

FRI-23-1-BFT(R)-04

REODYNAMICAL THEORY OF VISCOUS-ELASTIC SYSTEM DEFORMING

Viktor Goots, Oleksii Gubenia, Oleksandr Guts

РЕОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВЯЗКО-УПРУГИХ СИСТЕМ

Виктор Гуць

Заведующий кафедрой безопасности жизнедеятельности

Национальный университет пищевых технологий, Киев, Украина

E-mail: Goots@ukr.net

Алексей Губеня

Кафедра машин и аппаратов пищевых и фармацевтических производств

Национальный университет пищевых технологий, Киев, Украина

E-mail: Gubena@meta.ua

Александр Гуц

Факультет инженерной механики и упаковочной техники

Национальный университет пищевых технологий, Киев, Украина

E-mail: Goots@ukr.net

Reodynamical theory of viscous-elastic system deforming. The aim of research is the determination of force at deforming of viscous-elastic elements by working branch of technological equipment. This task is solved by methods of mathematical modeling basing on second order differential equation of a moving. It was consider different types of moving of driving mechanism at the sample of cams. The bodies with different rheological properties at the time of deformation were considered.

The solution of equation allows to determine the force, work and power of deformation depend on rheological properties of products and a type of change a driving force, and, also to choose rational type of driving mechanism.

Key words: Deforming, Force, Rheology, Cam

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрен механизм взаимодействия рабочих органов технологического оборудования - кулачковых и других механизмов с деформируемыми телами, которые сжимаются по законам характерным для вязко-упруго-пластических систем.

Существующие методики расчёта транспортирующих и других операций не всегда учитывают сложные реологические свойства пищевых продуктов, и их влияние на кинематические и энергетически характеристики процесса.

Решается задача теоретического обоснования режимов деформирования реологической системы, определения по известным законам движения кулачковых механизмов энергетических характеристик и их оптимизации.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Реодинамическая теория деформирования вязко-упругих систем. Реология в широком смысле – это наука о деформациях и течениях различных материалов проявляющих свойства отличные от свойств классических, или, как их еще называют, идеальные тела. Основными являются текучие ньютоновские жидкости, упругие гуковские и твердые сен-венановские тела. Реология значительно расширяет, уточняет и в тоже время намного усложняет теоретические закономерности заложенные (используемые) в науках, где рассматриваются только абсолютно твердые или идеально текучие и упругие тела: сопротивление материалов, теоретическая механика, теория машин и механизмов, теория упругости, гидравлика и многие другие. В реологии в качестве побудителя процесса

рассматривается отнесенная к единицы площади сила – напряжение ($\text{Pa} \cdot \text{c}$), а деформация есть безразмерной относительной величиной [2].

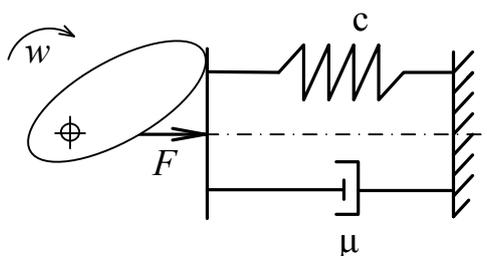
Составной частью науки реологии является *реодинамика*. Реодинамические расчеты базируются на математических моделях, дающим теоретическую и количественную оценку результатов взаимодействия деформируемых вязко-упруго-пластичных систем с рабочими органами машин и аппаратов, которые могут изменять свою форму и так же деформироваться при действующих постоянных или переменных напряжения и скоростях. Реодинамические математические модели позволяют проводить необходимые технологические расчёты машин и механизмов, определять производительность, энергетические характеристики (работу деформирования, мощность) и оптимизировать их. Особенностью реодинамики является возможность исследования материальных систем при быстро меняющихся переменных нелинейных напряжениях и скоростях деформирования.

