

Синтез на робастен регулатор от разсредоточен тип на манипулатор с еластично звено

Георги Георгиев, Георги Лехов

Design of a non-collocated robust controller for a flexible-link manipulator: Tip-position control problem of a single-link flexible manipulator moving in the horizontal plane in the presence of parametric uncertainties is considered in this paper. A non-collocated two-degree-of-freedom robust controller is designed via the μ -synthesis. The design is performed taking into account the uncertainty in the parameters which are the main source of uncertainty in the dynamic behaviour description of flexible-link manipulators. The simulation results demonstrate that the designed μ -controller ensures efficient suppression of the elastic vibrations during fast motions of the manipulator for wide ranges of uncertainty in the payload mass and the damping coefficients.

Key Words: Flexible-Link Manipulator, Parametric Uncertainty, Robust Control, μ -synthesis, Non-collocated Control.

ВЪВЕДЕНИЕ

Манипулаторите с олекотена конструкция притежават редица предимства пред традиционните масивни манипулатори. При извършване на бързи движения обаче повишената гъвкавост на звената е причина за поява на нежелани механични трептения. Това налага при синтеза на системата за управление да се отчита влиянието на еластичността. Динамичните модели на манипулаторите с еластично звено се характеризират с наличие на слабо демпферирани собствени честоти, неминимално-фазовост и неопределеност в параметрите. Тези особености на моделите съществено затрудняват потискането на механичните трептения при бързи движения на манипулаторите.

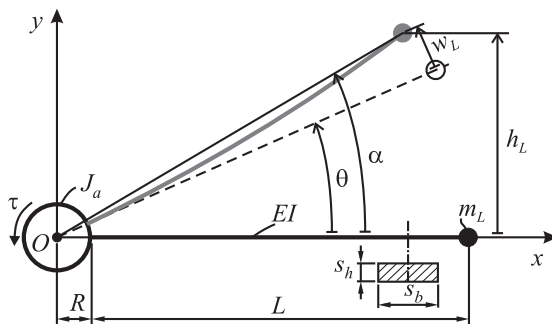
В зависимост от използваните сензори методите за управление на манипулатори с еластично звено се разделят на две групи: съсредоточено управление и разсредоточено управление. Както при управление на манипулатори с твърди звена, съсредоточените управляващи устройства използват информация от сензори за ставното положение и евентуално за ставната скорост, т.е. за величини, „съсредоточени“ в точката, в която се прилага двигателният момент. За разлика от тях, в разсредоточените управляващи устройства се използват и обратни връзки по величини, характеризиращи движението на други точки от звеното – например еластичното отклонение на свободния край на звеното, ускорението му и др. За сметка на усложняване на техническата реализация, въвеждането на тези допълнителни обратни връзки дава възможност да се подобри качеството на преходните процеси.

Поради силното влияние на неопределеността в параметрите на модела върху устойчивостта и качеството на затворената система, за синтеза на регулатори на манипулатори с еластично звено е подходящо да се използват методи от теорията на робастното управление. В литературата са предложени различни H_∞ и μ -регулатори на манипулатори с еластично звено [4], [5], [6], [7], [9], [10], [11], [12]. При синтеза на тези регулатори са използвани модели с комплексна неопределеност. По-добри резултати е възможно да се получат на основата на модел с параметрична неопределеност, тъй като за динамиката на системата за управление на манипулатори с еластично звено основно значение има неопределеността в някои параметри като маса на товара, коефициент на триене в задвижването и коефициенти на демпфериране на еластичното звено. μ -синтез на основата на модел с неопределени параметри е представен в [2], [8], при който обаче неопределеността в масата на товара не е отчетена.

В статията с помощта на μ -синтез е получен робастен регулатор от разсредоточен тип с две степени на свобода на манипулатор с еластично звено, като при синтеза освен неопределеността в коефициента на триене в задвижването и коефициентите на демпфиране на еластичното звено е отчетена и неопределеността в масата на товара. Представени са резултати от сравнително изследване, които показват добрите робастни свойства на системата за управление.

ОПИСАНИЕ НА МАНИПУЛАТОРА

На фиг. 1 схематично е представен манипулатор с еластично звено, който се завърта в хоризонталната равнина xOy около ос в точката O .



