Надлъжни трептения на колянов вал с отчитане податливостта на опорите

Здравко Иванов, Неделчо Иванов

In this paper is described a method for determining a crankshaft axial vibrations, excited from gas forces and inertial forces. The compiance of the main bearings structure of the cylinder block and 3-dimensional shape of crankshaft is taken into account during calculations. Statistical uncertainty of the fully supported crankshaft is revealed by the use of transfer matrices.

Key words: *axial vibration, crankshaft.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Във връзка с повишаване на литровата мощност на двигателите с вътрешно горене и същевременно със стремежа за олекотяване на последния, освен на усукващите трептения на колянновия вал се отбелязва и значително нарастване на осевите такива. На недопустими осеви трептения се приписват редица аварии на двигателните установки станали през последните [6]. Това налага разработването на методи за пресмятането им, които са все още несъвършенни главно заради недостатъчното познаване на възбуждащите и демпфиращи фактори. В [4] и [5] въз основа на обширен експериментален материал по отношение на осевите трептения в корабните валопрододи се прави извода, че наред с възбуждането от гребния винт, основен източник на възбуждане се явяват и газовите и инерционни сили в двигателя. В този доклад се третира проблема за възбуждането на осеви трептения в коляновия вал под действието на радиалната и тангенциалната сили, съответно Z и T, действащи върху колената на коляновия вал. Под действие на тези сили дадено коляно се деформира, като наред с останалиге премествания, основните шийки на коляното получават и премествания по оста на коляновия вал, разликата между които дава осевото преместване на даденото коляно, наричано още “дишане” на коляното. Осевото преместване на даденото коляно ще се яви за останалите колена, свързани с него като натоварващо по оста на коляновия вал. Ако силите предизвикващи “дишането” на разглежданото коляно се менят по хармоничен закон или изобщо са променливи, то е ясно, че те ще предизвикат принудени осеви трептения в съседните колена. Удобно е влиянието на осевото преместване на разглежданото коляно върху съдедните колена да се представи със една сила A, действаща в осево направление, която да е еквивалентна по отношение на осевото преместване на коляното от радиалните и тангенциални реално действащи сили.

Следователно, въпросът за възбуждане на осеви трептения в коляновия вал се свежда до определянето на осевите премествания на отделните колена под действие на радиалните и тангенциалните сили.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Този проблем си остава все още нерешен на практика поради следните причини:

1.Коляновия вал е сложна пространствена статически неопределена система.

2. Деформативността на самия колянов вал силно се влияе от неговите конструктивни параметри, поради което е невъзможно теоретично те да бъдат отчетени (преходните между шийки и рамена, припокриване на основната и мотовилкова шийки, неправилна форма на рамената, отвори).

3. Деформативността на коляновия вал ще се влияе и от самите опори (броя и разположението им, тяхната податливост).

В тази връзка върху усилията и преместванията на дадено коляно ще влияят наред със силите, приложени върху него и силите, приложени върху съседните колена, преместванията на съседните колена, разпределението на опорите и тяхната податливост.

В [4] зависимостта между аксиалната сила А и радиалната сила Z_i за i-тото коляно се дава от израза:

$$A_i = k \cdot \frac{a}{\gamma_m . R} \cdot Z_i, \tag{1}$$

Където a е дължина на мотовилковата шийка;

$\gamma_m = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\gamma_i$, γ_i е ъгъл между всеки две колена;

m - броя на колената на коляновия вал;

R - радиус на коляното;

k -коефициент на пропорционалност, определен експериментално.

Формула (1) отчита по емпиричен вид влиянието на съседните колена, но не отчита влиянието на опорите на коляновия вал.

В [6] зависимостта между аксиалната сила А и радиалната сила Z се предлага:

$$A_i = \frac{R}{4.e_{os}.E} \cdot \left(\frac{a^2 + 4.a.b}{2.J} + \atop + k_p \cdot \frac{R.b}{J_w} \right) \cdot Z_i, \tag{2}$$

където новите величини спрямо (1) са:

b - дължина на основната шийка;

J - инерционен момент на напречното сечение на мотовилковата шийка, спрямо оста на сгъването й от силата Z_i;

J_w - инерционен момент на рамото;

k_p - коефициент отчитащ припокриването между мотовилковата и основна шийки, определящ се експериментално;

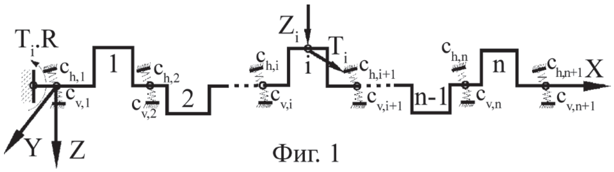
e_{os} - осевата податливост на даденото коляно, определяща се експериментално или пресметната по някои от предлаганите в литературата теоретико-емпирични формули.