В реологии математические модели строят учитывая различные сочетания простых реологических тел, обладающих одним свойством: идеальной упругостью (тело Гука), идеальной вязкостью (Ньютоновская жидкость), сухим трением (тело Сен–Венана). В реодинамике характеристики нескольких однотипных простых реологических тел допустимо принимать одинаковыми. Такой подход намного упрощает математические выкладки в расчетах. Например, жесткость всех входящих в реологическую модель (систему) упругих элементов принимается одинаковой.

Базой для анализа и построения реологических моделей являются механические модели в виде соединенных в определённой последовательности пружины, демпфера, предмета трения. В этом случае характеристика жесткости пружины принимается постоянной до определённой величины ее сжатия, характеристика вязкости демпфера не зависит от скорости, а сухое трение тела трения остается постоянным при любых режимах движения и не учитывается режим застоя (начала движения). В работе под реологической системой подразумевается два или более материальных объекта взаимодействующих между собой и подвергающихся деформации в результате возникающих под действием внешних движущих сил напряжений.

Примеры применение теории. При проектировании дозировочного, транспортирующего, упаковочного и других видов технологического оборудования важно уметь рассчитать усилие, которое возникает при деформировании реологических систем вязко-упругих материалов, когда заданы режимы деформирования по разным законам перемещением дозировочно-формирующего механизма. Рассмотрим случай, когда рабочие органы технологического оборудования действуют на реологическую систему, двигаясь по заранее определенным режимам перемещения $x(t)$ по закону, который связан с конструктивными особенностями кулачкового механизма. При этом возникают напряжения, которые необходимо рассчитать.

Деформирование (периодическое сжатие) кулачковым механизмом реологических системы в виде параллельно соединенных пружины и демпфера представлено схематически на фиг. 1.



Фиг. 1. Схема сжатия кулачком вязко-упругой реологической системы

Запишем закон, по которому движется толкатель кулачкового механизма, в данном случае - пластина, которая находится в контакте с реологической системой и соответственно сжимает вязко-упругой элемент

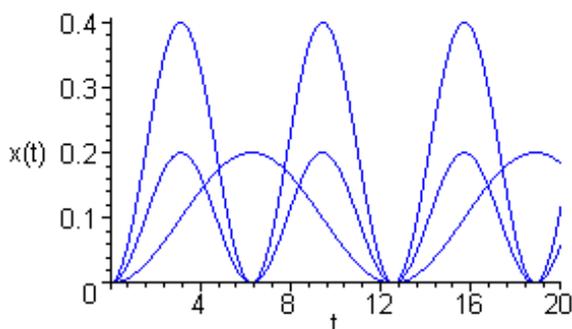
$$x(t) = R(1 - \cos wt), \quad (1)$$

где R – геометрический параметр кулачка; w – угловая скорость вращения кулачка ($w=const$); t – текущее время вращения кулачка, $x(t)$ – перемещения толкателя кулачкового механизма отнесённое к начальному размеру реологической системы.

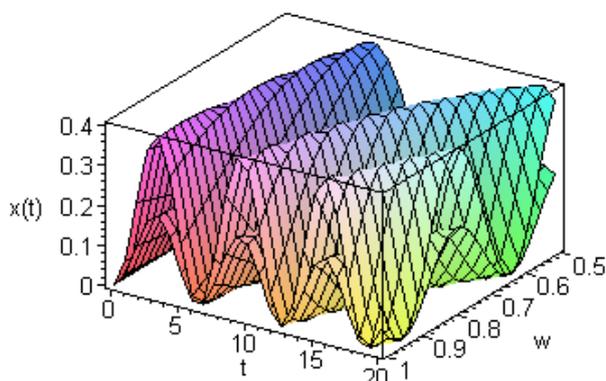
Пример относительного перемещения толкателя кулачкового механизма представлен графически (фиг. 2)

Выполнив дифференцирование уравнения (1), найдем скорость сжатия. Для нашего случая она равна скорости релаксации - возвращения системы в исходное состояние.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Rwsin wt, c^{-1} \quad (2)$$



Фиг.2. График $x(t)$ для
 $(R=0,2; w_1=0,5c^{-1});$
 $(R_I=0,1; w_1=0,5c^{-1});$
 $(R_I=0,1; w=1c^{-1}).$



