

Модел за изследване на принудени пространствени трептения на мотокар, породени от неравностите на пътя и от смущения от ДВГ

Деян Желев, Валентин Славов, Илия Ангелов

Model for study of forced spatial oscillations of a forklift caused by roughness of the road and disturbances in the internal combustion engine. In this paper methods of the matrix mechanics are used to study forced spatial oscillations in a forklift with 31 levels of freedom excited by the operation of the ICE and roughness of the road. Nonlinear differential equations are derived. Analytical solutions are given for small displacements.

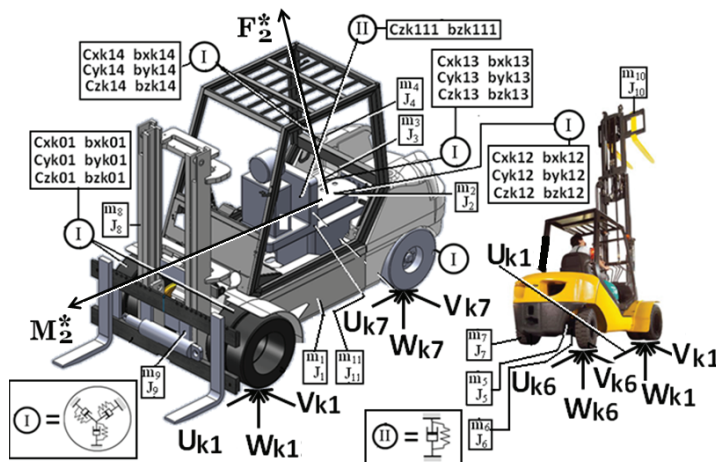
Key words: Forklift forced spatial oscillations, internal combustion engine, road bruises

УВОД

В тази работа се изследват принудени пространствени трептения на мотокар, породени от смущения от работата на ДВГ и от неравностите на пътя. Отчитат се масовите, еластичните, демпфиращите и кинематичните свойства и смущенията от тримерните неравности на пътя и газовите и инерционните сили на ДВГ. За ограничаване на вредното действие на вибрациите върху функционалното и физиологичното състояние на човека, вибрациите, които действат на оператора на мотокара, трябва да се измерват по три взаимно перпендикулярни оси [8].

ИЗЛОЖЕНИЕ

1. Смущения на мотокара от сили и моменти, породени от работата на ДВГ



Фиг. 1 Динамичен модел на мотокар

При работа на ДВГ се отчитат силите и моментите, които възникват от: налягането на работното вещество в цилиндрите и в картера на двигателя, от възвратно-постъпателно, равнинно и ротационно движещите се маси и от неуравновесените движещи се маси [1]. Те се изразяват във функция от ъгъла на завъртане на колянвия вал α и се разглеждат за един работен цикъл на двигателя.

За четиритактов двигател един работен цикъл се извършва за два оборота на колянвия вал. Смущаващата сила F_2^* (фиг. 1) на ДВГ е равна на [1]:

$$F_2^* = \operatorname{Re}(\gamma_{F2} \sum F_{k2}^* e^{ik\alpha}), \quad k=1, \dots, n, \quad (1)$$

където: F_{k2}^* е вектор на амплитудата на k -тия хармоник; γ_{F2} – коефициент; за четиритактов двигател $k=s \cdot j$; s – брой на цилиндрите; $j = 1, 2, \dots, n$.

Векторът на смущаващата сила се проектира на координатите на правоъгълна Декартова координатна система и записът му в матричен вид е [1]:

$$F_2^* = [F_{2x}^* \quad F_{2y}^* \quad F_{2z}^*]^T \quad (2)$$

Смущаващият момент от газовите сили M_r^* , разложен в ред на Фурие, е равен на:

$$M_r^*(\alpha, \dot{\alpha}) = M_0^*(\dot{\alpha}) + M_1^* \cdot \sin(\alpha + \varphi_1) + M_2^* \cdot \sin(\alpha + \varphi_2) + \dots = M_0^* + \sum M_k^* \cdot \sin(k \cdot \alpha + \varphi_k), \quad k=1, \dots, \infty \quad (3)$$

Смущаващият момент M_2^* на ДВГ е равен на:

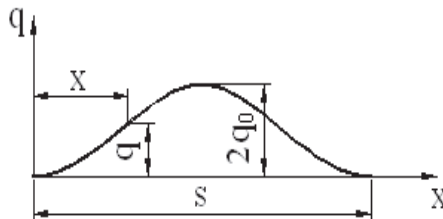
$$M_2^* = \operatorname{Re}(\gamma_{M2} \sum M_{k2}^* e^{ik\alpha}), \quad k=0, \dots, n; \quad M_0^* = M_0^*(\dot{\alpha}) \quad (4)$$

където: M_{k2}^* е вектор на амплитудата на k -тия хармоник; γ_{M2} е коефициент.

