. Задачите от листа за предварителна подготовка да бъдат от ЗАР, а задачите, решавани по време на самото семинарно упражнение да са от ЗБР. Чрез използване на дидактически системи от задачи се ускорява процеса на разширяване на ЗАР и ЗБР на студентите [8].
7. Решаване на една задача по няколко възможни начина и разискване на

тяхната рационалност. След представяне на различните решения на дадената задача е целесъобразно те да се съпоставят, да се обсъдят техните "силни" и "слаби" страни. Там, където е възможно, да се сравняват решенията на задачата по отношение на стандартност и оригиналност. Добре би било, ако студентите достигнат (сами или с помощ) до извода, кои от използваните идеи са ценни и могат да намерят приложение при решаване на други групи задачи.

8. Използване на едни и същи задачи за постигане на различни цели (многофункционалност на задачата).
9. Разглеждане на задачи, чиито решения представляват пропедевтика на фундаментални понятия или идеи от МА.
10. Насочване вниманието на обучаващите се към типични студентски грешки, включително и разглеждане на задачи за откриване на грешки. Чрез подобен подход се активира вниманието на студентите и те запомнят коментара по изясняване на грешката. С цел да се провери правилността на усвоените понятия и свързаните с тях твърдения или да се предпазят студентите от погрешни изводи използваме задачи – софизми.

Пример.

Задача. Да се намери границата на редицата с общ член:

а) $a_n = \left(\dfrac{1}{n^2} + \dfrac{2}{n^2} + ... + \dfrac{n-1}{n^2}\right)$; **б)** $a_n = \left[\dfrac{1^2}{n^3} + \dfrac{2^2}{n^3} + ... + \dfrac{(n-1)^2}{n^3}\right]$;

в) $a_n = \left[\dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + ... + \dfrac{1}{n(n+1)}\right]$.

Когато решаваме подточка а) от тази задача използваме следния подход. Представяме едно „решение" на студентите:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + ...\frac{n-1}{n^2}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2} + \lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^2} + ...\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{n^2} = 0 + 0 + ... + 0 = 0 .$$

Но бихме могли да постъпим и така:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + ...\frac{n-1}{n^2}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1 + 2 + ... + (n-1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{(n-1)n}{2n^2} = \frac{1}{2}.$$

И така $0 = \dfrac{1}{2}$. ***Къде е грешката?***

Този подход активизира студентите, те разбират къде е грешката и работят по-ентусиазирано върху следващите подточки от същата задача.

11. Създаване на условия студентите сами да съставят задачи. Въпреки че двете дейности – решаване на дадена задача и съставяне на задача да се основават на един и същ обем от математически знания, то наблюденията ни показват, че съставянето на задача затруднява студентите. Поддържаме мнението на редица изследователи, че дейността "съставяне на математическа задача" има важно значение за усъвършенстване на уменията на студентите да решават задачи.

За създаване на задачи, еквивалентни на дадена изходна задача, Ив.Ганчев предлага използването на така наречения "логически алжебър"[4,с.48]. Съставянето и използването на такива задачи в семинарните упражнения способства за затвърдяване на определени теоретични знания и за развиване на умения за прилагане метода на отрицанието за доказване на твърдения.

Заключение

Посочените изисквания за подбора и подредбата на задачите за конкретна тема по учебната дисциплина "Математически анализ" са практически приложими и за други математически учебни дисциплини.

Литература

1. **Ганчев, Ив., Колягин, Ю.** Методика на обучението по математика от VIII до XI клас, II част, С., 1998
2. **Ганчев, Ив.** Основни учебни дейности в урока по математика, ИФ Модул-96, С., 1999
3. **Ганчев, Ив.** За математическите задачи, Народна просвета, С., 1976
4. **Ганчев, Ив., Нинова, Ю., Никова, В.** Методика на обучението по математика (обща част) , Университетско издателство „Неофит Рилски", Бл., 2002
5. **Груденов, Я.** Изучение определений, аксиом, теорем, Просвещение, М., 1981
6. **Груденов, Я.** Психолого - дидактические основы методики обучения математике, Педагогика, М., 1987
7. **Каракашева**, **Л**. За целите на обучение в семинарните упражнения, Синергетика и рефлексия в обучението по математика, Доклади на юбилейна международна конференция, Бачиново, 2010, стр.160-167
8. **Каракашева**, **Л**. Приложение взглядов Выготского об обучении и когнитивном развитии в организации семинарских занятий по Математическому анализу, Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики, Том 1, VII Міжнародна науково-практична конференція, Кривий Ріг, 2008, с.177-180
9. **Портев, Л., Милушев, Л., Николов, Н.** Проблемност при обучението по математика, Народна просвета, С., 1983
10. **Фридман, Л. М.** Логико - психологический анализ школьных учебных задач, Педагогика, М., 1977
11. **Фридман, Л. М., Турецкий Е. Н.** Как научиться решать задачи, Просвещение,М.,1984

За контакти:

Гл. ас. Лиляна Методиева Каракашева-Йончева, катедра "Математически анализ", Факултет по математика и информатика , ШУ"Еп.Константин Преславски",тел. 054 830495

E-mail: lkarakasheva@mail.bg

Докладът е рецензиран.