

## Приложение на факторния експеримент за определяне коефициента на полезно действие на водна турбина

Николай Стефанов

*In the article are given the application of factor analysis and determining the efficiency of axial water turbine, operating at low pressure and flow.*

*Keywords: axial hydraulic turbine, parameters of turbine, characteristics.*

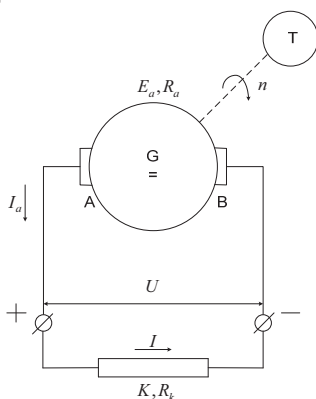
### ВЪВЕДЕНИЕ

Водата се явява неизчерпаем природен ресурс, или тя може да се разглежда като енергиен източник със съществен дял от възобновяемите енергии.

Кинетичната енергия на водата в реките се оползотворява чрез водни турбини, които са свързани с генератори, за производство на електроенергия.

Напоследък в широк мащаб се проявява значителен интерес и към използването на ниско-напорната и маломощна водна енергия, на базата на която са изградени водните турбини с малка мощност.

В катедра „Енергийна техника“ при ТУ-Габрово е разработена осова пропелерна турбина, работеща при ниски напори и имаща малка мощност. Подробно конструкцията на турбината и стенда за нейното изпитване са разгледани в [2].



**Фиг. 1. Схема на генератор за постоянен ток при натоварване**

свързаните към изводите му консуматори  $K$ .

В електрическо отношение състоянието на генератора се определя от уравнението на е. д. н. , а в механично отношение-от уравнението на моментите.

За уравнението на е. д. н. при постоянно токов генератор може да се запише:

$$E = U + I_a R_a = k_e \phi n, \quad (1)$$

където:

$I_a R_a$  е падението на напрежение в котвената верига, чието съпротивление е  $R$ , а  $U$  е напрежението на изводите на генератора;

$k_e$ -коефициент отчитащ конструктивните качества на генератора, V/min;

$\phi$ -магнитен поток във въздушната междина;

$n$ -обороти на въртене,  $\text{min}^{-1}$ .

Енергетичните изпитания се свеждат до опитно заснемане на характеристиките на турбината. При установен напор се провежда серия от измервания при различен товар. Измерваните величини са: дебит и напор, обороти, ток и напрежение на генератора, големина на товара. В резултат на измерванията и чрез изчисления се определят мощността и к.п.д. на турбината. Експеримента се повтаря при различни стойности на дебита и напора.

В реализираната експериментална установка, генераторът се задвижва от първичен двигател (осова турбина), като двете машини заедно образуват агрегат (фиг. 1). Генераторът работи при натоварване, когато консумира от първичния двигател механична енергия и отдава електрическа енергия на

На фиг. 1, веригата на котвата и външната верига на консуматорите  $K$ , представени с общото съпротивление  $R_k$ , образуват неразклонен затворен контур. Токът в котвената верига и във външната верига  $I$  е еднакъв и се определя със зависимостта:

$$I_a = I = \frac{E}{R_a + R_k}. \quad (2)$$

Енергийните процеси, свързани с изменение на натоварването, показват, че при празен ход въртящият момент на турбината уравновесява само съпротивителния момент на генератора и агрегатът работи с определена скорост на въртене. При натоварване възниква и електромагнитен съпротивителен момент, който е:

$$M = k_m I_a \phi, \quad (3)$$

където:  $k_m$ -коэффициент по мощност, Nm/A.

Механичната мощност, която турбината отдава на генератора е пропорционална на двигателния момент, а отдаваната от генератора електрическа мощност е пропорционална на тока в котвата и съпротивителния момент. Затова всяко изменение на отдаваната от генератора електрическа мощност води до съответното изменение на консумираната от него механична мощност.

След преобразуване на зависимости от (1) до (3), се получават изразите за определяне мощностите на генератора.