И тази формула не отчита влиянието на съседните колена и опорите върху деформациите на разглежданото коляно.

В [5] по експериментален път се търси зависимостта между отношението на радиалната деформация на мотовилковата шийка и осевата деформация на коляното от една страна и средният ъгъл между разглежданото коляно и съседните му колена. Приведените резултати показват голямо разсейване на експерименталните данни, което авторите обясняват с наличието на хлабини, които не са могли да отстранят при експеримента. Макар и правилен по постановка (според нас), а именно да се разглежда коляновия вал в монтирано състояние т.е. има възможност за отчитане влиянието и на опорите, този метод е трудно осъществим на практика поради липсата на възможност да се разпространяват резултатите върху различни двигатели.

В [1] проблема се решава аналогично, като коляновия вал се разглежда като статически неопределима рамкова греда на абсолютно твърди опори. Статическата неопределеност се разкрива чрез метода на надопорните моменти, разработен за пространствена система. След определянето на усилията действащи върху всяко едно коляно под действие на външно приложените сили последователно върху колената на колянови вал, за определянето на еквивалентната аксиална сила А се предлагат формули от типа (2), в които коефициента на припокриване е взаимстван от [6]. Предложеният метод е приложим за всички двигатели, при които коляновия вал е значително по-податлив от основните лагери.

В настоящата разработка се поставя за задача аналитично да се определят еквивалентните аксиални сили А за всяко едно коляно от коляновия вал като последния се разглежда като пространствена статическа неопределена греда на еластични опори съгласно фиг.1.



Фиг. 1

Опорите се предполагат точкови с определени коравини в хоризонталната равнина c_h и вертикалната равнина c_v.

Определено коляно с номер i се товари последователно с единични сили Z_i и T_i. За да отнемем подвижността на коляновия вал левият му край го считаме неподвижен само в осево и усукващо направление. На целия колянов вал се присвоява координатна система, на която посоките на осите са показани на фиг.1. Равнината на първото коляно до опората (коляно 1) съвпада с равнината XOZ. Поради пространствената форма на коляновия вал, напрегнатото и деформирано състояние на всяко едно негово сечение се дава от шест кинематични и шест силови параметъра: u, P_x - преместване и усилия по ос X; v, P_y - преместване и усилие по ос Y; θ, M_x - завъртане и момент около ос X; α_y, M_y - завъртане и момент около ос Y; w, P_z - преместване и усилие по оста Z; α_z, M_z - завъртане и момент около ос Z. Определянето на гореспоменатите параметри е удобно да бъде извършено по метода на пренасящите матрици, при който не е необходима предварителното разкриване на статическата неопределеност на коляновия вал. Същността на метода се състои в следното: по подходящ начин между параметрите на всеки две сечения на коляновия вал се определя зависимостта (3), която записана в матричен вид представлява основното матрично уравнение на метода. Символично то може да бъде записано така:

$$[\mathrm{W}]_{\mathrm{i+1}} = [\mathrm{R_i}] \cdot [\mathrm{W}]_{\mathrm{i}}, \tag{3}$$

където параметрите описващи напрегнатото и деформирано състояние в дадено сечение се разглеждат като компоненти на вектора $[W]$. Матрицата $[R_i]$ се нарича пренасяща матрица. Ясно е, че последната отнася компонентите на вектора $[W]_i$ от сечение i на вала към компонентите на вектора $[W]_{i+1}$ от сечение i+1 на вала.

