

Свободно подпрени правоъгълни площи при произволен товар в единични тригонометрични редове

Лилия Б. Петрова

Simply supported rectangular plates with arbitrary load by single trigonometric series

Liliya B. Petrova

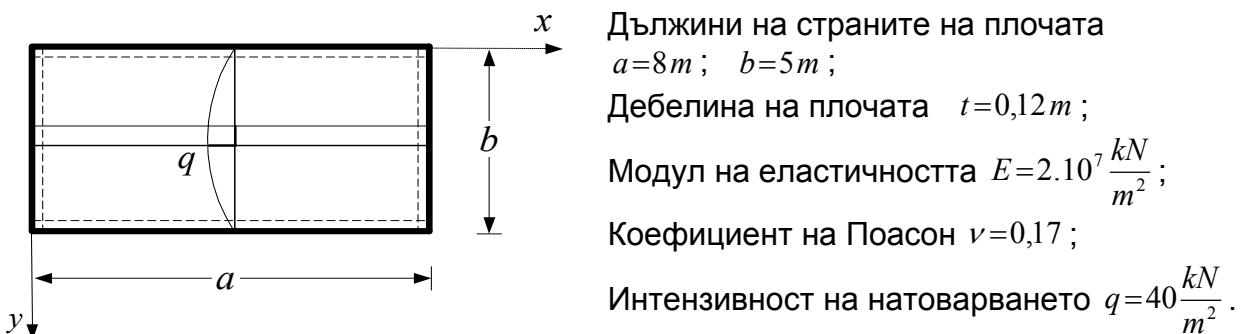
Abstract: With a method of single trigonometric series is investigated a rectangular plate simply supported in all of their ends with arbitrary distributed load. It constructs automated the diagrams of the normal displacement and of the forces in a plate. It is made a verification and analysis of the results obtained. The solutions is made with a compound program.

Keywords: simply supported rectangular plates, single trigonometric series, arbitrary distributed load

1. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПЛОЧАТА В ЕДИНИЧНИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИ РЕДОВЕ

Основните зависимости в теорията на плочите и на метода на единичните тригонометрични редове са известни. Цел на настоящата работа е определяне функциите на нормалното преместване и на усилията в свободно подпряна правоъгълна плоча при произволно разпределен товар, проверка и анализ на получените резултати.

Геометрията, подпирането и натоварването на плочата са показани на фиг.1.



Фиг.1

Координатна система xOy .

Аналитичен израз на функцията на външното натоварване

$$(1) \quad q(x,y)=\frac{4q}{b^2}y(b-y) \text{ за } 0 \leq x \leq a \text{ и } 0 \leq y \leq b.$$

Диференциално уравнение за равновесие на плоча с постоянна дебелина

$$(2) \quad \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{D}, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)},$$

където $w(x,y)$ - функция на вертикалните премествания на точките от средната равнина на плочата; $q(x,y)$ е функция на външното натоварване.

Изразите за усилията в плочата и положителните им посоки са известни.

Функция на нормалното преместване на точките от средната равнина на плочата

$$(3) \quad w(x,y)=\sum_m Y_m(y) \sin(\alpha_m x), \quad \alpha_m=\frac{m\pi}{a}, \quad (m=1,2,\dots\infty).$$

Развитие на външния товар върху площата в ред по $\sin - m$ коефициент

$$q(x,y) = \sum_m q_m(y) \sin(\alpha_m x), \quad \text{където}$$

$$(4) \quad q_m(y) = \frac{2}{a^2} \int_0^a q(x,y) \sin(\alpha_m x) dx \quad q_m(y) = \frac{8q}{b^2} y \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(\frac{1 - \cos(m\pi)}{m\pi} \right).$$

Обикновено нехомогенно диференциално уравнение относно функцията $Y_m(y)$

То се получава от условието $Y_m(y)$ да удовлетворява диференциалното уравнение за равновесие на площата

$$(5) \quad Y_m^{IV}(y) - 2\alpha_m^2 Y_m''(y) + \alpha_m^4 Y_m(y) = B_m(y), \quad B_m(y) = \frac{q_m(y)}{D}.$$

Общ интеграл на обикновеното диференциално уравнение за функцията $Y_m(y)$

$$(6) \quad Y_m(y) = A_m ch\alpha_m y + B_m sh\alpha_m y + C_m y ch\alpha_m y + D_m y sh\alpha_m y + \bar{Y}_m(y)$$

Производни на функцията $Y_m(y)$

$$Y_m^I(y) = A_m \alpha_m sh\alpha_m y + B_m \alpha_m ch\alpha_m y + C_m (ch\alpha_m y + \alpha_m y sh\alpha_m y) + D_m (sh\alpha_m y + \alpha_m y ch\alpha_m y) + \bar{Y}_m^I(y)$$

$$Y_m^{II}(y) = A_m \alpha_m^2 ch\alpha_m y + B_m \alpha_m^2 sh\alpha_m y + C_m \alpha_m (2sh\alpha_m y + \alpha_m y ch\alpha_m y) + D_m \alpha_m (2ch\alpha_m y + \alpha_m y sh\alpha_m y) + \bar{Y}_m^{II}(y)$$

$$Y_m^{III}(y) = A_m \alpha_m^3 sh\alpha_m y + B_m \alpha_m^3 ch\alpha_m y + C_m \alpha_m^2 (3ch\alpha_m y + \alpha_m y sh\alpha_m y) + D_m \alpha_m^2 (3sh\alpha_m y + \alpha_m y ch\alpha_m y) + \bar{Y}_m^{III}(y)$$