От турбината генераторът получава механична мощност за която може да се запише:

$$P_{g1} = EI = k_e n \frac{M}{k_m}, \quad (4)$$

а за електрическата мощност, която генераторът отдава, се записва:

$$P_{g2} = UI = k_e n \frac{M}{k_m} - \frac{RM^2}{k_m^2}, \quad (5)$$

където  $R = R_a + R_k$ .

Мощността на агрегата се записва във вида:

$$P_{g2} = \rho g Q H \eta_g \eta_t, \quad (6)$$

където:  $H$ ,  $Q$ -напор и дебит на турбината;  $\rho$ -плътност на водата;  $\eta_{ag} = \eta_t \eta_g$ -к.п.д. на агрегата,  $\eta_t$  е к.п.д.на турбината, а  $\eta_g$  е к.п.д. на генератора.

От горните зависимости следва, че с увеличаване на натоварването,  $IR$ -нараства, където  $I = \frac{M}{k_m}$ , а  $U$  и  $n$ -намаляват и обратно.

Следователно  $\eta_t \square Q, H, n$ , откъдето могат да бъдат определени обратната  $\eta_t = \eta_t(n)$ , дебитната  $\eta_t = \eta_t(Q)$  и напорната  $\eta_t = \eta_t(H)$  характеристики на турбината.

Целта на настоящата разработка е да се определи влиянието на неелектрическите величини  $Q, H$  и  $n$  върху к.п.д. на турбината чрез планиран експеримент.

## ИЗЛОЖЕНИЕ

За планирането на експеримента е необходимо да се събере информация от изследвания обект. В конкретния случай диапазоните на изменение на  $Q, H$  и  $n$  на турбината са определени след провеждане на предварителни еднофакторни експерименти, обобщени в графичен вид и оповестени в [3].

Планирането на експеримента и обработката на получените резултати са извършени съгласно методиката изложена в [1]. Видът и нивата на вариране на

факторите са посочени в таблица 1.

При описване на обекта водна турбина, която има статични характеристики с екстремум, и при планиране на експеримента, за регресионно уравнение е избран полином от втора степен, който лесно се поддава на систематизация и изследване за екстремум. В случая се разглежда ортогонално композиционно планиране при три фактора (Таблица 2).

Таблица 1. Стойности на факторите

Ниво	Натурални стойности			Кодирани стойности		
	$H, m$	$Q, m^3/s$	$n, min^{-1}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
Основно	0.95	0.029	275	0	0	0
Горно	1.1	0.0306	100	+1	+1	+1
Долно	0.8	0.0277	450	-1	-1	-1
Интервал на вариране	0.15	$1.45 \times 10^{-3}$	175	$\Delta x_1$	$\Delta x_2$	$\Delta x_3$

Регресионното уравнение при три-факторния експеримент има вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 \quad (7)$$

Коефициентите от уравнение (7) са пресметнати по формулите:

$$b_1 = \frac{\sum x_1 y}{10.94}; b_2 = \frac{\sum x_2 y}{10.94}; b_3 = \frac{\sum x_3 y}{10.94}; b_{11} = \frac{\sum (x_1')^2 y}{4.34}; b_{22} = \frac{\sum (x_2')^2 y}{4.34}; b_{33} = \frac{\sum (x_3')^2 y}{4.34};$$

$$b_{12} = \frac{\sum x_1 x_2 y}{8}; b_{13} = \frac{\sum x_1 x_3 y}{8}; b_{23} = \frac{\sum x_2 x_3 y}{8}; b_0 = \frac{\sum x_0 y}{15} - 0.73b_{11} - 0.73b_{22} - 0.73b_{33} \quad (8)$$

За оценка точността на експеримента за всяка точка от факторното пространство са проведени  $k = 3$  дублирани опита.

Хипотезата за еднородност на дисперсиите е проверена с критерия на Кохрен. Разчетната стойност на критерия има вида:

$$G_p = \frac{\max S_{\eta,i}^2}{\sum_{i=1}^N S_{\eta,i}^2}, \quad (9)$$

където:  $S_{\eta,i}^2 = \frac{1}{k-1} \sum (y_i - \bar{y}_i)^2$  - оценка на дисперсията за всяка точка от факторното пространство.

