

## Приложение на обемните черупкови крайни елементи при използване на техниката R1CP

Иво Драганов

### Combining the solid shell elements with R1MS technic

Ivo Draganov

**Abstract:** *This report present an investigation of the possibility to use of solid shell elements for modeling the strain-stress state of welded constructions when the R1MS technics is applied. The comparative analysis of the so proposed new models for solving test problems about a welding plate and T-joint is made. The results are compared with analytical and numerical solutions with 3D and conventional shell elements.*

**Keywords:** *welded constructions, fatigue, FEM, R1MS, solid shell elements*

### ВЪВЕДЕНИЕ

Смята се, че началото на системното изучаване на умората на материалите е поставено от Вьолер, който построява S-N диаграми за редица материали [1]. Понастоящем съществуват няколко метода за оценка на уморната якост на заварени конструкции като през последните години голямо приложение намира методът на локалните напрежения, при който се определя напрежението в прехода от основния материал към заваръчния шев и се сравнява с определен FAT клас [2], [3], [4], [5], [6]. Този метод дава по-добри резултати от исторически по-старите - метод на номиналните напрежения и метод на конструктивните напрежения, за които се изискват експериментални данни за всеки специфичен случай на натоварване [7]. Предпочитан е в сравнение с методите на механика на разрушението поради лесното му приложение за практически задачи [8], [9].

Въвеждайки фиктивни напрежения, Нойбер [10] предлага използването на фиктивен радиус за определяне на локалните напрежения (в надрез). За конструкционна стомана изчислява, че той е 1 mm. Радаж прави редица изследвания върху прилагането на натурни и числени методи за определяне на напреженията при предпоставките на Нойбер [11], [12], [13]. Резултатите от неговата работа са обобщени в [14], където предлага изчисленията да се извършват чрез метода на крайните елементи (МКЕ) като се използва техниката "Радиус 1 mm, средно разпределение" (R1CP) – Radius 1 mm Mean Scatter (R1MS), която се състои в поставяне на закръгления с радиус 1 mm във всички преходи на заваръчните шевове към основния материал и дискретизиране на областта на закръгление с 10 елемента.

Провеждайки редица числени и натурни изпитания до същия радиус на закръгление достигат и Оливер и Кьоген [15]. В своята работа [16], Сонсино докладва за изследвания на умора на различни заваръчни съединения от доменна пещ, при които не се наблюдават пукнатини с големина над 1 mm. През 1996 година техниката R1CP е включена в процедура на Международния институт по заваряване [17].

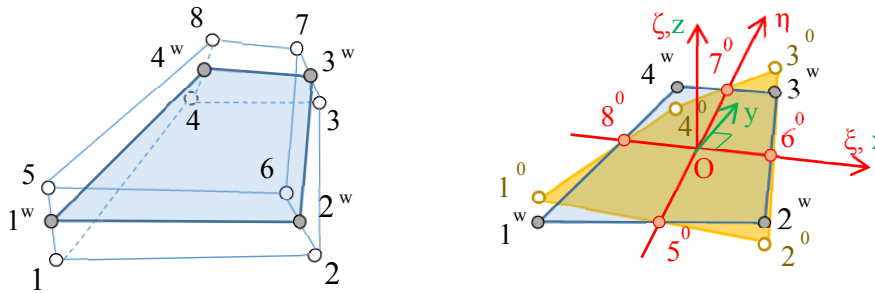
Прилагането на техниката R1CP е свързано с голям обем изчисления, които могат да се намалят чрез използването на субмоделни [18], [19], както това се демонстрира в работата на Фрике [20].

Разновидност на техниката R1CP е използването на радиус с големина 0,05 mm и 0,3 mm [21], [22], [23], [24], [5]. Техниката е приложима и за други материали [25]. Редица автори докладват за решаване на практически задачи [26], [7], [27], при които реализират техниката R1CP чрез различни крайни елементи [28], но липсват данни

за прилагането ѝ съвместно с обемни черупкови елементи [29]. Предимството на последните се състои в по-добрата производителност в сравнение с тримерните елементи и отпадането на необходимостта от създаване на допълнителен геометричен модел, както е при конвенционалните черупкови крайни елементи [30].

