

Взаимосвязь между кинематическими и энергетическими параметрами в упаковочных линиях

Анатолий Соколенко, Константин Васильковский, Сергей Бут

The relationship between kinematic and energy parameters in the packaging lines: Given the kinematic and dynamic parameters of two-mass systems with sine and cosine laws of motion of the leading mass developed methods of measuring the instantaneous power and energy costs in order to assess the prospects for the use of such laws in the movement of goods in packaging equipment.

Key words: Modeling, Kinematics, Dynamics, Energy costs, The cam mechanism

ВВЕДЕНИЕ

Создание упаковочных машин, и построение на их основе транспортно-технологических линий всегда связывают с требованиями точного выполнения заданных операций и одновременно минимизации энергетических, материальных и экономических затрат на их эксплуатацию. К наиболее распространенным в современном упаковочном оборудовании операциям относятся перемещение и перегрузка отдельных грузовых единиц или комплексов из них (групповые упаковки), осуществляемые без отрыва последних от опорных плоскостей с преодолением сил трения [1].

Достижение грузами заданных значений кинематических параметров с соответствующим уровнем кинетической энергии в процессах их разгона связано с работой против сил инерции.

Указанные составляющие энергетических затрат являются обязательными, однако при этом существует возможность существенно ограничить их суммарную величину [2].

Реализацию законов движения рабочих органов упаковочных машин в таких операциях можно осуществить разными механическими, пневмо-гидромеханическими или электромеханическими приводами.

К числу типичных механизмов с возвратно-поступательным движением относятся кривошипно-шатунные, кулисные и кулачковые механизмы. Законы движения их ведущих звеньев зависят от соотношений геометрических параметров и законов движения ведомых звеньев. При этом при использовании кулачковых механизмов могут быть реализованы разные законы движения выходного звена.

Составление моделей при описании подобных процессов сопровождается анализом, целью которого являются определения звеньев с наименьшей жесткостью и динамических составляющих нагрузок [3]. Обычно, такое звено разделяет систему на ведущую и ведомую массы. В определенных случаях отдельные звенья могут выполняться с упругими элементами, например, пружинами, или могут непосредственно соединять исходное звено и объект манипулирования.

ИЗЛОЖЕНИЕ

На рис. 1 представлена физическая двухмассовая модель процесса перемещения груза с использованием кулачкового механизма.

В общем случае координата перемещения ведущей массы является функцией угла поворота кулачка

$$x_1 = x_1(\omega, t), \quad (1)$$

где ω – угловая скорость кулачка, s^{-1} .

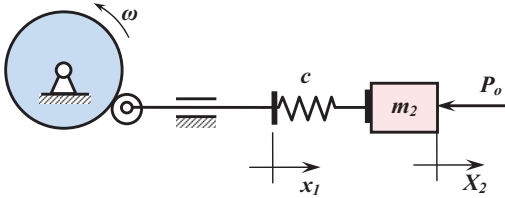


Рис. 1. Схема двухмассовой модели с использованием кулачкового механизма

Предположим, что толкателем кулачкового механизма реализуется косинусоидальный закон движения

$$x_1 = R(1 - \cos \omega t), \quad (2)$$

где R – геометрический параметр кулачка, m .

Тогда дифференциальное уравнение движения ведомой массы записывается в форме

$$\ddot{x}_2 + \frac{c}{m_2} x_2 = \frac{cR}{m_2} (1 - \cos \omega t) - \frac{P_0}{m_2}, \quad (3)$$

где P_0 – сила сопротивления перемещению ведомой массы, N .

При начальных условиях

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{2(n)} = -P_0 / c; \quad \dot{x}_{2(n)} = 0$$

решением дифференциального уравнения имеем:

$$x_2 = \frac{cR}{c - m_2 \omega^2} \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + R \left(1 - \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t \right) - \frac{Rc \cos \omega t}{c - m_2 \omega^2} - \frac{P_0}{c}. \quad (4)$$

Подчеркнем, что уравнение (3) и (4) отвечают лишь фазе рабочего хода. При этом времени завершения перемещения ведомой массы отвечает условие

$$t_{(k)} = \varphi_1 / \omega,$$

где φ_1 – фазовый угол рабочего хода.