Фиг. 1. Схема на манипулатор с еластично звено

Въртящият момент и масовият инерционен момент на задвижващото устройство, приведени към оста O , са съответно τ и J_a . Манипулаторът се разглежда като механична система, съставена от идеално твърдо тяло с радиус R и еластично звено. Еластичното звено представлява тънък праволинеен хомогенен прът с постоянно правоъгълно напречно сечение, имащо размери s_b и s_h , дължина L , плътност ρ , модул на еластичност на материала E , инерционен момент на напречното сечение I и коравина на огъване EI . Полезният товар, хващачът и модулът за локалните движения се моделират като материална точка с маса m_L . Положението на оста на недеформираното звено на манипулатора в координатната система xOy се определя от ставния ъгъл θ . Приема се, че еластичните отклонения на отделните точки от звеното са перпендикулярни на тази ос, лежат в хоризонталната равнина и са малки в сравнение с L . Еластичното отклонение на товара (свободен край на манипулатора) е означено с w_L , а положението на товара се определя от ъгъла α .

Числените стойности на параметрите на манипулатора са: $R = 0.04$ m, $L = 1$ m, $s_b = 0.05$ m, $s_h = 0.004$ m, $\rho = 2700$ kg/m³, $E = 6.9 \times 10^{10}$ N/m², $I = 2.67 \times 10^{-10}$ m⁴, $J_a = 0.1$ kgm².

Уравненията, описващи динамиката на манипулатора, са получени с използване на метода на крайните елементи:

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = b_i \tau, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

като числените стойности на коефициентите са определени чрез програмата ABAQUS™ [1]. В уравненията (1) q_i са модални координати, ξ_i – относителни коефициенти на демпфиране на еластичното звено, а ω_i са собствените честоти на манипулатора. Величините θ , α и w_L се определят чрез зависимостите:

$$\theta = b^T q, \quad h_L = a^T q, \quad \alpha = \arctg \frac{h_L}{R+L}, \quad w_L = (R+L)\text{tg}(\alpha - \theta), \quad (2)$$

където a и b са вектори от коефициенти.

Входна величина за модела на манипулатора е двигателният момент τ , създаван от електрозадвижването. Управляема величина е ъгловото положение α на свободния край на манипулатора. В изходните величини на модела са включени и ставният ъгъл θ , ускорението $\ddot{\alpha}$ и еластичното отклонение w_L на свободния край.

Първите три собствени честоти на манипулатора, изчислени за номиналната стойност на масата на товара $m_L = 0.24 \text{ kg}$, са $\omega_1 = 0 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 27.4 \text{ rad/s}$ и $\omega_3 = 104.4 \text{ rad/s}$. Понеже четвъртата ($\omega_4 = 304.9 \text{ rad/s}$) и останалите собствени честоти имат стойности, много по-високи от честотната лента на затворената система, в модела са включени само първите три модални координати на манипулатора.

За отчитане на триенето в електрозадвижването в първото от уравненията (1) е въведено събираемото $d_r \dot{q}_1$, където d_r е коефициент на триене, при което уравнението се преобразува във вида