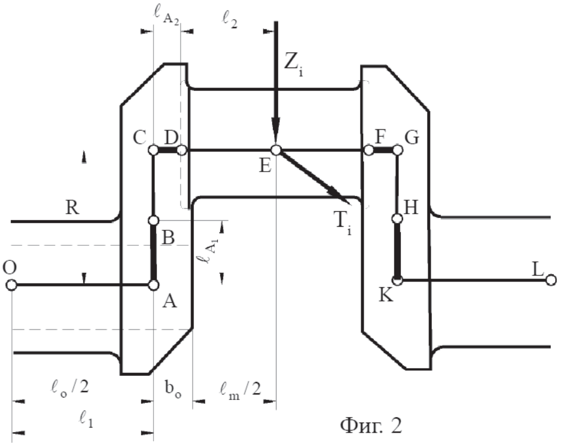
Ако приемем, че познаваме пренасящата матрица на всяко едно коляно в координатната система на целия колянов вал, а също така и пренасящата матрица за всяка една еластична опора, то можем да получим пренасящата матрица, свързваща параметрите в двата края на коляновия вал:

$$[W]_n = [R_n.S_n.R_{n-1}.S_{n-1}...R_i.S_i...R_2.S_2.R_1]\cdot[W]_1, \tag{4}$$

където $[\mathrm{R_i}]$ е пренасящата матрица на едно коляно в координатната система на целия колянов вал;

$[\mathrm{S_i}]$ - пренасяща матрица на еластичната опора.

В (4) след като се поставят граничните условия за краищата на коляновия вал се получава система уравнения, от която могат да бъдат определени параметрите на десния край на коляновия вал. След това, използвайки известните вече матрични съотношения, можем да определим параметрите на всяко едно сечение от коляновия вал. Разликата между



Фиг. 2

осевите премествания в краищата на дадено коляно (последните се вземат след като се премине през опората) ни дава търсеното осево преместване на това коляно под действие на приложената сила върху i -тото коляно.

Граничните условия според фиг. 1 ще бъдат:

$$[W]_1^T = [0, 0, \frac{P_{y_1}}{c_{h_1}}, \alpha_z, \frac{P_{z_1}}{c_{v_1}}, \alpha_y, 0, P_z, \\ 0, P_y, T_i.R, P_x], \tag{5}$$

където вектора $[W]_1$ е записан в транспониран вид. Редът на параметрите на вектора $[W]_1$ съобразно, който е записана (5) е следния:

$$[W]^T = [u, \theta, v, \alpha_z, w, \alpha_y, M_y, \\ P_z, M_z, P_y, M_x, P_x]. \tag{6}$$

За десния край:

$$[W]_n^T = [u, \theta, \frac{P_{y_{n+1}}}{c_{h_{n+1}}}, \alpha_z, \frac{P_{z_{n+1}}}{c_{v_{n+1}}}, \alpha_y, 0, \\ P_z, 0, P_y, 0, 0]. \tag{7}$$

За определяне на пренасящата матрица на едно коляно се използва модела на коляното предложен в [2] фиг.2, където коляното се заменя от система еластични и ‘абсолютно’ твърди участъци с определени размери, свързани в известна последователност. По такъв начин за връзката между параметрите отляво и отдясно на коляното се получава пренасящата матрица:

$$[K_i] = A_{LK} Y A_{KH} Y^{-1} A_{GF} A_{FE} Q A_{ED} A_{DC} Y^{-1} A_{CB} A_{BA} Y A_{AO}, \qquad (8)$$

където A_{ij} - пренасяща матрица на съответния елементарен участък от коляното (за означенията виж фиг.2);

Y, Y^{-1} - пренасящи матрици, съпоставящи координатните системи между всеки два елементарни участъка;

Q - пренасяща матрица през съсредоточените сили.

За целите на поставената задача към параметрите (6) прибавяме още два - Z и T.

$$[W]^T = [u, \theta, v, \alpha_z, w, \alpha_y, M_y, P_z, M_z, P_y, M_x, P_x, Z, T] \qquad (9)$$