Фиг. 3. Трёхмерный график уравнения (1) $x(t) = \varphi(t, w)$ для разных линейных смещений толкателя при $R=0,2; R_I=0,1$

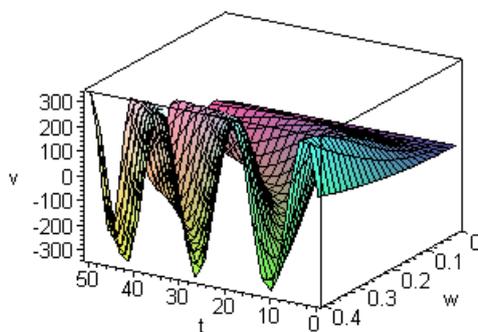


Рис. 4. Трёхмерный график $v(t) = \varphi(t, w)$

Математической моделью вязко-упругой системы, которая сжимается под действием толкателя кулачкового механизма является уравнение [3]:

$$F = \mu \frac{dx(t)}{dt} + cx(t), \quad (3)$$

где F – напряжение деформирования вязко-упругой системы, Па.

Подставим в уравнение (3) смещение $x(t)$ и скорость $\frac{dx(t)}{dt}$

$$F(t) = \mu Rwsin wt + cR(1 - \cos wt), \quad (4)$$

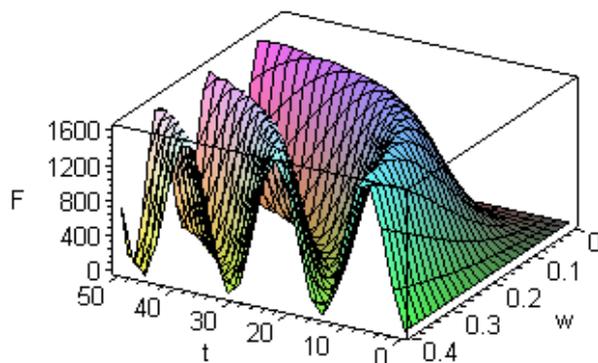
μ - вязкая характеристика системы, Па·с;

c – упругая характеристика системы, Па.

Для определения энергетических характеристик деформирования вязко-упругой системы найдем скорость, с которой меняется напряжение деформирования $F(t)$.

$$\frac{dF}{dt} = \mu R w^2 \cos wt + c R w \sin wt \quad (5)$$

Зная величины реологических характеристик $\mu = 3000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $c = 4000 \text{ Pa}$ [1] и геометрические параметры кулачка $R = 0,2$, приняв длительность работы t от 0 до 50, и угловую скорость w от 0 до 0,4 определим напряжение деформирования $F(t, w)$.



Фиг. 5. Зависимость напряжения деформирования вязко-упругой системы от продолжительности t и угловой скорости вращения кулачка w .

В машиностроении при проектировании технологического оборудования, важной характеристикой кулачкового механизма являются энергетические параметры деформирования толкателем вязко-упругой системы.

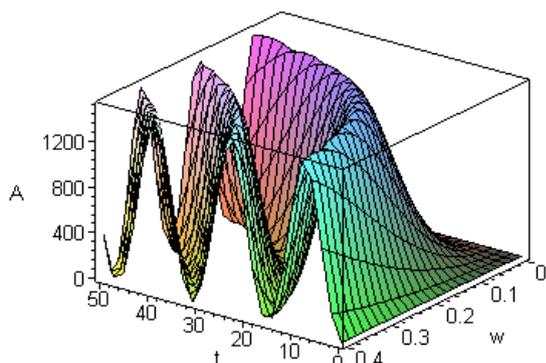
Удельный работу деформирования (работа на единицу площади деформирования) запишем [3].

$$A = \int_0^{t_1} F(t) dx(t) = \int_0^{t_1} [\mu R w \sin wt + c R (1 - \cos t)] (R w \sin wt) dt = \mu R + \frac{c R^2}{2} - \mu R \cos wt_1 - c R^2 \cos wt_1 + \frac{1}{2} c R^2 (\cos wt_1)^2, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \quad (5)$$

