

## Изследване на хидродинамичните характеристики на флуид в биореактор с механично разбъркване с три бъркалки за различни стойности на числото на Рейнолдс $Re$ в интервала $60 \leq Re \leq 960$

Анна Лечева, Иванка Желева, Милен Неделчев

*Investigation of hydrodynamic characteristics of a fluid in mechanical mixing bioreactor with multiple mixers for different values of Reynolds number  $60 \leq Re \leq 960$ : Investigation of hydrodynamic behavior of a viscous fluid in bioreactor with multiple mixers is provided in present paper. The calculations are made with a computer program, written in MATLAB and approved in [8]. The fluid structure is described and the numerical results are graphically presented.*

**Key words:** Navier-Stokes equations, mechanical mixing, hydrodynamic characteristics of viscous fluid, Reynolds number

### ВЪВЕДЕНИЕ

Ограничеността на наличните енергийните ресурси, както и високите екологични изисквания към промишлените производства, поставят сериозни изисквания и предизвикателства към съвременните технологии. Съществена част от енергията в различни промишлени производства се изразходва за разбъркване и хомогенизиране на различни химични, хранителни и биоактивни смеси. Разработването на различни видове математически модели, описващи отделни стадии и аспекти от изучаваните процеси е от съществена важност. В последно време математическото моделиране и симулиране станаха мощно и икономично средство за анализ, тъй като за изследването на процесите не се налага скъпото им възпроизвеждане в лабораторни условия, като същевременно, от теоретичните модели се получават достатъчно точни резултати.

За изследването на хидродинамичните характеристики на флуид в биореактор с механично разбъркване с три бъркалки за различни стойности на числото на Рейнолдс  $Re$  е използван програмен продукт, разработен и апробиран в [8]. Получени са числени резултати за основните хидродинамични характеристики на флуидното течение и е направен параметричен анализ на няколко флуидни течения в зависимост от промяната на стойността на числото на Рейнолдс. Изследвани са флуидни течения при стойности на числото на Рейнолдс в интервала  $60 \leq Re \leq 960$ . Получените резултати са представени графично.

### ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

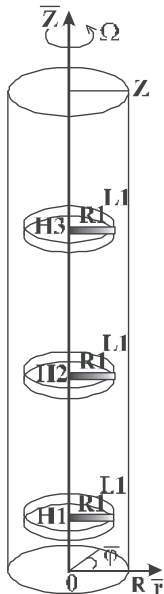
#### 1. Геометрична област - схема на биореактор с три бъркалки

Предполагаме, че биореакторът с три бъркалки е прав кръгов цилиндър с радиус  $R$  и височина  $Z$ . В него по оста са разположени три еднакви диска с радиус  $R_1$  и дебелина  $L_1$  съответно на височина  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  от дъното на цилиндъра (Фиг.1). От съображения за удобство, въвеждаме цилиндрична координатна система  $(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{z})$ . Разбъркващите дискове се въртят с постоянно зададената ъглова скорост  $\Omega$ .

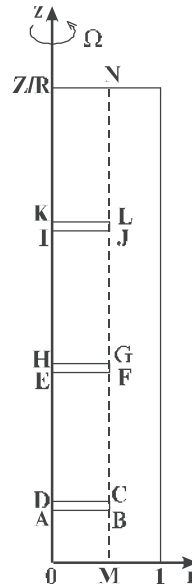
Предполагаме, че течението е осисиметрично. Следователно компонентите на скоростта са функции само на  $\bar{r}$  и  $\bar{z}$ . Поради осевата симетрия, разглеждаме само половината от осевото сечение на цилиндъра. Тогава геометричната област, в която се разглежда хидродинамиката изглежда така, както е показано на Фиг.2 [3,5,6,7].