## 1. ОБЕМНИ ЧЕРУПКОВИ ЕЛЕМЕНТИ

Обемните черупкови крайни елементи са осемвъзлови и имат хексаедърна форма – фиг. 1. Средната им повърхнина е образувана от четири точки, които в общия случай не лежат в една равнина и това налага тяхното проектиране в равнина, дефинирана от средните точки на страните на изкривената повърхнина.



Фиг. 1. Геометрия на обемен черупков елемент

Връзките между локалните и глобалните координати,  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{X}$ , се дават съгласно уравненията:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{d11} & T_{d12} & T_{d13} \\ T_{d21} & T_{d22} & T_{d23} \\ T_{d31} & T_{d32} & T_{d33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_d (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0), \quad (1)$$

където матрицата  $\mathbf{T}_d$  съдържа посочните косинуси на  $\mathbf{x}$  спрямо  $\mathbf{X}$ . В сила са следните връзки:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{1}{4}(X_1^w + X_2^w + X_3^w + X_4^w), \quad Y_0 = \frac{1}{4}(Y_1^w + Y_2^w + Y_3^w + Y_4^w), \\ Z_0 &= \frac{1}{4}(Z_1^w + Z_2^w + Z_3^w + Z_4^w). \end{aligned} \quad (2)$$

Закривената геометрия се описва чрез изопараметричната трансформация:

$$\begin{bmatrix} x^w \\ y^w \\ z^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_7 & y_8 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & z_6 & z_7 & z_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_8 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

където  $N_i$  са трилинейни функции на формата:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta), \quad N_2 = \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta), \\ N_3 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta), \quad N_4 = \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta), \\ N_5 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta), \quad N_6 = \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta), \\ N_7 &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta), \quad N_8 = \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta). \end{aligned} \quad (4)$$

Елементът има по три степени на свобода във възел:  $\{U_{Xn} \ U_{Yn} \ U_{Zn}\}$ ,  $n = 1 \dots 8$ . Преместванията по възли се подреждат във вектор на възловите премествания на елемента:

$$\mathbf{U}^{(e)} = [U_{X1} \ U_{Y1} \ U_{Z1} \ U_{X2} \ U_{Y2} \ U_{Z2} \ \dots \ U_{X8} \ U_{Y8} \ U_{Z8}]^T. \quad (5)$$

Елементът има 6 моди като идеално твърдо тяло и 18 като деформируемо. Конститутивните уравнения могат да се обособят на такива в равнината (означени с  $\equiv$ ), такива по дебелината (означени с  $zz$ ) и смесени (означени с  $\times$ ), при което се получава матричното равенство:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \\ \sigma_{zz}^k \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}^k & E_{12}^k & E_{14}^k & \vdots & E_{13}^k \\ E_{12}^k & E_{22}^k & E_{24}^k & \vdots & E_{23}^k \\ E_{14}^k & E_{24}^k & E_{44}^k & \vdots & E_{34}^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_{13}^k & E_{23}^k & E_{34}^k & \vdots & E_{33}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xx}^k \\ e_{yy}^k \\ 2e_{xy}^k \\ \dots \\ e_{zz}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\equiv}^k & \mathbf{E}_{\times}^k \\ (\mathbf{E}_{\times}^k)^T & \mathbf{E}_{zz}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\equiv}^k \\ e_{zz}^k \end{bmatrix}. \quad (6)$$

## 2. СУБМОДЕЛИРАНЕ

Субмоделирането е използвано за изследване на локална част от модела чрез съгъстяване на мрежата, като резултатите за възловите премествания от решението на глобалния модел на завареното съединение са интерполирани и са зададени по границата на локалния модел (субмодела).

