Симулация на двоична фазова модулация с Matlab

Станимир Садинов, Пеша Данева, Панайотис Когиас, Йордан Кънев

Binary Phase Shift Keying (BPSK) simulation using Matlab: *In this paper the analysis for Bit error ratio (BER) with BPSK modulation scheme in Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel is performed. The bit error probability curve is simulated using Matlab. The complete BPSK system is implemented in Matlab/Simulink environment. The behavior of the system is simulated and the results obtained are presented.*

Key words: *AWGN, BER, BPSK, Matlab, simulation, Simulink.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Известно е, през последните години все по-значим е преходът от аналогови към цифрови системи във всички области на комуникациите. В обобщен вид всяка цифрова комуникационна система може да се разглежда като съвкупност от източник на информация, модулатор, комуникационен канал, демодулатор и формирователна импулси. При това, качеството на предаване на информацията в голяма степен зависи от процесите на модулация и демодулация на сигналите. В зависимост от това върху кой от параметрите на носещия аналогов сигнал въздействува модулиращият сигнал, явяващ се цифрова поредица от логическа **0** и логическа **1**, съществуват амплитудна (Amplitude Shift Keying - **ASK**), честотна (Frequency Shift Keying – **FSK**) и фазова (Phase Shift Keying - **PSK**) цифрова модулация, всяка от които се характеризира със своите особености [1, 2, 3].

С най-голямо самостоятелно приложение от трите вида цифрови модулации са вариантите на фазовата модулация [2]. В най-простия вариант на **PSK** модулацията фазата на носещия сигнал се превключва между две стойности (**0°** и **180°**), за да се предават двете логически нива **0** и **1** на цифровия поток [1, 3]. Модулацията с две стойности на фазата на носещия сигнал е известна като двоична фазова модулация (Binary Phase Shift Keying – **BPSK**), чието основно предимство е високата степен на защитеност от грешки при пренасянето на сигнала през комуникационния канал.

Анализът на вероятността за грешки при предаването на битове (Bit Error Rate - **BER**), както и реализацията на структурен модел за изследване на особеностите при предаване и приемане на **BPSK** модулирани/демодулирани сигнали, са задачи от съществено значение, тъй като са база за изследване и на **PSK** системи с по-висока кратност на модулацията.

Основната цел на настоящата работа е теоретичен анализ и симулация с **Matlab** на вероятността за **BER** грешка при **BPSK** модулация и реализация на **Simulink** модел за симулационно изследване на **BPSK** базирана комуникационна система.

АНАЛИЗ И СИМУЛАЦИЯ НА ВЕРОЯТНОСТТА ЗА BER ГРЕШКА ПРИ BPSK МОДУЛАЦИЯ

Основни показатели за качеството на предаваната информация в цифровите комуникационни системи са вероятността за грешка на бит $\mathbf{P_b}$, както и вероятността за грешка на сигнален символ $\mathbf{P_s}$ (Symbol Error Rate - SER). Тези два параметъра са тясно свързани помежду си, но на практика по-често се използва вероятността за грешка на бит, т.е. $\mathbf{P_b}$, която е обект на анализ в настоящата работа.

Вероятността за **BER** грешка при **BPSK** модулация е получена по два начина – аналитично и чрез симулация, като за симулацията са използвани средствата на **Matlab** [5]. За оценка на тази вероятност при определена стойност на отношението сигнал/шум (Signal–to–Noise Ratio - **SNR**) може да се използва зависимостта:

$$P_b = \frac{N_b}{N} \qquad (1)$$

където N_b е броят на сгрешените битове, а N - броят на всички предадени битове.

Така изчислената стойност на вероятността за **BER** грешка представлява само една точкова оценка на съответната действителна величина. Статистически значим резултат може да се получи при достатъчно голям брой на регистрираните сгрешени битове на изхода на демодулатора. Счита се [3], че е достатъчно $N_b \geq 100$.