#### 2. Основни уравнения и гранични условия

За съществуване на механично подобие между теченията е необходимо да бъдат удовлетворени следните условия [9]: геометрично подобие, кинематично подобие и динамично подобие. Подобните течения се описват с еднакви системи диференциални уравнения, чиито решения предполагат тъждественост на безразмерните гранични и начални условия.



Фиг. 1 Схема на реактор с механично разбъркване с три бъркалки [3,5,6,7]



Фиг. 2 Схема на изчислителната област в реактор с механично разбъркване с три бъркалки [3,5,6,7]

Движението на флуида в биореактора се описва от уравненията на Навие-Стокс. Записани в безразмерна форма, в цилиндрична координатна система  $(r, \varphi, z)$  и след въвеждане на функция на тока  $\psi$ , вихър на скоростта  $\omega$  и момент на тангенциалната скорост  $M$ , тези уравнения изглеждат по следния начин [3,5,6,7,8]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + U \frac{\partial M}{\partial r} + W \frac{\partial M}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial M}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial r} + W \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial M^2}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial z} \right], \quad (3)$$

$$U = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad W = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (4)$$

където  $\vec{V}(U, V, W)$  е векторът на скоростта с неговите компоненти във въведената цилиндрична координатна система в безразмерен вид,  $M$  е моментът на тангенциалната скорост в безразмерен вид. За характерен линеен размер е избран радиусът  $R$  на цилиндъра, а за характерна скорост е избрана зададената постоянна ъгловата скорост  $\Omega$ , с която се въртат разбъркващите дискове.

Всички параметри се обезразмеряват чрез въведения характерен линеен размер  $R$  и характерната скорост  $\Omega$  по следния начин:

$$r = \frac{\bar{r}}{R}, \quad z = \frac{\bar{z}}{R}, \quad U = \frac{\bar{U}}{\Omega R}, \quad W = \frac{\bar{W}}{\Omega R} \quad \text{и} \quad \text{Re} = \frac{\Omega R^2}{\nu} \quad \text{е числото на Рейнолдс.}$$

За коректната математическа формулировка на граничната задача е необходимо да се дефинират подходящи гранични условия за всички неизвестни функции [3,8]. Поставят се традиционните гранични условия за полепване на вискозния флуид върху твърдите стени на реактора. Върху неподвижните твърди стени се поставят нулеви гранични условия за компонентите на вектора на скоростта  $\vec{V}(U, V, W) = 0$ , а върху бъркалките скоростта на флуида съвпада със скоростта на въртящите се със зададената постоянна ъглова скорост  $\Omega$  бъркалки. На оста на симетрия се поставят условия за симетрия, които гарантират ограниченост на решението при  $r = 0$  [10].

**Изследване на хидродинамичните характеристики на флуид за различни стойности на числото на Рейнолдс  $Re$  в интервала  $60 \leq Re \leq 960$**

Така поставената гранична задача за биореактор с три бъркалки е много сложна нелинейна задача и за нея едва ли може да бъде намерено аналитично решение. Ето защо за нейното решаване е разработен ефективен числен алгоритъм, основан на крайни разлики [6]. Алгоритъмът е реализиран със специално разработен в средата MATLAB собствен програмен продукт [8].

Всички числени изследвания в настоящата статия са проведени в изчислителната област, показана на Фиг.2. За да има добро разбъркване на флуида в реактора, тези геометрични параметри са избрани в съответствие със споменатите от Влаев [4]. Стойностите на параметрите на цилиндричния биореактор от Фиг. 1 са дадени в Таблица 1 и те са фиксирани за всички изследвани течения.