При моделирането с конвенционални черупкови елементи на глобалния модел и тримерни елементи на локалния, преместванията се свързват по формулата

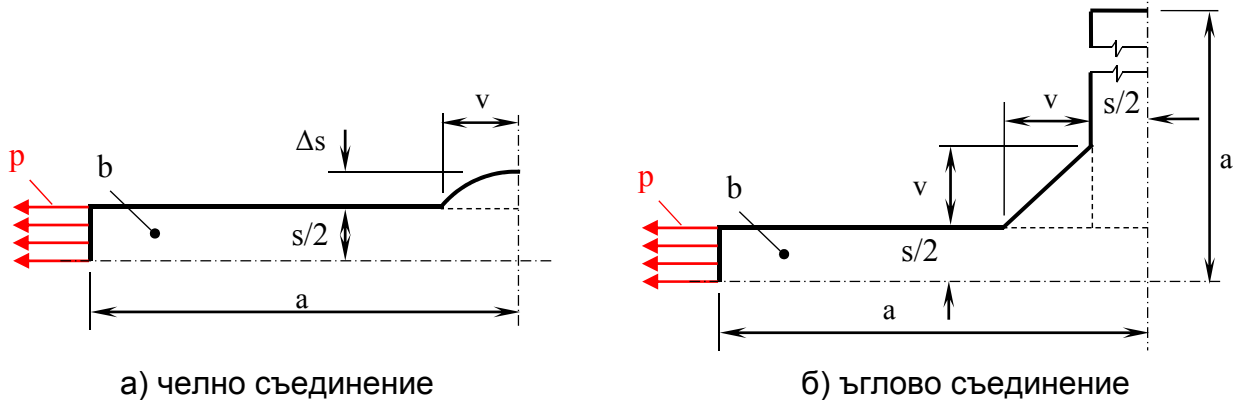
$$\mathbf{u}^A = \mathbf{u}^{AI} + \boldsymbol{\phi}^{AI} \times \mathbf{D}, \quad (7)$$

където  $\mathbf{u}^A$  е преместването в граничните възли на субмодела, а  $\mathbf{u}^{AI}$  и  $\boldsymbol{\phi}^{AI}$  са трансляциите и ротациите в черупковия елемент. Векторът  $\mathbf{D}$  е връзката:

$$\mathbf{D} = \mathbf{X}^A - \mathbf{X}^{AI}. \quad (8)$$

## 3. ЧИСЛЕНИ ЕКСПЕРИМЕНТИ

Създадени са модели на челно и ъглово заваръчни съединения, като са използвани тримерни, конвенционални черупкови и обемни черупкови крайни елементи, които в Абакус са означени съответно с C3D20R, S8R и SC8R [30]. Формата на съединенията е дадена на фиг. 2 а) и б), а размерите в таблица 1.



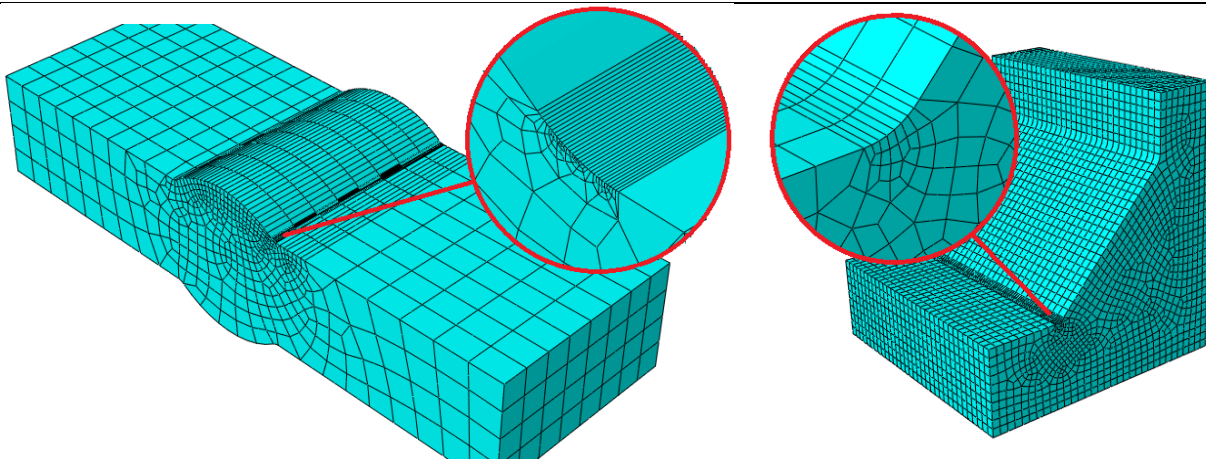
Фиг. 2. Геометрични размери на заваръчните съединения

Таблица 1. Размери на заваръчните съединения

Заваръчно съединение	a, mm	b, mm	s, mm	Δs, mm	v, mm
Челно	100	300	10	2	6
Ъглово	100	200	10	-	14,14

Заваръчните съединения са натоварени с разпределен товар  $p = 100 \text{ N/mm}^2$ . Прието е, че заваръчните шевове са реализирани с пълнен провар. Модулът на еластичност е 200 GPa, а коефициентът на Поасон – 0,27.