$$\ddot{q}_1 + d_r \dot{q}_1 = b\tau. \quad (3)$$

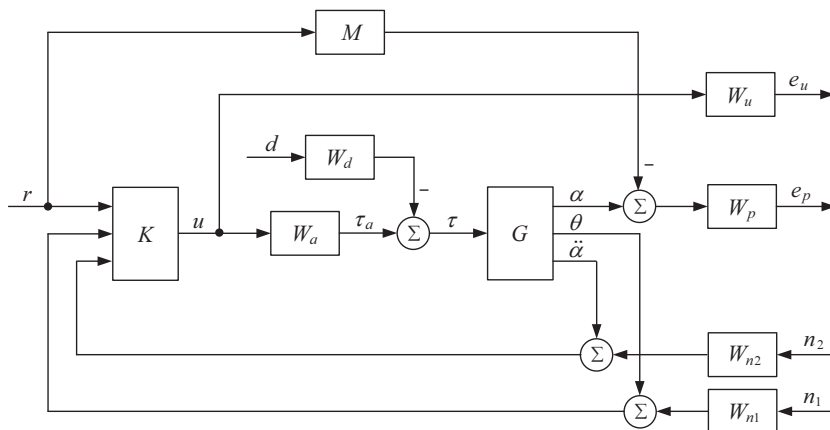
СИНТЕЗ НА μ -РЕГУЛАТОР

Разглежда се задачата за позициониране на свободния край на манипулатора в желано положение. Предполага се, че при извършване на дадено движение масата на товара има постоянна, но неизвестна стойност в интервала от 0.12 kg до 0.36 kg , т.е. масата на товара е неопределен параметър с номинална стойност $m_L = 0.24 \text{ kg}$ и максимална относителна неопределеност 50% . Приема се също, че коефициентът на триене в задвижването е неопределен параметър с номинална стойност $d_r = 0.15 \text{ s}^{-1}$ и относителна неопределеност 20% , а коефициентите на демпфериране на еластичното звено са неопределени параметри с номинални стойности $\xi_2 = \xi_3 = 0.04$ и относителна неопределеност 40% . Трябва да се отбележи, че тези параметри са основният източник на неопределеност при описание на движението на манипулатори с еластично звено.

Целта на синтеза е да се получи робастен регулатор от разсредоточен тип, използващ обратни връзки по ставното положение θ и ускорението $\ddot{\alpha}$ на свободния край на манипулатора, който за всичките допустими стойности на неопределените параметри в модела на манипулатора осигурява потискане на трептенията на еластичното звено при извършване на бързи движения. Понеже неопределеността е структурирана, за определяне на регулатора е подходящо да се използва μ -синтезът.

Блокова схема на системата за управление, включваща блоковете M , W_p , W_u , W_d , W_{n1} и W_{n2} , с чиято помощ се формулират изискванията към качеството при μ -синтеза, е показана на фиг. 2. Управляема величина е ъгловото положение α . Измерват се ставният ъгъл θ и ускорението $\ddot{\alpha}$. Задаващата величина, управляващата величина, моментът, създаван от двигателя, и смущаващото въздействие са означени съответно с r , u , τ_a и d . Сигналите n_1 и n_2 се използват за формиране на измервателните шумове, а e_p и e_u са изходни величини, характеризиращи качеството. С G е означен моделът с неопределени параметри на еластичния манипулатор, а с W_a – моделът на токовия контур на електрозадвижването, който е взет аperiодично звено с времеконстанта 0.004 s и коефициент на пропорционалност 1 . Регулаторът K е с две степени на свобода, с което се постига по-добро качество на системата за управление. Той има три входа, на които постъпват

задаващата величина и двете измервани величини, и един изход, чрез който се осъществява управление на електрозадвижването.



Фиг. 2. Блокова схема на затворената система с изисквания към качеството

Предавателната матрица на системата на фиг. 2 с входове r , d , n_1 и n_2 и изходи e_p и e_u е

$$\Phi = \begin{bmatrix} W_p(SG_\alpha W_a K_r - M) & -W_p S G_\alpha W_d & W_p S G_\alpha W_a K_\theta W_{n1} & W_p S G_\alpha W_a K_{\ddot{\alpha}} W_{n2} \\ W_u S K_r & -W_u S(G_\theta K_\theta + G_{\ddot{\alpha}} K_{\ddot{\alpha}}) W_d & W_u S K_\theta W_{n1} & W_u S K_{\ddot{\alpha}} W_{n2} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

където с K_r , K_θ и $K_{\ddot{\alpha}}$ са означени предавателните функции на регулатора по отношение на входовете r , $\theta + W_{n1}n_1$ и $\ddot{\alpha} + W_{n2}n_2$, с G_α , G_θ и $G_{\ddot{\alpha}}$ – предавателните функции на манипулатора с вход двигателния момент τ и изход съответно α , θ и $\ddot{\alpha}$, а

$$S = \frac{1}{1 - G_\theta W_a K_\theta - G_{\ddot{\alpha}} W_a K_{\ddot{\alpha}}}. \quad (5)$$

Критерият за качество на затворената система за управление е

$$\|\Phi(s)\|_\infty < 1. \quad (6)$$

Задачата на синтеза е да се намери линеен регулатор K , който стабилизира затворената система и осигурява изпълнение на критерия за качество (6) за всички допустими стойности на неопределените параметри в модела на манипулатора.