**Таблица 1. Стойности на геометричните параметри на биореактора**

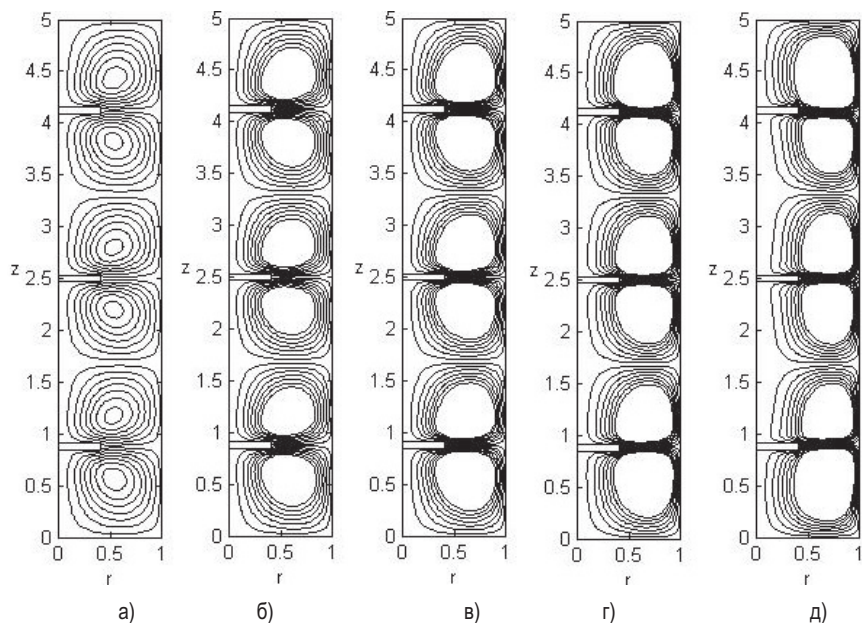
Означение на Фиг.1	Стойност
R1	0.4
L1	0.0625
H1	0.875
H2	2.5
H3	4.125

Изследвани са получените числени резултати за функцията на тока  $\psi$ , полето на скоростта  $\vec{V}$  и големината на момента на тангенциалната скорост  $M$  за стойности на числото на Рейнолдс в интервала  $60 \leq Re \leq 960$  при фиксирани геометрични параметри.

При всички изследвани хидродинамични задачи с различни стойности на числото на Рейнолдс се формират по 6 вихъра – един под първата бъркалка, непосредствено над дъното на реактора, по два между бъркалките и един над третата бъркалка под капака на реактора [5,11]. Първият вихър отдолу нагоре и вихрите под втората и третата бъркалка се движат по посока на часовниковата стрелка, а вихрите над съответните бъркалки се движат в обратна посока.

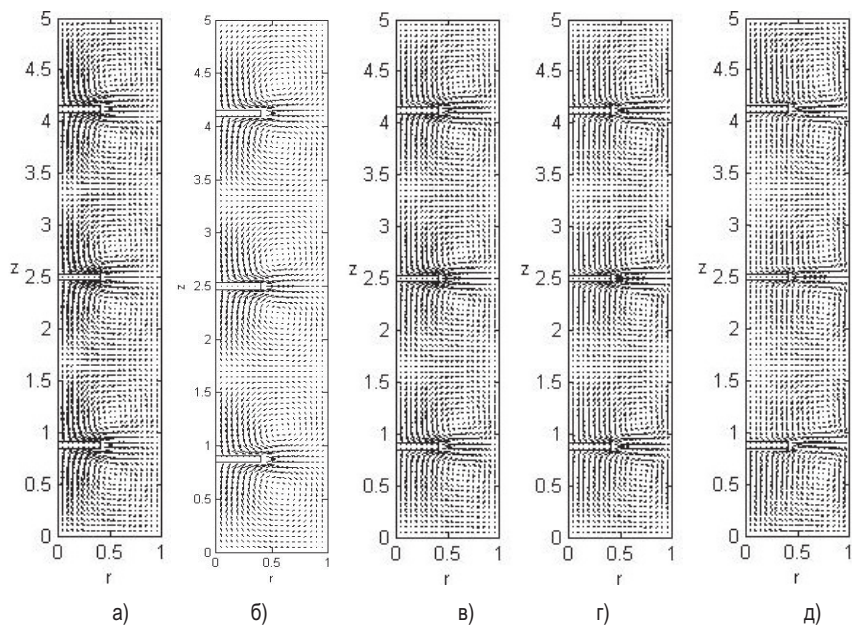
Изолиниите на функцията на тока са представени на Фиг.3. Стойностите на числото на Рейнолдс в разгледаните случаи са следните: а)  $Re = 60$ ; б)  $Re = 120$ ; в)  $Re = 240$ ; г)  $Re = 480$ ; д)  $Re = 960$ .