Приложена е техниката P1CP, като при моделиране на челното съединение са създавани субмодела с размери 60x20 mm и са дискретизирани с тримерни крайни елементи – фиг. 3 а), а субмоделът на ъгловото съединение е с размери 20x20x20 mm – фиг. 3 б).

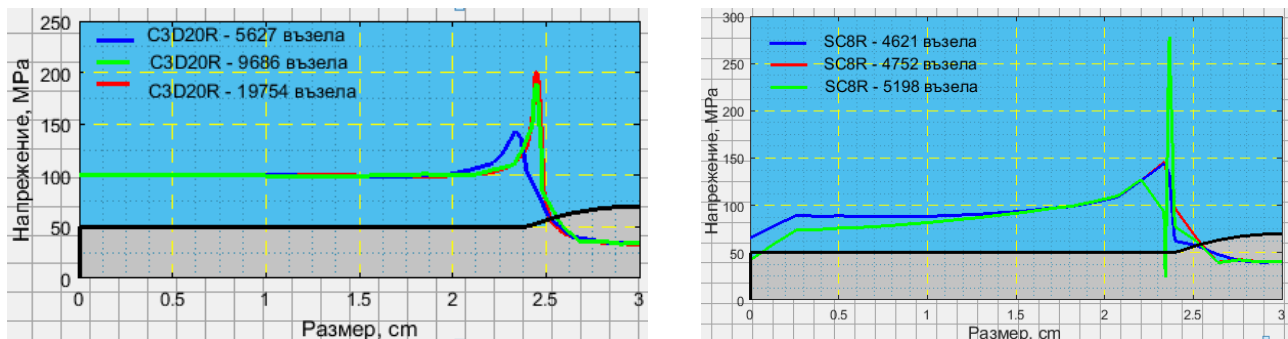


Фиг. 3. Дискретизация на субмоделите

а) челно съединение – 19754 възела б) ъглово съединение - 18754 възела

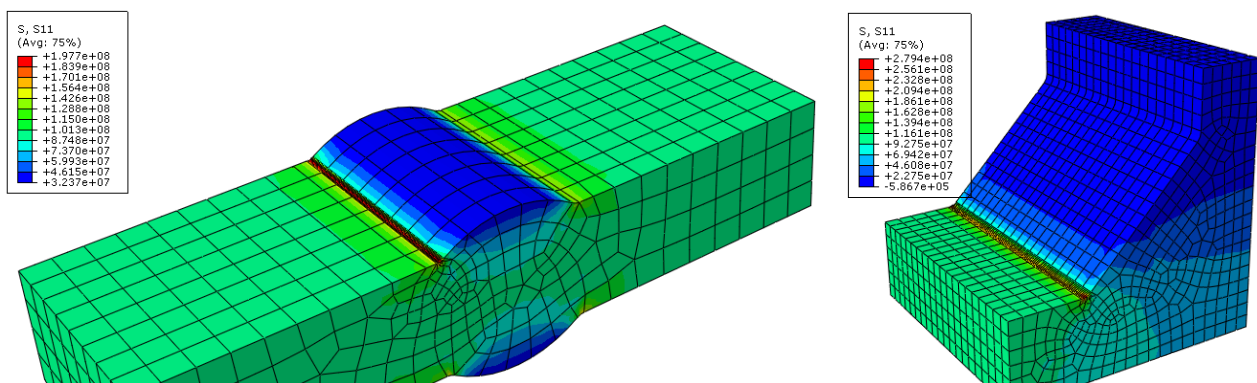
Моделирането на заваръчните съединения чрез конвенционалните черупкови елементи се извършва без да се създава заваръчния шев, при което в макромодела на челното съединение се получава хомогенно напрегнато състояние. Заваръчният шев се създава в етапа на субмоделиране, където се използват тримерни крайни елементи.