В цифровите комуникационни системи обикновено отношението сигнал/шум се дефинира като отношение на енергията на бит E_b към спектралната плътност на мощността на шума N_0, т.е. във вида E_b / N_0. При това:

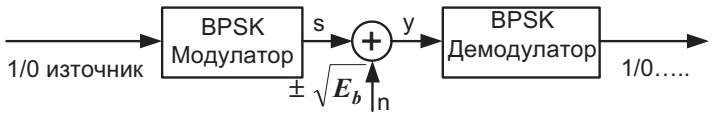
$$E_b = PT_b \qquad (2)$$

където P е мощността на сигнала, а T_b - времето за предаване на един бит;

$$N_0 = P_n / W \qquad (3)$$

като P_n е мощността на шума, а W - ширината на честотната лента.

Дефинирането на **SNR** чрез E_b / N_0 е предпоставка анализът на вероятността за **BER** грешка да се извърши именно спрямо E_b / N_0, т.е. да се изведе зависимостта $P_b = f(E_b / N_0)$. За определяне на тази функционална зависимост е използвана блок-схемата от фиг. 1.



Фиг. 1 - Обобщена блок-схема на система с BPSK модулатор – демодулатор

Фазовомодулираният сигнал s се представя чрез двете постоянни амплитуди $\pm\sqrt{E_b}$, които дефинират двете логически нива **0** и **1**, т.е. $s_0 = -\sqrt{E_b}$ (съответствува на логическа **0** – бит **0**) и $s_1 = +\sqrt{E_b}$ (съответствува на логическа **1** – бит **1**).

В комуникационния канал действува адитивен бял Гаусов шум (Additive White Gaussian Noise – **AWGN**) n, който се добавя към модулирания сигнал s. Шумът се описва с Гаусовата функция на плътността на вероятностите [2]

$$p(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (4)$$

където $\sigma^2 = N_0 / 2$ е дисперсията на шума n.

При теоретичния анализ сигналът y на входа на демодулатора се представя чрез уравнението

$$y = s_i + n \qquad (5)$$

като $i = 0$ или 1.

Сигналът y е случаен сигнал с вероятностна функция на разпределение за двата случая, съответно:

- при предаден сигнал s_0, съответствуващ на логическа **0**

$$p(y|s_0)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\exp\left[\frac{-\left(y+\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right] \quad (6)$$

- при предаден сигнал s_1, съответстващ на логическа **1**

$$p(y|s_1)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\exp\left[\frac{-\left(y-\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right] \quad (7)$$

Нека вероятността за предаване на логическа **0** и логическа **1** е еднаква, т.е.

$$p(s_0)=p(s_1)=1/2 \quad (8)$$

и нека „**праг**", спрямо който на изхода на демодулатора се формира цифров поток, се явява **0**. В този случай, условието $y>0$ съответства на предадена логическа **1**, ($y>0 \rightarrow s_1$), а $y \le 0$ - на предадена логическа **0** ($y \le 0 \rightarrow s_0$).

С отчитане на този „праг", за вероятността за **BER** грешка при предаден сигнал s_1 се получава:

$$p_e(s_1)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{0}\left[\exp\left(\frac{-\left(y-\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right)\right]dy=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}^{\infty}\left[\exp\left(-x^2\right)\right]dx=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (9)$$

където $\mathrm{erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{x}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)dx$, а $x=\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}$ е т. н. комплементарна функция на грешката [5].

Вероятността за **BER** грешка при предаден сигнал s_0 е съответно:

$$p_e(s_0)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{0}^{\infty}\left[\exp\left(\frac{-\left(y+\sqrt{E_b}\right)^2}{N_0}\right)\right]dy=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)dx \quad (10)$$

Общата вероятност за **BER** грешка при **BPSK** модулация, следователно е:

$$P_b=p(s_1)p_e(s_1)+p(s_0)p_e(s_0) \quad (11)$$

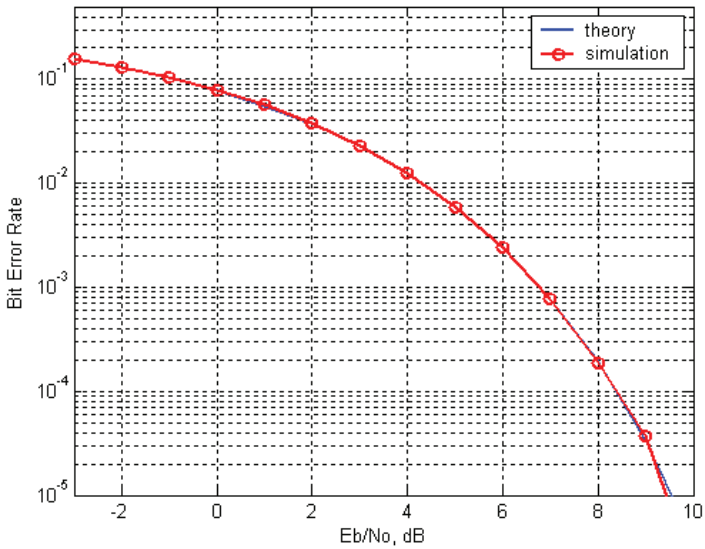
След заместване на вероятностите в уравнение (11) със съответстващите им уравнения (8), (9) и (10), се получава окончателната функционална зависимост $P_b=f(E_b/N_0)$ във вида

$$P_b=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (12)$$

Така получената вероятностна **BER** характеристика е пресметната за различни стойности на отношението E_b/N_0, като за същите стойности чрез подходящи **Matlab** функции [5] е извършена симулация на вероятността за **BER** грешка. Теоретичната и симулираната характеристика са показани в обща координатна система на фиг. 2.

Очевидно е, че теоретичната и симулираната характеристика съвпадат почти напълно, като е налице незначителна разлика за стойности на отношението сигнал/шум $E_b/N_0>9dB$. Средноквадратичната грешка между двете вероятностни BER характеристики е $EPS\%=0{,}02819\%$, което е предпоставка за правилността както на теоретичния анализ, така и на симулационния подход. Резултатите потвърждават и тезата, че с увеличаване на **SNR** вероятността за **BER** грешка намалява, като скоростта, с която намалява вероятността, в конкретния случай, се увеличава след $E_b/N_0>4dB$. За симулираната характеристика стойността $P_b=10^{-5}$, която често се използва като сравнителна величина, се постига при $E_b/N_0=9{,}27dB$, докато при **8-**

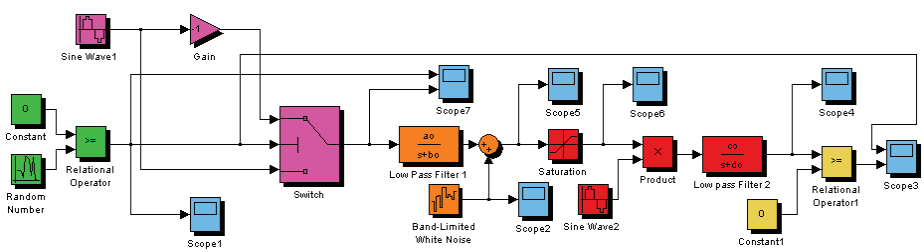
PSK фазовата модулация, например, стойността се постига при $E_b / N_0 = 12{,}32dB$.



Фиг. 2 - Вероятностна BER характеристика

SIMULINK СИМУЛАЦИОНЕН МОДЕЛ НА BPSK БАЗИРАНА СИСТЕМА

С цел симулационно изследване на цифрова фазова модулация/демодулация в графична среда **Simulink** е синтезиран представеният на фиг. 3 структурен модел.



Фиг. 3 - Симулационен Simulink модел на BPSK базирана комуникационна система

Моделът е реализиран със следните функционални блокове:

- **Източник на двоичен сигнал**

Източникът е синтезиран чрез генератор на случайни числа (**Random Number Generator**), блок, генериращ константа (**Constant**) и блок за сравняване (**Relational Operator**). Генераторът на случайни числа генерира двоични сигнали с нормален (Гаусов) закон на разпределение. В блока **Relational Operator** те се сравняват с константна стойност (**0**), генерирана от блока **Constant**. Ако стойността на случайния сигнал е по-голяма от **0**, на изхода на този блок се генерира сигнал, съответствуващ на логическа **1**, а в противен случай – на логическа **0**.

- **Модулатор**

Модулаторът съдържа генератор на синусоидален сигнал (**Sine Wave1**), чрез който се задава носещият сигнал, линеен усилвател (**Gain**) за дефазиране на сигнала и ключ (**Switch**) с два информационни и един управляващ вход. Ключът се използва в качеството на комутатор на фазата на носещия сигнал, като при това, комутацията се управлява от постъпващия на средния вход сигнал, чиято амплитуда се сравнява със зададен за ключа праг на чувствителност.