Преходните матрици A_{ij} се получават след като се премине към матричен запис на следните известни зависимости между параметрите в краищата на всеки един елементарен участък от коляното:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{\ell}{E.F} \cdot P_{x_i}; \quad \theta_{i+1} = \theta_i + M_{x_i} \cdot \frac{\ell}{G.J_x}; \quad \alpha_{z_{i+1}} = \alpha_{z_i} + \frac{\ell}{E.J_z} \cdot M_{z_i} - \frac{\ell^2}{2.E.J_z} \cdot P_{y_i};$$

$$v_{i+1} = v_i + \alpha_{z_i}.\ell + \frac{\ell^2}{2.E.J_z} \cdot M_{z_i} - \left(\frac{\ell^3}{6.E.J_z} - k \cdot \frac{\ell}{G.F} \right) \cdot P_{y_i}; \quad M_{y_{i+1}} = M_{y_i} + \ell.P_{z_i};$$

$$w_{i+1} = w_i + \alpha_{y_i}.\ell - \frac{\ell^2}{2.E.J_y} - \left(\frac{\ell^3}{6.E.J_y} - k \cdot \frac{\ell}{G.F} \right) \cdot P_{z_i}; \quad M_{z_{i+1}} = M_{z_i} + \ell.P_{y_i}; \quad M_{x_{i+1}} = M_{x_i};$$

$$\alpha_{y_{i+1}} = \alpha_{y_i} - \frac{\ell}{E.J_y} \cdot M_{y_i} - \frac{\ell^2}{2.E.J_y} \cdot P_{z_i}; \quad P_{z_{i+1}} = P_{z_i} + Z; \quad P_{y_{i+1}} = P_{y_i} + T; \quad P_{x_{i+1}} = P_{x_i}.$$

Когато участъка е абсолютно твърд в горните равенства се полага $E \to \infty$ и $G \to \infty$. Матричният запис на горните зависимости за всеки един участък без точковия преход през съсредоточена сила ще има вида:

$$[W]_{i+1} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \cdot [W]_i, \qquad (10)$$

където клетъчните матрици $[r_{ij}]$ са квадратни от седми порядък. Трябва да се има предвид, че последните два реда на $[r_{21}]$ са нули, последните два стълба на $[r_{12}]$ са също нули, а на матрицата $[r_{22}]$ са нули последните два реда и последните два стълба.

Вземайки в предвид, че при преход през точково приложена външна сила всички параметри се запазват с изключение на P_y и P_z, които се менят скокообразно с величината на приложената сила, съответно T и Z, за преходната матрица Q се получава (11):

$$Q=\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a=1 \\ b=1 \end{matrix} \text{ при } \begin{matrix} Z\neq 0 \\ T\neq 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a=0 \\ b=1 \end{matrix} \begin{matrix} \text{когато действа} \\ \text{само } T \end{matrix} \quad \begin{matrix} a=1 \\ b=0 \end{matrix} \begin{matrix} \text{когато действа} \\ \text{само } Z \end{matrix} \qquad \Gamma=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

където I е единична матрица от седми порядък. Пренасящата матрица е Y между два съседни участъка, сключващи ъгъл β между осите X на всеки участък, а клетъчните матрици Γ_β и C_β са от седми порядък и имат вида (12).

$$Y=\begin{bmatrix} \Gamma_\beta & 0 \\ 0 & C_\beta \end{bmatrix} \quad c=\cos\beta \quad s=\sin\beta \quad \text{при } Y^{-1} \quad \beta=-\beta \qquad \Gamma_\beta=\begin{bmatrix} c & 0 & 0 & 0 & -s & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & -s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ s & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; C_\beta=\begin{bmatrix} c & 0 & 0 & 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ -s & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Ъгълът β е положителен, ако завърта координатната система обратно на часовата стрелка около ос Y. Получената по такъв начин пренасяща матрица К (8) дава съответствие между параметрите отляво и отдясно на едно коляно в собствената му координатна система, при която ос X е по оста на основните шийки, а равнината XOZ съвпада с равнината на коляното. Ако се разглеждат параметрите $[W]$ като вектори, то пренасящата матрица между две колена, скдючващи ъгъл α помежду си (ъгълът се счита за положителен когато завърта координатната система обратно на часовата стрелка спрямо първо коляно (фиг.1), то за преходната матрица R на едно коляно в координатната система на коляновия вал има вида (13) [2].

$$R=\alpha^{-1}.K.\alpha \quad \alpha=\begin{bmatrix} \Gamma_\alpha & 0 \\ 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \quad s=\sin\alpha \quad c=\cos\alpha \qquad \Gamma_\alpha=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & -s & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad C_\alpha=\begin{bmatrix} c & 0 & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Пренасящата матрица през еластичните опори се строи при положение, че преходът е точков и има вида (14).