От направените изследвания и при определени степени на свобода на числителя  $f_1 = k - 1 = 2$  и знаменателя  $f_2 = N = 15$  при  $\sum S_{\eta,i}^2 = 70$ , и ниво на значимост  $\alpha = 0.05$ , условието за еднородност на дисперсиите е изпълнено, или  $G_p < G_{kp}(f_1, f_2, \alpha)$ . Където  $G_{kp} = 0.33$  е критичната стойност на критерия на Кохрен, а  $G_p = 0.228$ .

Проверката за значимостта на регресионните коефициенти е извършена по критерия на Стюдънт. Разчетната стойност при този критерий се определя като отношение между модула на коефициента  $b_i$  и оценката на неговото средноквадратично отклонение  $S_b$  или:

$$t_p = \frac{|b_i|}{S_b}, \quad (10)$$

където  $S_b = \sqrt{\frac{S_{\eta}^2}{Nk}}$ ,  $S_{\eta}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_{\eta,i}^2}{N}$ .

Критичната стойност на критерия е  $t_{kp} = 1.697$  при степен на свобода  $f = N(k-1) = 30$  и ниво на значимост  $\alpha = 0.1$ .

При изчислени  $S_{\eta}^2 = 4.66$  и  $S_b = 0.322$ , условието  $t_p > t_{kp}(f, \alpha)$  се изпълнява за регресионните коефициенти-  $b_0, b_1, b_2, b_{11}, b_{22}$  и  $b_{33}$ .

Таблица 2. Матрица на коефициентите

№ на опитите	Матрица на коефициентите										Експериментални стойности	
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$(x_1')^2$	$(x_2')^2$	$(x_3')^2$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$y$	$\eta_i, \%$
1	+1	-1	-1	-1	+0.27	+0.27	+0.27	+1	+1	+1	$y_1$	27
2	+1	+1	-1	-1	+0.27	+0.27	+0.27	-1	-1	+1	$y_2$	20
3	+1	-1	+1	-1	+0.27	+0.27	+0.27	-1	+1	-1	$y_3$	27
4	+1	+1	+1	-1	+0.27	+0.27	+0.27	+1	-1	-1	$y_4$	20
5	+1	-1	-1	+1	+0.27	+0.27	+0.27	+1	-1	-1	$y_5$	27
6	+1	+1	-1	+1	+0.27	+0.27	+0.27	-1	+1	-1	$y_6$	20
7	+1	-1	+1	+1	+0.27	+0.27	+0.27	-1	-1	+1	$y_7$	27
8	+1	+1	+1	+1	+0.27	+0.27	+0.27	+1	+1	+1	$y_8$	20
9	+1	-1.21	0	0	+0.74	-0.73	-0.73	0	0	0	$y_9$	85
10	+1	+1.21	0	0	+0.74	-0.73	-0.73	0	0	0	$y_{10}$	60
11	+1	0	-1.21	0	-0.73	+0.74	-0.73	0	0	0	$y_{11}$	85
12	+1	0	+1.21	0	-0.73	+0.74	-0.73	0	0	0	$y_{12}$	60
13	+1	0	0	-1.21	-0.73	-0.73	+0.74	0	0	0	$y_{13}$	20
14	+1	0	0	+1.21	-0.73	-0.73	+0.74	0	0	0	$y_{14}$	20
15	+1	0	0	0	-0.73	-0.73	-0.73	0	0	0	$y_{15}$	80
$\sum(\dots)^2$	15	10.94	10.94	10.94	4.34	4.34	4.34	8	8	8		$\sum 598$

В резултат на анализа е получено следното регресионно уравнение в кодиран вид:

$$y = 83.686852 - 5.3244973x_1 - 2.7650823x_2 - 8.1543779x_1^2 - 8.1543779x_2^2 - 43.718894x_3^2. \quad (11)$$

Адекватността на полученото регресионно уравнение (математичен модел) се проверява по  $F$ -критерия на Фишер. Неговото разчетно значение се намира като отношение между оценката за неадекватност на дисперсията и оценката на дисперсията на единичното наблюдение, или:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{\eta}^2}, \quad (12)$$

където:  $S_{ad}^2 = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^N k(\hat{\eta}_i - \hat{\eta}_i)^2$ , при  $n$  - брой значими коефициенти, а  $\hat{\eta}_i$  се изчислява по уравнение (11) с отчитане знаците на факторите от таблица 2.