Моделът M и тегловните предавателни функции W_p , W_u , W_d , W_{n1} и W_{n2} са избрани както следва:

$$M = \frac{625}{s^2 + 50s + 625}, \quad W_p = \frac{s^2 + 25s + 150}{s^2 + 22s + 0.15}, \quad W_u = 0.001,$$

$$W_d = 0.5 \frac{1}{0.05s+1}, \quad W_{n1} = 10^{-6} \frac{0.5s+1}{0.005s+1}, \quad W_{n2} = 10^{-3} \frac{s+1}{0.01s+1}. \quad (7)$$

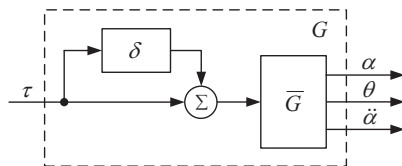
За постигане на желаната динамика на системата за управление за модел, към който да се доближава затворената система, е взето звено от втори ред с коефициент на затихване равен на 1 и преходна функция с времетраене около 0.19 s. Тегловната функция W_p е избрана с цел осигуряване на малка разлика между изходите на затворената система и модела M в нискочестотната област и на слабо влияние на смущаващото въздействие. Така се постига добро следене на заданието и малка грешка при нискочестотни смущения. С избора на W_u се осъществява подходящо ограничаване на големината на управляващото въздействие. Филтърът W_d формира честотното съдържание и амплитудата на смущаващото въздействие. Формиращите филтри W_{n1} и W_{n2} са определени в съответствие с характеристиките на сензорите, чрез които се измерват ставният ъгъл θ и ускорението $\ddot{\alpha}$.

Модел с параметрична неопределеност на манипулатори с еластично звено е съставен в [1], в който като неопределени параметри се разглеждат масата на товара m_L , коефициентът на триене в задвижването d , и относителните коефициенти на демпфиране ξ_i , $i = 2, 3, \dots$ на еластичното звено. При създаването му е използван линеен модел на манипулатора, получен при предположение, че $h_L \ll L$ и $w_L \ll L$, при което се приема $\arctg(\gamma) = \gamma$ и от (2) се получава

$$\alpha = \frac{1}{R+L} a^T q, \quad w_L = (R+L)(\alpha - \theta). \quad (8)$$

В този модел обаче неопределеният параметър m_L се повтаря голям брой пъти, в резултат на което при извършване на μ -синтез на негова основа не се получава достатъчно добър резултат.

За синтез на μ -регулатори на еластични манипулатори е подходящо да се използва модел с неопределени параметри, в който неопределеността в масата на товара се отчита чрез въвеждане на входна мултипликативна неопределеност, както е показано на фиг. 3. С $\bar{G} = G(m_{L,ном})$ е означен модел на манипулатора, в който като неопределени параметри се разглеждат коефициентът на триене в задвижването и относителните коефициенти на демпфиране на еластичното звено, а параметърът m_L е заместен с номиналната си стойност. Неопределеността в масата на товара се отчита приближено чрез неопределения реален параметър δ . Интервалът на неопределеност на параметъра δ се избира така, че да се получи близост между честотните характеристики на моделите, зависещи от m_L и δ , като за разглеждания манипулатор с 50 % неопределеност в масата на товара е взето $|\delta| \leq 0.2$.



Фиг. 3. Схема на използвания при μ -синтеза модел на манипулатора

μ -синтезът е извършен на основата на представения на фиг. 3 модел с неопределени параметри с помощта на MATLAB функцията `dkssyn` от Robust Control

Toolbox [3]. Подходящ устойчив μ -регулатор, който е от 26-ти ред, се получава след четири D-K итерации, като пикът на структурираната сингулярна стойност е 1.002. Балансирана реализация в пространство на състоянията от 16-ти ред на синтезирания регулатор е получена с функцията `reduce`, като честотните характеристики на съответните регулатори от пълен и понижен ред практически съвпадат.

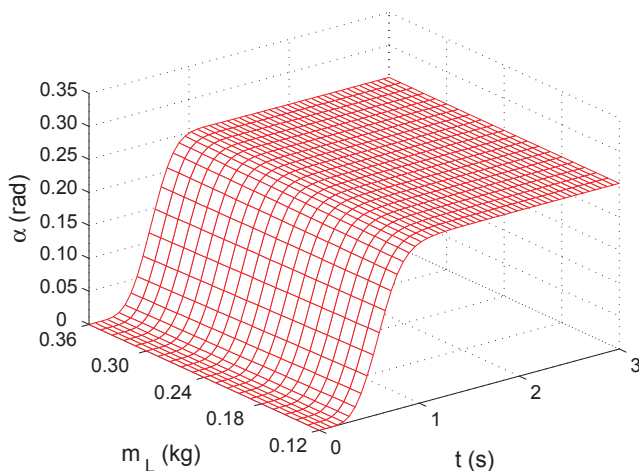
Анализът на робастната устойчивост на системата за управление с регулатора от понижен ред е извършен, като е използван предложеният в [1] модел на манипулатора с неопределени параметри, който се характеризира с по-точно отчитане на неопределеността в масата на товара в сравнение с модела с неопределени параметри, използван при μ -синтеза. Максимумът на структурираната сингулярна стойност, получен при анализа на робастната устойчивост, е 0.719, откъдето следва, че затворената система запазва устойчивост за нива на неопределеност, приблизително 1.39 пъти по-големи от зададените.