Дифференцированием выражения (4) найдем значение скорости выходного звена

$$\dot{x}_2 = R \sqrt{\frac{c}{m_2}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{Rc \sqrt{\frac{c}{m_2}}}{c - m_2 \omega^2} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc \omega \sin \omega t}{c - m_2 \omega^2}, \quad (5)$$

а упругая нагрузка при этом равна

$$P_{np} = c(x_1 - x_2) = \frac{Rm_2 \omega^2}{1 - \frac{m_2 \omega^2}{c}} \left(\cos \omega t - \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t \right) + P_0. \quad (6)$$

Как видно из уравнения (6), динамическая нагрузка имеет две составляющие с

одинаковыми амплитудами и разными частотами. Величины ωt и $\sqrt{\frac{c}{m_2}}t$ могут иметь разные значения и в том числе такие:

$$\cos \omega t = 1, \text{ а так же } \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}}t = -1$$

Для систем со значительной жесткостью

$$1 - \frac{m_2 \omega^2}{c} \approx 1, \quad (7)$$

а потому максимальное значение силы упругости:

$$P_{\text{ppmax}} \approx 2Rm_2\omega^2 + P_0. \quad (8)$$

Переход к энергетической оценке хода процесса взаимодействия ведущей и ведомой масс осуществим на основе зависимостей (5) и (6). Характеристику мгновенной мощности, которая развивается движущей силой определим по величине упругой нагрузки

$$N_{\text{мит}} = P_{\text{пр}}(t)\dot{x}_2(t). \quad (9)$$

Текущие значения $P_{\text{пр}}(t)$ и $\dot{x}_2(t)$ определяются подстановкой времени t в интервале от $t_{(n)} = 0$ до $t_{(k)} = \varphi_1/\omega$ с выбранным шагом, который дает возможность определить зависимость $N_{\text{мит}} = N_{\text{мит}}(t)$.

Интегрирование последнего условия в указанных границах выбора времени дает возможность определить энергетические затраты на выполнение процесса перемещения.

Результаты расчетов по формуле (9) разрешают определить максимальную величину мгновенной мощности. Логически предположить при этом, что maximum maximum $N_{\text{мит}}$ отвечает совпадению во времени достижения $\dot{x}_{2\text{max}}$ и $P_{\text{рmax}} = P_{\text{прmax}}$.

Для определения $\dot{x}_{2\text{max}}$ выполним дифференцирование условия (5) и приравняем результат к нулю:

$$\ddot{x}_2 = \left(R\sqrt{\frac{c}{m_2}} - \frac{Rc^2}{m(c - m_2\omega^2)} \right) \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}}t_{\text{екс}} + \frac{Rc\omega^2 \cos \omega t_{\text{екс}}}{c - m_2\omega^2} = 0, \quad (10)$$

где $t_{\text{екс}}$ – время достижения экстремального значения $\dot{x}_{2\text{max}}$. Тогда максимальное значение скорости составит

$$\dot{x}_{2\text{max}} = \left(R\sqrt{\frac{c}{m_2}} - \frac{Rc\sqrt{\frac{c}{m_2}}}{c - m_2\omega^2} \right) \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}}t_{\text{екс}} + \frac{Rc\omega \sin \omega t_{\text{екс}}}{c - m_2\omega^2}. \quad (11)$$

Проведем аналогичные рассуждения для синусоидального движения ведущей массы. При этом закон движения будет иметь вид

$$x_1 = R \sin \omega t. \quad (12)$$

Тогда при соответствующих подстановках и преобразованиях получаем кинематические и силовые параметры процесса:

$$x_2 = \frac{Rc}{c - m_2\omega^2} \sin \omega t - \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \sqrt{\frac{m_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{P_0}{c}; \quad (13)$$

$$P_{np} = c(x_1 - x_2) = \frac{Rm_2\omega^2}{1 - \frac{m_2\omega^2}{c}} \left(\frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{c}{m_2}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \sin \omega t \right) + P_0; \quad (14)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos \omega t - \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t; \quad (15)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \sqrt{\frac{c}{m_2}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t_{\text{екс}} - \frac{Rc\omega^2}{c - m_2\omega^2} \sin \omega t_{\text{екс}}. \quad (16)$$

Тогда экстремуму скорости отвечает условие

$$\dot{x}_{2\text{max}} = \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos \omega t_{\text{екс}} - \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t_{\text{екс}}. \quad (17)$$

Из условия (14) вытекает, что для систем со значительной жесткостью упругого звена имеем

$$1 - \frac{m_2\omega^2}{c} \approx 1; \quad \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t = 1; \quad \sin \omega t = -1.$$

Тогда

$$P_{np\text{max}} \approx R\omega(\sqrt{cm_2} + m_2\omega) + P_0. \quad (18)$$

Максимальные и текущие значения мгновенной мощности и энергетических затрат на перемещение массы m_2 определяются по методике, изложенной в предыдущем случае с использованием зависимости вида (9) и интегрированием зависимости $N_{\text{мгт}} = N_{\text{мгт}}(t)$.

Из анализа уравнений (6) и (14) видно влияние жесткости на динамические составляющие нагрузок. Увеличение ее приводит к росту величин P_{np} и одновременно повышает частоты собственных колебаний системы, превращая их в быстрозатухающие.