Критичната стойност на критерия е  $F_{kp} = 3.07$  при степени на свобода на числителя  $f_1 = N - n = 9$  и на знаменателя  $f_2 = N(k-1) = 30$ , при ниво на значимост  $\alpha = 0.1$ . При изчислена стойност  $S_{ad}^2 = 2.74$ , условието  $F_p < F_{kp}(f_1, f_2, \alpha)$  е изпълнено по отношение адекватността на математичния модел.

След преминаване от кодирани към натурални стойности на променливите

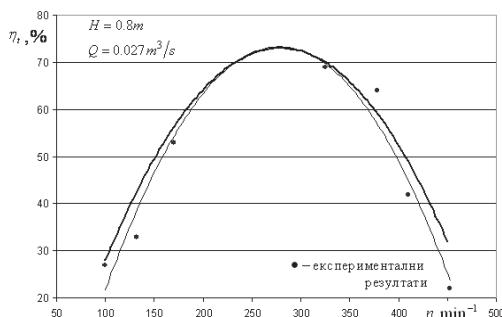
величини е получена зависимост отразяваща комплексното влияние на  $H, Q$  и  $n$  върху к. п. д. на турбината:

$$\eta_t = -3523.7545 - 361.69232H^2 + 652.08012H - 3878419.9Q^2 + 223041.41Q - 0.0014296n^2 + 0.7851564n \quad (13)$$

За определяне на стойностите на променливите за които зависимост (13) има максимум е необходимо да се намерят частните производни по отношение на всеки един от факторите и реши системата от уравнения:

$$\eta'_H = 0, \quad \eta'_Q = 0, \quad \eta'_n = 0. \quad (14)$$

Съставя се числова матрица от частните производни от втори ред. В случая числовата матрица е отрицателно определена и зависимост (13) има максимум в точката с параметри на променливите  $H = 0.9 \text{ m}$ ,  $Q = 0.02875 \text{ m}^3/\text{s}$  и  $n = 274.6 \text{ min}^{-1}$ . При тези параметри максимумът на  $\eta_t = 84.64\%$ .



Фиг. 2. Оборотна характеристика

В качеството си на пример, представящ графичната интерпретация на получения теоретико-експериментален модел, на фиг.2 са построени функциите  $\eta_t = \eta_t(n)$  по

данни от експеримента и модела (13), за случая  $H = 0.8 \text{ m}$  и  $Q = 0.027 \text{ m}^3/\text{s}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В резултат на проведената работа е получен математичен модел за к. п. д. на турбината  $\eta_t = f(H, Q, n)$  при многофакторен експеримент и е извършен статистически анализ, с който е доказана високата точност и адекватност на модела.

Полученият математичен модел позволява да се прогнозира с 98% вероятностното значение на к. п. д. , ако са известни стойностите на  $H, Q$  и  $n$ .

## Литература

- [1] Гайдадин А. Н., С. А. Ефремова. Использование метода композиционного планирования эксперимента для описания технологических процессов. Издательство ВолГТУ. Волгоград, 2008.
- [2] Славчев Хр., Стефанов Н., Райкова М. Стенд за изпитване на ниско-напорни водни турбини с малка мощност. Международна научна конференция AMTECH 2007, 23-24 ноември 2007. ТУ-Габрово, 2007.
- [3] Стефанов Н., М. Райкова, Х. Славчев Характеристики на моделна осова турбина. Международна научна конференция UNITECH 2011, Габрово, 2011.

**За контакти:** гл. ас. д-р Николай Стефанов, катедра „Енергийна техника“, ТУ-Габрово, тел.: 066827373, E-mail: [stefanov@tugab.bg](mailto:stefanov@tugab.bg)

Докладът е рецензиран.