Векторът на смущаващия момент се проектира на координатите на правоъгълна Декартова координатна система и записът му в матричен вид е равен на [4]:

$$M_2^* = [M_{2,x}^* \quad M_{2,y}^* \quad M_{2,z}^*]^T \quad (5)$$

2. Смущения на мотокар, породени от неравности на пътното платно



Фиг. 2 Профил на неравност на пътя

Профилът на пътя може да се представи или детерминирано, или статистически. При детерминирано представяне профилът на пътя се разглежда или като неравност с вълнообразен хармоничен профил, или като единична неравност, която има дължина, височина, форма и честота на повторение. Тъй като радиусът на колелото на мотокара е значително по-голям от височините на неравностите на пътя и еластичната деформация на гумата изглажда неравностите, профилът на последните може да се представи чрез синусоида (фиг.2) [9]. За текуща координата x на пътя уравнението на профила на неравността е равно на:

$$q = q_0 \left[1 - \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{s}\right) \right], \quad (6)$$

където s е дължина на неравността, q_0 е амплитуда на неравността.

При равномерно движение на мотокара със скорост v , изминатият път е равен на $x = v.t$ и за (6) се получава уравнението:

$$q = q_0 \left[1 - \cos \left(2\pi \cdot \frac{v}{s} \cdot t \right) \right] = q_0 \cdot (1 - \cos(\eta \cdot t)), \quad (7)$$

където $\eta = 2 \cdot \pi \cdot \frac{v}{s}$ е честота на кинематичното смущение.

Статистически профилът на пътя се представя чрез спектралната плътност на ординатите на неравностите, която се изчислява с корелационна функция. Последната характеризира изменението на ординатите на неравностите по дължината на пътя. Спектралната плътност на дисперсията характеризира честотата на повтаряне на дължините на неравностите. Аргумент на спектралната плътност е честотата на неравностите на пътя θ

$$\theta = \frac{2 \cdot \pi}{S} \quad (8)$$

Взаимната връзка между корелационната функция $R_q(x_s)$ и спектралната плътност на дисперсията $S_q(\theta)$ са преобразуване на Фурие [4]:

$$R_q(x_s) = 2 \int_0^{\infty} S_q(\theta) \cos \theta x_s \cdot d\theta; \quad S_q(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_q(x_s) \cdot \cos \theta x_s \cdot dx_s \quad (9)$$

Корелационната функция $R_q^*(x_s)$ и спектралната плътност $S_q^*(\theta)$ във функция на дисперсията q_c^2 се изчисляват с уравненията:

$$R_q^*(x_s) = \frac{R_q(x_s)}{q_c^2}; \quad S_q^*(\theta) = \frac{S_q(\theta)}{q_c^2}, \quad (10)$$

В общия случай кинематичното смущение е пространствено [2]. То може да бъде детерминирано или недетерминирано съответно във вида:

$$\delta_{kl} = \operatorname{Re} \{ \bar{\delta}_{kl}^* \exp(i \cdot P_k^* \cdot t) \}, \quad (11)$$

$$\bar{\delta}_{kl}^* = [u_{kl} \quad v_{kl} \quad w_{kl}]^T, \quad l = 1, 6, 7, \quad (12)$$

където P_k^* е честота на смущението, $\bar{\delta}_{kl}^*$ е вектор на амплитудите на неравностите; u_{kl} , v_{kl} , w_{kl} са три взаимно перпендикулярни смущения от неравностите на пътя.

3. Обобщени сили

Принудените пространствени нелинейни трептения на мотокара се изследват, като се отчита смущаващото действие на силите от работата на ДВГ и от неравностите на пътя.