РЕЗУЛТАТИ ОТ СИМУЛИРАНЕ НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Системата за управление със синтезирания μ -регулатор от понижен ред е изследвана с помощта на Simulink. При симулирането е използван представеният динамичен модел на манипулатора, получен с програмата ABAQUSTM. Симулирането е проведено за 21 стойности на масата на товара, равномерно разпределени в интервала от 0.12 kg до 0.36 kg. Стойностите на неопределените коефициенти на триене в задвижването и относителни коефициенти на демпфиране на еластичното звено са взети равни на долните им граници, отговарящи на възможно най-слабото демпфиране на механичната система. Използвано е бързоизменящо се задаващо въздействие, което се установява в желаното крайно положение $\pi/12.5$ rad за 0.8 s. То се формира по зависимостта

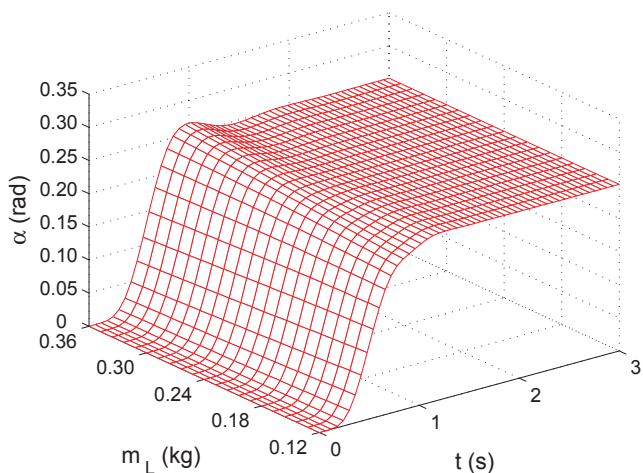
$$r = \begin{cases} a_r t - (a_r / \omega_r) \sin(\omega_r t) + r_0, & 0 \leq t \leq t_m \\ r(t_m), & t_m < t \leq t_f \end{cases}, \quad (9)$$

където параметрите са $a_r = 0.1\pi$ rad/s, $\omega_r = 2.5\pi$ s⁻¹, $r_0 = 0$ rad, $t_m = 0.8$ s и $t_f = 3$ s.

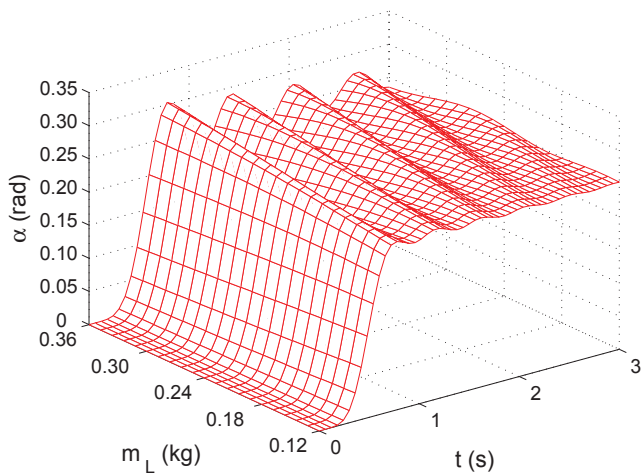


Фиг. 4. Ъглово положение α за μ -регулатор от разредоточен тип

Преходните процеси на ъгловото положение α , получени при симулиране на затворената система със синтезирания μ -регулатор от разсредоточен тип, са показани на фиг. 4. Вижда се, че μ -регулаторът потиска много добре трептенията на еластичното звено за широк интервал на неопределеност в масата на товара m_L , като най-добър преходен процес се получава за номиналната стойност на m_L . За всяка стойност на m_L в разглеждания интервал установената стойност на ъгловото положение α е равна на зададената $\pi/12.5$ rad.