- **Комуникационен канал**

Комуникационният канал се състои от нискочестотен филтър (**Low Pass Filter1**), генератор на лентово ограничен бял шум (**Band - Limited White Noise**) и суматор (**Sum**). За моделиране на филтъра са възможни два начина – или чрез дефиниране на предавателната функция на филтъра посредством коефициентите на полиномите в числителя и знаменателя на функцията, или чрез избор на метод за апроксимация на амплитудно-честотната характеристика на филтъра. С цел по-точна симулация, е необходимо корелационното време на шума, което се явява параметър на източника на шум, да отговаря на условието

$$t_c = \frac{1}{100}\frac{2\pi}{f_{max}} \qquad (13)$$

където f_{max} е максималната честота на канала в **rad/sec**.

Чрез суматора шумът се добавя към филтрирания модулиран сигнал.

- **Демодулатор**

Моделът на демодулатора е реализиран с двустранен амплитуден ограничител (**Saturation**), източник на синусоидален сигнал (**Sine Wave2**), умножител (**Product**) и нискочестотен филтър (**Low Pass Filter2**). Блокът **Saturation** ограничава двустранно амплитудата на постъпилия на входа му сигнал, в резултат на което се отстранява насложеният шум. Полученият сигнал постъпва на единия от входовете на фазовия детектор (умножител), на другия вход който постъпва генерираното от източник на синусоидален сигнал опорно напрежение (честотата му трябва да бъде същата като тази на носещия сигнал). Демодулираният сигнал се получава след нискочестотния филтър.

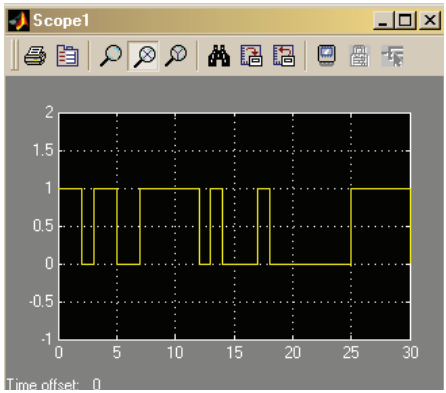
- **Формирователна импулси**

Формирането на импулси, чрез които се симулира възстановеният на изхода на **BPSK** системата сигнал, се реализира с блока за сравняване (**Relational Operator1**) и блока **Constant1**, с който се задава константна величина, използвана като прагова стойност. Демодулираният сигнал се сравнява с праговата величина (в конкретния случай **0**). и в зависимост от съотношението им на изхода на формирователя се генерира сигнал, съответствуващ на **1** или на **0**, т.е. поредица от импулси.

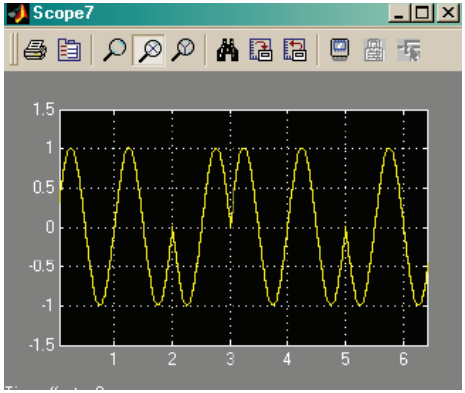
За оценка на модела от фиг. 3 са извършени симулации, резултатите от които илюстрират нагледно същността на **BPSK** фазова модулация – демодулация.

На фиг. 4 е представен генерираният модулиращ двоичен сигнал.

Полученият фазово модулиран сигнал (фиг. 5) се явява синусоидален сигнал с постоянна честота и амплитуда и с променяща се фаза, зависеща от модулиращия сигнал. Вижда се, че фазата на носещия синусоидален сигнал се превключва между двете стойности **0°** и **180°**, за да се предадат двете нива на модулиращия сигнал. С други думи, полученият чрез симулацията сигнал, съответства изцяло на теорията за **BPSK** модулиран сигнал.