Обобщените сили от ДВГ и кинематичното смущение от неравностите на пътя са равни на:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} = & \left[\left[(i \cdot \mathbf{P}_k^* \cdot \tilde{\mathbf{B}}^{(l)} + \tilde{\mathbf{C}}^{(l)}) \delta_{kl}^* \right]_{(3 \times 1)}^T \quad [0]_{(3 \times 1)}^T \quad [\mathbf{F}_2^{*T}]_{(3 \times 1)}^T \right. \\ & \left[\mathbf{U}_2^{\Omega 0 T} \cdot \left(\tilde{\mathbf{r}}_{P2}^{\Omega 0 T} \cdot \mathbf{F}_2^* + \mathbf{M}_2^* \right) \right]_{(3 \times 1)}^T \quad [0]_{(6 \times 1)}^T \quad [0]_{(6 \times 1)}^T \\ & [0] \quad \left[(i \cdot \mathbf{P}_k^* \cdot \tilde{\mathbf{B}}^{(l)} + \tilde{\mathbf{C}}^{(l)}) \delta_{k6}^* \right]_{(1 \times 1)}^T \quad \left[(i \cdot \mathbf{P}_k^* \cdot \tilde{\mathbf{B}}^{(l)} + \tilde{\mathbf{C}}^{(l)}) \delta_{k7}^* \right]_{(1 \times 1)}^T \\ & \left. [0]_{(4 \times 1)}^T \right]_{(31 \times 1)}^T \end{aligned} \quad (13)$$

4. Диференциални уравнения на принудените трептения, породени от ДВГ и неравностите на пътно платно

Диференциалните уравнения, описващи трептенията на мотокар, които са породени от смущаващите сили и моменти от работата на ДВГ и от неравностите на пътя, имат вида [1]:

$$\mathbf{M}_{(31 \times 31)} \ddot{\mathbf{q}}_{(31 \times 1)} + \mathbf{B}_{(31 \times 31)} \dot{\mathbf{q}}_{(31 \times 1)} + \mathbf{C}_{(31 \times 31)} \mathbf{q}_{(31 \times 1)} = -\mathbf{S}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{R}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{Q}, \quad (14)$$

където $\mathbf{M}_{(31 \times 31)}$, $\mathbf{C}_{(31 \times 31)}$ са матрици съответно на масите и на еластичните параметри на механичната система; $\mathbf{B}_{(31 \times 31)}$ е матрица на демпфиращите параметри на механичната система; \mathbf{Q} е смущаваща обобщена сила; \mathbf{S} и \mathbf{R} описват нелинейните свойства на системата.

При малки трептения около устойчиво равновесно положение системата от диференциални уравнения придобива вида:

$$\mathbf{M}_{(31 \times 31)} \ddot{\mathbf{q}}_{(31 \times 1)} + \mathbf{B}_{(31 \times 31)} \dot{\mathbf{q}}_{(31 \times 1)} + \mathbf{C}_{(31 \times 31)} \mathbf{q}_{(31 \times 1)} = \mathbf{Q} \quad (15)$$

Решението на системата диференциални уравнения (15) при начални условия $t = 0$, $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0$, $\dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}_0$ има вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(t) = & \sum_{r=1}^{31} \frac{2}{g_r^2 + h_r^2} \left[\mathbf{G}_r \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}(0) + \begin{pmatrix} -\alpha_r \mathbf{G}_r \mathbf{M} + \\ \beta_r \mathbf{H}_r \mathbf{M} + \\ \mathbf{G}_r \mathbf{B} \end{pmatrix} \mathbf{q}(0) \right] e^{-\alpha_r t} \cdot \cos \beta_r t + \\ & + \sum_{r=1}^{31} \frac{2}{g_r^2 + h_r^2} \left[\mathbf{H}_r \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}(0) + \begin{pmatrix} -\alpha_r \mathbf{H}_r \mathbf{M} - \\ \beta_r \mathbf{G}_r \mathbf{M} + \\ \mathbf{H}_r \mathbf{B} \end{pmatrix} \mathbf{q}(0) \right] e^{-\alpha_r t} \cdot \sin \beta_r t + \\ & + \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^n \sum_{r=1}^{31} \frac{2}{g_r^2 + h_r^2} \cdot \right. \\ & \left. \cdot \frac{\alpha_r \mathbf{G}_r + \beta_r \mathbf{H}_r + i k \Omega \mathbf{G}_r}{\omega_r^2 - k^2 \Omega^2 + 2i k \sigma_r \Omega_r \Omega} \cdot \mathbf{Q}_{\text{Fk}}^* \cdot e^{ik\Omega t} \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