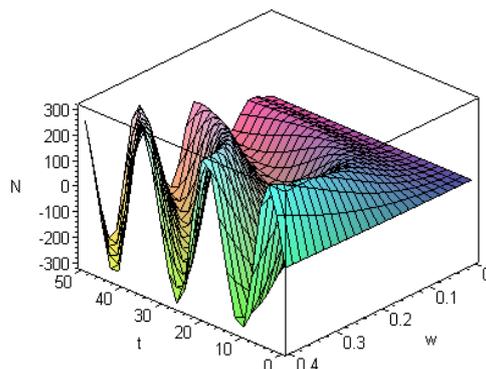
Дифференцированием уравнения (5) определяем затраты энергии (мощность), $\frac{W}{\text{м}^2}$

$$N = \frac{dA(t_1)}{dt_1} = \mu R w \sin(wt_1) + c R^2 w \sin(wt_1) - c R^2 w \cos(wt_1) \sin(wt_1) \quad (6)$$

При $t = 0..50 \text{ c}$; $w = 0..0,4 \text{ c}^{-1}$; $\mu = 4000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $c = 3000 \text{ Pa}$; $R = 0,2$ график 3D зависимости (5) представлено на фиг. 6, а зависимость (6) на фиг.7.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

Полные энергетические затраты должны учитывать трения кулачка по поверхности толкателя. Тогда полная работа деформирования A :

$$A = A_{mp} + A_{cm}, \quad (7)$$

где A_{mp} – удельная работа силы трения;

A_{cm} - удельная работа сжатия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определение вида реологические модели зависит от структурно-механических свойств пищевых дисперсных систем и их деформация описывается различными математическими зависимостями.

Приведённая методика расчета деформирования вязко-упругих систем по заданному закону сжатия имеет практическое значение при проектировании технологического оборудования.

Научная новизна заключается в построении и анализе математической модели деформирования реологической системы толкателем кулачкового механизма, закон перемещения которого нелинейный, определении возникающих при этом напряжений, расчете работы сжатия и потребляемой мощности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ahmed J., Ptaszek P., Basu S. (2017), Chapter 1 - Food Rheology: Scientific Development and Importance to Food Industry, *Advances in Food Rheology and its Applications*, Elsevier.

[2] Азаров Б.М., Арет В.А. (1978), *Инженерия реология пищевых производств*, Москва.

[3] Гуць В.С., Коваль О.А. (2013), Методи аналізу реологічних моделей в'язко-пружно-пластичних матеріалів у пакувальних процесах, *Упаковка*, №4, с. 46 – 49.

[4] Parvini M. (2011), *Logistics Operations and Management, Packaging and Material Handling*, Elsevier, pp. 155-180.

[5] Гуць В.С., Гавва О.М. (2002), *Прикладна реологія в пакувальних процесах*, Упаковка, 1, с. 22 – 25.

[6] Day L., Golding M. (2016), *Food Structure, Rheology, and Texture, Reference Module in Food Science*, Elsevier

[7] Гуць В., Губеня О., Коваль О. (2015), *Моделювання руху вантажів у транспортних операціях*, Упаковка, 2, с. 36-38.

[8] Qixin Zhong, Christopher R. Daubert (2013), Chapter 15 - Food Rheology, *Handbook of Farm, Dairy and Food Machinery Engineering (Second Edition)*, Academic Press.

[9] Гавва А. М., Халайджи В. В., Токарчук С. В. (2011), *Исследование операций группового упаковывания с учетом структурно-механических характеристик упаковочных единиц*, Научни трудове на УХТ, 58(3), с. 384–390.

[10] James S.J., James C., Evans J.A. (2006), *Modelling of food transportation systems – a review*, *International Journal of Refrigeration*, 29(6), pp. 947-957.

Для контактов:

Виктор Гуць, д.т.н, профессор, заведующий кафедрой безопасности жизнедеятельности, Национальный университет пищевых технологий, Киев, Украина, e-mail: Goots@ukr.net