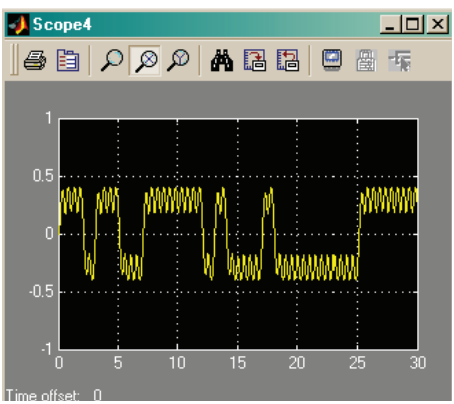
Фиг. 4 - Двоичен модулиращ сигнал



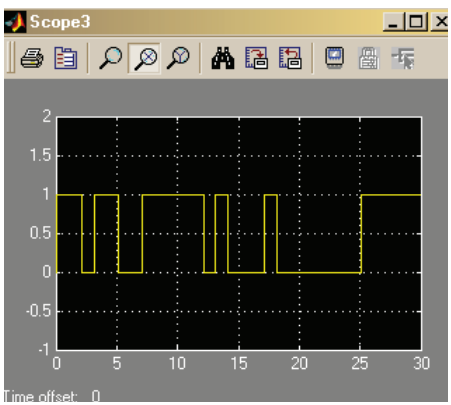
Фиг. 5 - Фазово модулиран сигнал

Демодулираният сигнал е показан на фиг. 6. Формата на този сигнал е коректна и подходяща за обработка с формирователя на импулси.

Възстановената цифрова поредица на изхода се илюстрира от фиг. 7.



Фиг. 6 - Демодулиран сигнал



Фиг. 7 - Възстановен модулиращ сигнал

Сравнителният анализ на двата сигнала-възстановения (фиг.7) и модулиращия (фиг. 4) показва, че те съвпадат почти изцяло. Налице е само съвсем незначително закъснение на възстановения сигнал, което е напълно естествено.

Представените резултати са получени при мощност на шума на канала **2mW**. Извършени са симулации и при по-големи мощности на шума, резултатите от които показват, че моделът отчита правилно влиянието на шума. При шумове с по-големи мощности изменението на фазата и амплитудата на приетия сигнал нараства. Освен това, настъпва промяна и във възстановения цифров поток в сравнение с входния, като при мощности над **150mW** се появяват и допълнителни битове.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати за **BPSK** модулацията са безспорно доказателство за адекватността на теоретичния и на симулационните модели. Те се явяват обективна предпоставка за избор на оптимален набор от **Matlab** функции, параметри на

блоковете в структурния **Simulink** модел и на условията за симулации, при които се гарантира високо качество на модулацията. Теоретичният анализ и симулацията на вероятността за **BER** грешка при **BPSK** модулация, както и предложеният **Simulink** модел за изследване на **BPSK** базирана комуникационна система, могат успешно да се използват за изследване и оценка и на по-сложни варианти на цифрова фазова модулация. За целта е необходимо само незначителна модификация с цел отчитане на броя на стойностите, които може да приема фазата на носещия сигнал.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Xiong, F. Digital Modulation Techniques. Artech House, 2006.

[2] Anderson, J. B., T. Aulin, C. Sundberg. Digital Phase Modulation (Applications of Communications Theory), Copyrighted Material, 2010.

[3] Sklar, B. “Digital Communications: Fundamentals and Applications”, Prentice-Hall, 2nd Edition, 2001.

[4] Конов, К. Цифрово радио и телевизионно разпръскване. ДИОС, София, 2011.

[5] MATLAB Help Documents, Communications Toolbox., 2007.

За контакти:

доц. д-р Станимир Садинов, Катедра “Комуникационна техника и технологии”, Технически университет - Габрово, тел.: 066/827-388, e-mail: murry@tugab.bg

гл. ас. Пеша Данева, Катедра “Комуникационна техника и технологии”, Технически университет - Габрово, e-mail: daneva@tugab.bg

инж. Панайотис Когиас, докторант в катедра “Комуникационна техника и технологии”, Технически университет - Габрово, Kavala Institute of Technology, Greece e-mail: pkogias@teikav.edu.gr

инж. Йордан Христов Кънев, докторант в катедра “Комуникационна техника и технологии”, Технически университет – Габрово, e-mail: danchokanev@gmail.com

Докладът е рецензиран.