Положителните стойности на функцията на тока се наблюдават под нивото на всеки разбъркващ диск, а отрицателните над него. Стойностите на изобразените на Фиг. 3 а)–д) изолинии на функцията на тока са еднакви за различните числа на Рейнолдс и са следните:  $\pm 3,412E-003$ ,  $\pm 2,8876E-003$ ,  $\pm 2,3632E-003$ ,  $\pm 1,8388E-003$ ,  $\pm 1,3143E-003$ ,  $\pm 7,8991E-004$ ,  $\pm 2,6548E-004$ .



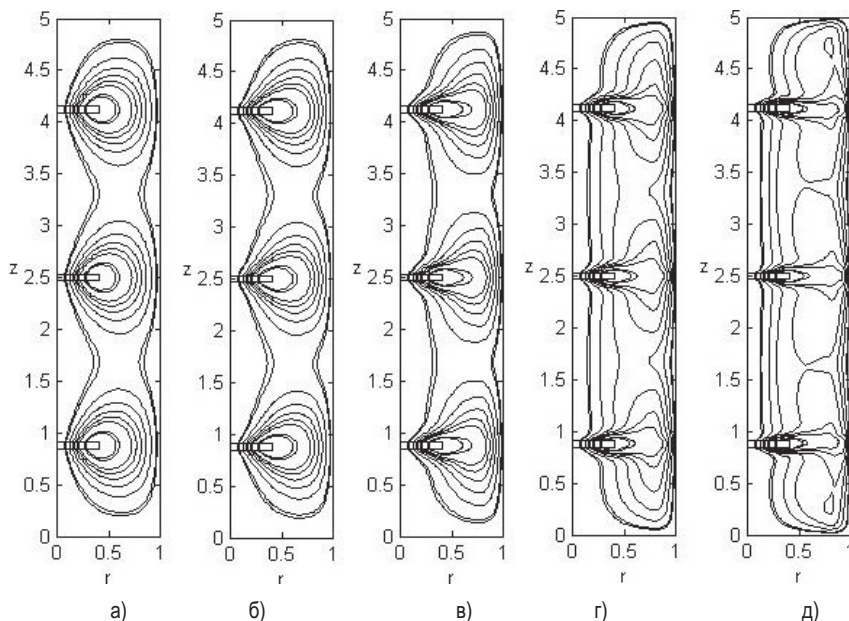
Фиг. 3 Изолинии на функцията на тока  $\Psi$

На Фиг.4 е изобразено графично полето на скорстта за разглежданите стойности на числото на Рейнолдс. На тази фигура ясно се вижда посоката на въртене на флуида под и над разбъркващите дискове.



Фиг. 4 Векторно поле на скоростта

На Фиг.5 са показани изолиниите на големината на момента на тангенциалната скорост  $M$  при същите стойности на числото на Рейнолдс. Стойностите на изображенията на Фиг. 5 а)–д) изолинии са еднакви за различните числа на Рейнолдс и са следните: 0,07859; 0,070731; 0,055013; 0,047154; 0,039295; 0,031436; 0,023577; 0,015718; 0,007859; 0,006548.



**Фиг.5** Изолинии на големината на момента на тангенциалната скорост  $M$

Във всички разгледани случаи, които са показани на Фиг.3 – Фиг.5 се наблюдават по два циркуляционни вихъра, като единият е под, а другият над нивото на съответния разбъркващ диск.