Фиг. 5. Ъглово положение α за μ -регулатор от съсредоточен тип



Фиг. 6. Ъглово положение α за ПД-регулатор

За сравнение, на фигури 5 и 6 са показани преходни процеси на ъгловото положение α , получени при същите условия на симулиране, съответно за μ -

регулатор от съсредоточен тип и за ПД-регулатор. Тези регулатори са също с две степени на свобода, но използват обратна връзка само по ставния ъгъл θ . Както се вижда от фиг. 6, при използване на ПД-регулатор се получават продължителни трептения на свободния край на манипулатора в околността на точката на позициониране, като с увеличаване на масата на товара амплитудата им силно нараства. Съпоставянето на фигури 4 и 5 показва, че за стойности на масата на товара в тесен интервал около номиналната стойност преходните процеси за двата μ -регулатора практически съвпадат, но μ -регулаторът от разсредоточен тип осигурява ефикасно потискане на еластичните трептения за значително по-широк интервал на неопределеност в масата на товара.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезиран е μ -регулатор от разсредоточен тип с две степени на свобода на манипулатор с еластично звено, движещ се в хоризонтална равнина. В сравнение с известните от литературата μ -регулатори при синтеза освен неопределеността в коефициентите на демпфиране на еластичното звено и коефициента на триене в задвижването е отчетена и неопределеността в масата на товара. Резултатите от проведеното симулиране показват добрите робастни свойства на системата за управление със синтезияния регулатор.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Георгиев, Г. Ст., Г. Л. Лехов, И. В. Иванов. Модел с параметрична неопределеност на манипулатор с еластично звено и пиезо-актуатор. Механика на машините, 2013, брой 1, стр. 32-37.
- [2] Лехов, Г. Синтез на робастни управляващи устройства на манипулатор с еластично звено. Механика на машините, 2009, брой 3, стр. 91-95.
- [3] Balas, G., R. Chiang, A. Packard, M. Safonov. Robust Control Toolbox: User's Guide. Natick, MA: Math-Works, 2010.
- [4] Karkoub, M., G. Balas, K. Tamma, M. Donath. Robust Control of Flexible Manipulators via μ -Synthesis. Control Engineering Practice, 8, 725-734, 2000.
- [5] Karkoub, M., K. Tamma. Modelling and μ -Synthesis Control of Flexible Manipulators. Computers and Structures, Vol. 79, 543-551, 2001.
- [6] Kermani, M., R. Patel, M. Moallem. Multimode Control of a Large-Scale Robotic Manipulator. IEEE Transaction on Robotics, 23, 2007, 1264-1270.
- [7] Kerr, M., S. Jayasuriya, S. Asokanathan. QFT Based Robust Control of a Single-Link Flexible Manipulator. Journal of Vibration and Control, 13, 2007, No. 1, 3-27.
- [8] Lехov, G., P. Petkov. Uncertainty Modelling and Robust Control of a Flexible-Link Manipulator. Information Technologies and Control, Vol. 3, No. 4, 17-23, 2004.
- [9] Lizarraga, I., V. Etxebarria. Combined PD- H_∞ Approach to Control of Flexible Link Manipulators Using Only Directly Measurable Variables. Cybernetics and Systems, 34, 2003, 19-31.
- [10] Park, N.C., H.S. Yang, H.W. Park, Y.P. Park. Position/Vibration Control of Two-Degree-of-Freedom Arms Having One Flexible Link with Artificial Pneumatic Muscle Actuators. Robotics and Autonomous Systems, 40, 2002, 239-253.
- [11] Shawky, A., A. Ordys, L. Petropoulakis, M. Grimbale. Position Control of Flexible Manipulator Using Non-Linear H_∞ with State-Dependent Riccati Equation. Proc. ImechE, Journal of Systems and Control Engineering, 221, 2007, 475-486.
- [12] Sutton, R., G. Halikias, A. Plummer, D. Wilson. Modelling and H_∞ Control of a Single-Link Flexible Manipulator. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I, Journal of Systems and Control Engineering, 213, 1999, 85-104.

За контакти:

Гл. ас. инж. Георги Стефанов Георгиев, Катедра „Компютърни системи и технологии“, Русенски университет „Ангел Кънчев“, Тел.: 082 888-681, 082 888-574, E-mail: gstefanov@ecs.uni-ruse.bg.

Доц. д-р Георги Любомиров Лехов, Катедра „Автоматика и мехатроника“, Русенски университет „Ангел Кънчев“, Тел.: 082 888-745, E-mail: glehov@uni-ruse.bg.

Докладът е рецензиран.