Наличие динамических составляющих нагрузок в величинах P_{np} означает присутствие энергетических трансформаций, связанных с переходами кинетической энергии в движении масс в потенциальную энергию деформации упругих элементов.

При наличии зависимостей $\dot{y}_2 = \dot{y}_2(t)$ в движении ведомых масс значения мгновенных кинетических энергий могут быть определены и в том числе их максимальные величины, например, для косинусоидального закона

$$T_{\text{кинmax}} = \frac{m_2}{2} \left(\frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos\omega t_{\text{екс}} - \frac{Rc\omega}{c - m_2\omega^2} \cos\sqrt{\frac{c}{m_2}} t_{\text{екс}} \right)^2 \quad (19)$$

и для ксинусоидального закона движения ведущей массы

$$T_{\text{кинmax}} = \frac{m_2}{2} \left(\left(R\sqrt{\frac{c}{m_2}} - \frac{Rc}{c - m_2\omega^2} \right) \sin\sqrt{\frac{c}{m_2}} t_{\text{екс}} + \frac{Pc\omega \sin\omega t_{\text{екс}}}{c - m_2\omega^2} \right)^2. \quad (20)$$

Вместе с тем максимальным упругим нагрузкам отвечают максимумы потенциальных энергий деформации упругих элементов. Текущим значением потенциальной энергии деформации отвечает условие

$$E_{\text{пот}} = P_{\text{пр}} \frac{x_1 - x_2}{2} = \frac{c(x_1 - x_2)^2}{2}. \quad (21)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные аналитические исследования процессов перемещения грузов с целью оценки взаимосвязей параметров материальных потоков с их энергетическим обеспечением позволяют отметить следующие соображения.

В периоды переходных процессов пуска движущая сила преодолевает сопротивление статических сил и сил инерции, а мощность, которая ею развивается, зависит от заданного закона движения. Уменьшение времени переходного процесса при прочих равных условиях увеличивает мощность, которая развивается движущей силой, однако энергетические затраты на этот период и при условии стабилизированного значения конечной скорости $\dot{x}_{2(k)} = \text{const}$ остаются постоянными и равными кинетической энергии

$$T_{\text{кин}} = m \frac{(\dot{x}_{2(k)})^2}{2}.$$

К указанным энергетическим затратам на этом участке прибавляется составляющая, связанная с преодолением статического сопротивления

$$E_{\text{оп}} = P_{\text{оп}} x.$$

При этом кинетическая энергия подвижной массы равняется работе A_p сил движущих в связи с преодолением сил инерции.

Вместе с тем важно подчеркнуть, что сокращение времени переходного процесса пуска даже при относительно ограниченных энергетических затратах приводит к заметному росту мощности, которую должны развивать движущие силы. Это может привести к необходимости обоснования в выборе закона движения в переходном процессе и времени его действия.

С точки зрения интересов ограничения энергетических затрат заслуживают применения непрерывные перемещения грузов, по сравнению с циклическими. Хотя при выборе симметричных законов на участках разгона и выбега в

энергетических затратах возможно приблизиться (за время цикла) к составляющей, связанной с преодолением сил сопротивления, однако это не снимает проблем, связанных с мощностью, поскольку ускоренное движение на первой фазе остается. С этой точки зрения из числа проанализированных законов на преимущество заслуживает равноускоренное движение грузов на фазе разгона и равнозамедленный закон на фазе выбега. Несколько уступают ему косинусоидальный и синусоидальный законы движения ведущей массы.

Определенные закономерности и соотношения для моделей с абсолютно жесткими системами осуществлены без их деления на ведущие и ведомые массы. Тем не менее, очевидно, что учет такого деления дополнительно подчеркнет преимущество режимов непрерывного движения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] А.И.Соколенко, И.И.Сторижко, В.П.Яресько и др. Погрузочно-разгрузочное и транспортное оборудование в перерабатывающей промышленности: Справ. – Киев: Урожай. – 1990. – 152 с.

[2] Кодра Ю. В., Стоцько З. А. Технологічні машини. Розрахунок і конструювання. – Львів: Львівська політехніка. – 2004. – 268 с.

[3] Соколенко А. І., Яровий В. Л., Васильківський К. В. та ін. Моделювання процесів пакування. – Вінниця: Nova Knyha. – 2004. – 272 с.

Для контактов:

Доц., к.т.н. Константин Васильковский, Кафедра технической механики и упаковочной техники, Национальный университет пищевых технологий, г. Киев, Украина, тел.: 044-289-19-04, e-mail: tmipt@nuft.edu.ua

Доклад был рецензирован