$$S_i = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi & F \end{bmatrix} \qquad \Pi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_{v_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{h_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Тъй като силите T_i и Z_i са дефазирани помежду си както за едно коляно, така и между отделните колена, то за определяне на осевите премествания в колената, а от там и на силата А за едно коляно под действие на всички сили, приложени върху всички колена, е необходимо последователно да се определи осевото преместване на разглежданото коляно по отделно за всяка една сила, приложена върху всяко едно коляно. След това на всяко едно преместване се съпоставя определена аксиална сила А и последните се сумират векторно с отчитане на дефазирането между тях. Удобно е всяко едно преместване да се определи при единични сили Т и Z. Нека с $\Delta u_{i,j}^{q}$ означим преместването в i-тото коляно под действие на силата $q_j = T_j$ или Z_j, приложена върху j-тото коляно. Разглеждаме възбуждането от хармоници с даден порядък ν:

$$Z = Z_\nu.\sin(\nu.\omega.t + \nu.\psi_{1,i} + \varepsilon_\nu); \text{ и } T = T_\nu.\sin(\nu.\omega.t + \nu.\psi_{1,i} + \xi_\nu), \tag{15}$$

където: $\psi_{1,i}$ е дифазирането на работния процес в i-тия цилиндър по отношение на първия;

ξ_ν, ε_ν - начални фази на ν-тия хармоник.

Следователно за сумарното осево преместване за i-тото коляно под действие на всички сили, приложени върху всички колена на коляновия вал се получава:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{n} \Delta u_{i,j}^{Z}.Z_\nu.\sin(\nu.\omega.t + \nu.\psi_{1,j} + \varepsilon_\nu) + \sum_{j=1}^{n} \Delta u_{i,j}^{T}.T_\nu.\sin(\nu.\omega.t + \nu.\psi_{1,j} + \xi_\nu). \tag{16}$$

Чрез въвеждане на еквивалентната аксиална сила A_ν за същото преместване ще получим:

$$\delta_i = e_i.A_{\nu_i}, \tag{17}$$

където: e_i - осевата податливост на i-тото коляно, определена експеримен-тално или аналитично по един от предложените начини в литерата [6, 2].

По този начин по формула (17) с отчитане на (15) можем да определим еквивалентната аксиална сила за всяко едно коляно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложеният алгоритъм може да се изпълни само с използване на изчислителна техника, притежаваща значителен изчислителен ресурс.

Достойнство на метода е възможността за точно определяне на възбуждащите сили по теоретичен път при условие, че моделът на коляното, който взаимствахме от [2], бъде експериментално уточнен за разглеждания двигател от една страна и от друга, ако експериментално са определени коравините c_v и c_h на основните лагери. Такава възможност не съществува при нито един от известните ни досега методи.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. СевастакиевВ.С., Иванов Н.С., Деформационна еквивалентна редукция на силите, възбуждащи осеви трептения в каляновия вал, Семинар НТД Транспортни и корабни дизелови двигатели, Варна, 1978 г.

[2]. Милков В.Д., Взаимосвързани усукващо-надлъжни трептения на корабните валопроводи на голямотонажните кораби, Дисертация, ВМЕИ-Варна, 1977 г.

[3]. Киносашвили Р.С.и др.,Определение усилей действующих в коленчатых валах, Сб. Динамика и прочность коленчатых валов, п.р. Серенсен, 1948 г.

[4]. Андерсон Г. и др., Напрежение в коленчатых валах мощных судовых дизелей, Сб. Судовне малооборотние дизели, п.р.Иванченко, Судостроение, Л. 1967г.

[5]. Гульелмотти Л. и др. Експериментальное исследование осевых колебаний коленчатых валов, Сб.Судовне малооборотние дизели, п.р. Иванченко, Судостроение, Л. 1967г.

[6]. Севастакиев В. С., Исследвание осевой податливости коленчатых валов и анализ сил, възбуждающих продольные колебание, Автореферат на дисертация, Ленинград, 1970 г.

За контакти:

Доц.д-р инж.Здравко Иванов, ТУ-Варна, катедра: ТТТ, ул.Студентска, № 1, (052) 383 464, zdrdi@mbox.actbg.bg

Докладът е рецензиран.