Използването на обемни черупкови елементи не позволява създаването на заваръчния шев при условие, че се приеме дебелината на елементите да съвпада с дебелината на заваряваните планки. Заваръчният шев се моделира в етапа на субмоделиране.



Фиг. 4. Нормално напрежение по надлъжната ос

а) глобален модел с тримерни к.е. б) глобален модел с обемни черупкови к.е.



Фиг. 5. Разпределение на нормалното напрежение

а) челно съединение – 9686 възела б) ъглово съединение - 29890 възела

Получени са резултати за разпределение на максималното нормално напрежение по надлъжната ос, при различни гъстоти на мрежата – фиг. 4. Използването на глобален и локален модел с тримерни елементи, за моделиране на челното съединение, води до сходимост на резултатите при дискретизиране с над 10 елемента по радиуса на закръгление в заваръчния шев - фиг. 5. а) (198 МПа при 9686 възела). Глобалният модел с конвенционални черупкови елементи и субмодела с тримерни крайни елементи, води до сходимост при 7393 възела – 204 МПа. Глобалният модел с обемни черупкови елементи и субмодел с тримерни елементи не дава сходимост на резултатите - фиг. 4. б).

За челно заварено съединение със същите размери, Николаев и колектив [31, стр. 69] получават максимално напрежение 125 МПа, а Радаж [32, стр. 223] - 189 МПа. За ъгловото съединение Радаж получава 245 МПа [32, стр. 231].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тримерните и конвенционалните черупкови елементи дават сходими решения при прилагането на техниката P1CP за челно и ъглово заваръчни съединения и резултатите получени чрез тях са близки до резултатите на други автори, използващи същата техника.

Използването на обемни черупкови крайни елементи не дава сходимост на резултатите при прилагане на техниката P1CP. Използването им е възможно, ако заваръчния шев и околошевната зона се дискретизират с тримерни крайни елементи, а останалата част от заваряваните детайли се дискретизира с обемни черупкови крайни елементи, тоест използват се смесени мрежи.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тимошенко С. История науки о сопротивлении материалов. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1957.
- [2] Fricke W. Assessment of WELD ROOT Fatigue of Fillet-welded Structures Based on Local Stresses. Steel Structures 6, 299-306, 2006.
- [3] Radaj D., P. Lazzarin, F. Berto. Fatigue assessment of welded joints under slit-parallel loading based on strain energy density or notch rounding. International Journal of Fatigue 31, 1490 - 1504, 2009.
- [4] Pedersen M., O. Mouritsen, M. Hansen, J. Andersen. Experience with the Notch Stress Approach for Fatigue Assessment of Welded Joints. Proceedings of Swedish Conference on Lightweight Optimised Welded Structures, Borlänge, Sweden, 2010.
- [5] Bruder T., K. Störzel, J. Baumgartner, H. Hanselka. Evaluation of nominal and local stress based approaches for the fatigue assessment of seam welds. International Journal of Fatigue, Volume 34, Issue 1, pp 86–102, 2012.
- [6] Коростылёв Л., Д. Литвиненко. Анализ и классификация методов оценки усталостной прочности сварных тонкостенных конструкций корпуса судна. Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова, № 3 (37), 104 - 118 2016.
- [7] Halaszi C., C. Gaier, H. Dannbauer, K. Hofwimmer. Fatigue Analysis of Welding Seams in Automotive Structures. Arabian Journal for Science and Engineering, Vol.31, No.2, p. 63-76, 2006.
- [8] Livieri P, Lazzarin P. Fatigue strength of steel and aluminium welded joints based on generalised stress intensity factors and local strain energy values. Int J Fract, 133:247–78, 2005.
- [9] Radaj D., C. Sonsino, W. Fricke. Recent developments in local concepts of fatigue assessment of welded joints. International Journal of Fatigue 31, 2-11, 2009.