От Фиг.3 до Фиг.5 лесно се забелязва, че с увеличаването на стойността на числото на Рейнолдс,  $Re = 60$ ;  $Re = 120$ ;  $Re = 240$ ;  $Re = 480$ ;  $Re = 960$ , центровете на наблюдаваните циркуляционни структури на флуида се приближават към нивата на разбъркващите дискове и към вертикалната стена на реактора. Тези резултати са в добро съответствие с резултатите за случая на цилиндричен реактор с една бъркалка, получени в [8]. Освен това, също така съответстват на тенденцията на поведението на флуида от експерименталните и изчислителните резултати, получени в [1,2].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получени са стационарни решения за ламинарно движение на флуид при различни стойности на числото на Рейнолдс  $Re = 60, 120, 240, 480, 960$  в цилиндричен биореактор с механично разбъркване, оборудван с три бъркалки с формата на диск. Направено е описание на структурата на флуидния поток. Разработеният и апробиран в [8] програмен продукт е адекватен и с него в настоящата статия е изследвана хидродинамиката в цилиндричен биореактор с три бъркалки. Получените резултати могат да се използват за подобряване на работата на подобни биореактори в конкретни технологични производства.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Bakker A., Van den Akker H.E.A., Single-phase flow in stirred reactors, Chemical engineering research and design, TranslChemE, Vol. 72, number A4, 1994, pp 583-593

[2] Lamberto D. G., Alvarez M. M., Muzzio F. J., Experimental and computational investigation of the laminar flow structure in a stirred tank, Chemical Engineering Science 54, 1999, pp. 919-942

[3] Zheleva I., Lecheva A., Numerical Investigation of Hydrodynamics in Stirred Bioreactors with Multiple Impeller, 9<sup>th</sup> workshop on Transport phenomena in two-phase flow, Borovets'2004, August 27 – September 1, pp.189-196

[4] Влаев С. Д. Хидродинамика и масообмен в реактори с механично разбъркване и аерация – автореферат на дисертационен труд за присъждане на научната степен “Доктор на техническите науки”, 2003

[5] Желева И., Лечева А., Изследване влиянието на разположението на бъркалките върху хидродинамиката в химически реактор с три бъркалки, Научни трудове РУ “А. Кънчев” 2001, Том 38, Серия 9, стр. 86 – 90

[6] Желева И., Лечева А., Числен алгоритъм за изследване на хидродинамиката в реактор с три бъркалки, Научни трудове РУ “А. Кънчев” 2001, Том 38, Серия 10, стр. 250 – 256

[7] Желева И., Лечева А., Числено изследване на хидродинамиката в химически реактор с бъркалки, Научни трудове РУ “А. Кънчев” 2001, Том 38, Серия 5, стр. 83 – 91

[8] Лечева А, Числено изследване на хидродинамиката в цилиндрични реактори с механично разбъркване, Дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“, Иванка Желева - научен ръководител Русе, 2013

[9] Маджирски В. Хидродинамика, Техника, София, 1979

[10] Роуч П., Вычислительная гидродинамика, Мир, Москва, 1980

[11] Юсуфова Несрин, Хидродинамично моделиране на биореактор с механично разбъркване с три бъркалки, Дипломна работа за получаване на образователна степен “бакалавър”, Иванка Желева и Анна Лечева – научни ръководители, Русе, 2013

## За контакти:

гл. ас. д-р Анна Лечева, катедра Математика, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел.: 082-888 226, e-mail: alecheva@uni-ruse.bg

доц. д-р Иванка Желева, катедра Топлотехника, хидравлика и екология, Русенски университет “Ангел Кънчев”, тел.: 082-888 585, e-mail: izheleva@uni-ruse.bg

инж. Милен Неделчев, Коника Минолта България ЕООД, e-mail: m.nedelchev74@gmail.com

**Докладът е рецензиран.**