където:

$$\begin{aligned} g_r &= -2\alpha_r (\mathbf{V}_r^T \mathbf{M} \mathbf{V}_r - \mathbf{W}_r^T \mathbf{M} \mathbf{W}_r) - 4\beta_r \mathbf{V}_r^T \mathbf{M} \mathbf{W}_r + \mathbf{V}_r^T \mathbf{B} \mathbf{V}_r - \mathbf{W}_r^T \mathbf{B} \mathbf{W}_r; \\ h_r &= 2\beta_r (\mathbf{V}_r^T \mathbf{M} \mathbf{V}_r - \mathbf{W}_r^T \mathbf{M} \mathbf{W}_r) - 4\alpha_r \mathbf{V}_r^T \mathbf{M} \mathbf{W}_r + 2\mathbf{V}_r^T \mathbf{B} \mathbf{W}_r; \\ \mathbf{G}_r &= g_r \mathbf{L}_r + h_r \mathbf{R}_r; \quad \mathbf{L}_r = \mathbf{V}_r \mathbf{V}_r^T - \mathbf{W}_r \mathbf{W}_r^T; \quad \mathbf{H}_r = h_r \mathbf{L}_r - g_r \mathbf{R}_r; \quad \mathbf{R}_r = \mathbf{V}_r \mathbf{W}_r^T + \mathbf{W}_r \mathbf{V}_r^T. \end{aligned} \quad (17)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Извършено е механо-математично матрично моделиране на принудените от работата на двигател с вътрешно горене и от неравностите на пътя нелинейни пространствени трептения на мотокар. Отчетени са масовите, геометричните, еластичните, демпфиращите, кинематичните и силовите параметри на механичната система. Съставена е система диференциални уравнения и са получени решения в матричен вид, описващи принудените пространствени трептения на механичната система. С получените формули за мотокар с конкретни параметри, може да се получат числени резултати на принудените трептения и техните амплитудно-честотни характеристики, включително зоните в резонанс и извън него, и да се синтезира мотокар с минимални вибрации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ангелов, И., Матрично моделиране в 3D пространството на кинематиката, динамиката и трептенията на механични модули и многомасови системи, Дисертация за получаване на научна степен д.т.н., ТУ-София, 2000
- [2] Ангелов, И., Матрична теория на вибрациите в техниката, София, „Авангард Прима“, 2012
- [3] Ангелов, И., В. Овчаров, Вибрации и шум на транспортните средства, София, ДИ „Техника“, 1985
- [4] Ангелов, И., В. Славов, Сборник задачи. Матрична механика. Динамика и трептене, София, „Авангард Прима“, 2012
- [5] Бачев В., Пространствени принудени трептения на лек автомобил от двигателя, от вентилатора с електродвигателя на охлаждащата система и от неравностите на пътното платно, Българско списание за инженерно проектиране, стр. 43-48, бр. 14, м. август 2012
- [6] Бачев В., В. Николов, Ил. Ангелов, Механо-матрично моделиране в пространството на принудените трептения на лек автомобил от неравностите на пътното платно, сп. „Механика на машините“, година XX, книга 4, 2012, стр. 29-32.
- [7] Бачев В., В. Николов, Ил. Ангелов, Механо-матрично моделиране в пространството на принудените трептения на агрегат с ДВГ върху стенд, Сп. „Механика на машините“ година XX, книга 4, 2012, стр. 33-36.
- [8] Бачев В., Ч. Ангелов, Пространствени принудени трептения на лек автомобил от двигателя и вентилатора на охлаждащата система, Българско списание за инженерно проектиране, стр. 31-36, бр. 13, м. юни 2012
- [9] Смирнов, Г.А., Теория движения колесных машин, М., “Машиностроение”, 1981.
- [10] ISO 2631/1-1985. Evaluations of Human Exposure to Whole-body Vibration – Part 1: General Requirements. Part 3: Evaluation of exposure to whole-body z-axis vertical vibration in the frequency range 0,1 to 0,63 Hz.
- [11] Slavov V.R., I.V. Angelov, I. Slavova. Forced Three-Dimensional Non-linear Oscillations of Articulated Vehicle with Monaxial Trailer, Caused by Work of the Internal-Combustion Motor and by 3D Disturbances From the Roughness of the Road. Journal of the University of Chemical Technology and Metallurgy, 43, I, 2008, 165-168.
- [12]. Wolfram, S. Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer. Reading, Eddison-Wesly, 1988.

За контакти:

Доц. д.т.н. д-р инж. Илия Ангелов, Технически университет - София, тел.: (+359) 888-255 902, e-mail: il.angelov@abv.bg ;

Доц. д-р инж. Валентин Славов, Катедра „Приложна механика“ УХТМ - София, тел.: (+359) 895-587 381, e-mail: valslavov@abv.bg ;

Гл. ас. инж. Деян Желев, Катедра „Механика“, Технически университет - София, филиал Пловдив, тел.: (+359) 892-231 390, e-mail: hidro_eood@abv.bg .

Докладът е рецензиран.