- [10] Neuber H. Kerbspannungslehre, 2nd edn. Springer Verlag, Berlin, 1958.
- [11] Radaj D. On the issue of the stress concentration factors of cruciform joints. *Konstr.*, 19 (8) 328-330, 1967.
- [12] Radaj D. Notch stress analysis for fillet welds using the finite element method. *Schw. Schn.* 27 (3) 86-89, 1975.
- [13] Radaj D., G. Mohrmann. Notch effect of welded joints subjected to transverse loading. *Schw Schn* 36 (2) 57-63, 1984.
- [14] Radaj D. Gestaltung und Berechnung von Schweißkonstruktionen, Ermüdungsfestigkeit. Düsseldorf, Germany: DVS, 1985.
- [15] Olivier R., Koettgen V. Schweißverbindungen I - Schwingfestigkeitsnachweis für Schweissverbindungen auf der Grundlage örtlicher Beanspruchungen, Abschlussbericht, Forschungskuratorium Maschinenbau, 1989.
- [16] Sonsino C. Multiaxial fatigue of welded joints under inphase and out-of-phase local strains and stresses. *Int. J. Fatigue* Vol. 17, No. 1, pp. 55-70, 1995.
- [17] Hobbacher A. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. International Institute of Welding, IIW Document XIII-1965r14-03 / XV-1127r14-03.
- [18] Hirai I., B. Wang, W. Pilkey. An efficient zooming method for finite element analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, 1671-1683, 1984.
- [19] Cormier N., B. Smallwood, G. Sinclair, G. Meda. Aggressive Submodelling of Stress Concentrations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46, p. 889-909, 1999.
- [20] Fricke W. Round-Robin Study on Stress Analysis for the Effective Notch Stress Approach. *Welding in the World*, Volume 51, Issue 3, pp 68–79, 2007.
- [21] Zhang G., M. Eibl, S. Singh, O. Hahn, J. Kurzok. Methods of predicting the fatigue lives of laser beam welded lap welds under shear stresses. *Weld Cutt*, 1:96–103, 2002.
- [22] Fricke W., H. Paetzold, B. Zipfel. Fatigue Tests and Numerical Analyses of a Connection of Steel Sandwich Plates. *Welding in the World*, Volume 53, Issue 7, pp R151–R157, 2009.
- [23] Baumgartner J., T. Bruder, H. Nanselka. Fatigue strength of laser beam welded automotive components made of thin steel sheets considering size effects. *International Journal of Fatigue* 34, 65 - 75, 2012.
- [24] Baumgartner J., H. Schmidt, E. Ince, T. Melz, K. Dilger. Fatigue assessment of welded joints using stress averaging and critical distance approaches. *Welding in the World*, Volume 59, Issue 5, pp 731-742, 2015.
- [25] Morgenstern C., Sonsino C.M., Hobbacher A., Sorbo F. Fatigue design of aluminium welded joints by local stress concept with the fictitious notch radius of  $r_f = 1$  mm. *International Journal of Fatigue* 28, 881-890, 2006.
- [26] Kaltenböck M., H. Dannbauer, W. Hübsch, K. Puchner, S. Fischmeister. How to Assess BIW Structures from the Fatigue Point of View. 4-th ANSA &  $\mu$ ETA International Conference.
- [27] Schoenborn K. Fatigue Analysis of a Welded Assembly Using ANSYS Workbench Environment. 13 ANSYS Conference, 2006.
- [28] Baumgartner J., T. Bruder. An efficient meshing approach for the calculation of notch stresses. *Weld World*, 57, 137-145, 2013.

[29] C. A. Felippa, The SS8 solid shell element: a Fortran implementation, Center for Aerospace Structures Report CU-CAS-02-04, University of Colorado at Boulder, March 2002.

[30] ABAQUS. User's Manuals. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA.

[31] Николаев Г., С. Куркин, В. Винокуров. Сварные конструкции. Прочность сварных соединений и деформации конструкций. Москва, "Высшая школа", 1982.

[32] Radaj D. Design and analysis of fatigue resistant welded structures. Abington, Cambridge, England, 1990.

**За контакти:**

Гл. ас. д-р инж. Иво Драганов, Катедра "Техническа механика", Русенски университет "Ангел Кънчев", тел.: 082-888 224, e-mail: iivanov@uni-ruse.bg