Частен интеграл $\bar{Y}_m(y)$

Частният интеграл на нехомогенното диференциално уравнение, съобразено с дясната му част, се търси във вид на квадратна функция. След заместване в (5) се получава

$$(7) \quad \bar{Y}_m(y) = -\frac{8}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^2} y^2 + \frac{8}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^4} y - \frac{32}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^6}$$

Изразите за производни на $\bar{Y}_m(y)=0$ имат вида

$$\bar{Y}_m^I(y) = -\frac{16}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^4} y + \frac{8}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^4}$$

$$\bar{Y}_m^{II}(y) = -\frac{16}{Db^2} \frac{q(1-\cos(m\pi))}{m\pi\alpha_m^4} \quad \bar{Y}_m^{III}(y) = 0 \quad \bar{Y}_m^{IV}(y) = 0,$$

Интеграционни константи A_m, B_m, C_m, D_m .

Определят се от граничните условия по краищата $y=0, y=b$ - свободно подпрени

$$(8) \quad \begin{array}{ll} w(x,0)=0 & Y_m(0)=0 \\ w(x,b)=0 & Y_m(b)=0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x,0)=0 & Y_m''(0)=0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x,b)=0 & Y_m''(b)=0 \end{array}$$

Уравненията за определяне на интеграционните константи се записват във вида

$$(9) \quad D(m) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_m^2 & 0 & 0 & 2\alpha_m \\ ch(\eta_m) & sh(\eta_m) & \frac{\eta_m}{\alpha_m} ch(\eta_m) & \frac{\eta_m}{\alpha_m} sh(\eta_m) \\ ch(\eta_m)\alpha_m^2 & sh(\eta_m)\alpha_m^2 & \alpha_m (2sh(\eta_m) + \eta_m ch(\eta_m)) & \alpha_m (2ch(\eta_m) + \eta_m sh(\eta_m)) \end{bmatrix} \quad V(m) = \begin{bmatrix} -\bar{Y}_m(0) \\ -\bar{Y}_m^{II}(0) \\ -\bar{Y}_m \left(\frac{\eta_m}{\alpha_m} \right) \\ -\bar{Y}_m^{II} \left(\frac{\eta_m}{\alpha_m} \right) \end{bmatrix}$$

След решението на получената система уравнения за интеграционните константи се получават следните изрази

$$(10) \quad \begin{aligned} A_m &= -\bar{Y}_m(0) \\ B_m &= \frac{1}{2} \frac{\eta_m + 2ch(\eta_m)sh(\eta_m)}{sh(\eta_m)^2} \bar{Y}_m(0) - \frac{1}{2} \frac{\eta_m}{\alpha_m^2 sh(\eta_m)^2} \bar{Y}'_m(0) - \frac{1}{2} \frac{2sh(\eta_m) + \eta_m ch(\eta_m)}{sh(\eta_m)^2} \bar{Y}_m\left(\frac{\eta_m}{\alpha_m}\right) + \frac{1}{2} \frac{\eta_m ch(\eta_m)}{\alpha_m^2 sh(\eta_m)^2} \bar{Y}'_m\left(\frac{\eta_m}{\alpha_m}\right), \\ C_m &= -\frac{1}{2} \frac{\alpha_m ch(\eta_m)}{sh(\eta_m)} \bar{Y}_m(0) + \frac{1}{2} \frac{ch(\eta_m)}{\alpha_m sh(\eta_m)} \bar{Y}'_m(0) + \frac{1}{2} \frac{\alpha_m}{sh(\eta_m)} \bar{Y}_m\left(\frac{\eta_m}{\alpha_m}\right) - \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha_m sh(\eta_m)} \bar{Y}'_m\left(\frac{\eta_m}{\alpha_m}\right), \\ D_m &= \frac{\alpha_m}{2} \bar{Y}_m(0) - \frac{1}{2\alpha_m} \bar{Y}'_m(0), \end{aligned}$$

където $\eta_m = \alpha_m b$.

Коефициенти на тригонометричния ред за усилия в плочата

$$(11) \quad \begin{aligned} M_{x_m}(y) &= \alpha_m^2 Y_m(y) + \nu Y_m''(y) & M_{y_m}(y) &= Y_m^{II}(y) - \nu \alpha_m^2 Y_m(y) & M_{xy_m}(y) &= \alpha_m^2 Y_m'(y), \\ Q_{x_m}(y) &= \alpha_m^2 (Y_m''(y) - \alpha_m^2 Y_m(y)) & Q_{y_m}(y) &= (Y_m'''(y) - \alpha_m^2 Y_m^2(y)), \\ Q_{x_m}^*(y) &= \alpha_m ((2-\nu) Y_m''(y) - \alpha_m^2 Y_m(y)) & Q_{y_m}^*(y) &= \alpha_m (Y_m'''(y) - (2-\nu) \alpha_m^2 Y_m'(y)), \\ r_{x_m}(y)_{x=0} &= \mp [\alpha_m (-\alpha_m^2 Y_m(y) + (2-\nu) Y_m''(y))]_{x=a} & r_{y_m}(y)_{y=0} &= \mp [\alpha_m (-\alpha_m^2 Y_m(y) + (2-\nu) Y_m''(y))]_{y=a}. \end{aligned}$$

Нормално преместване, усилия и реакции в плочата в точка с координати (x, y) за m на брой задържани членове в тригонометричния ред

$$(12) \quad w(x, y) = \sum_m Y_m(y) \sin(\alpha_m x) \quad S(x, y) = \sum_m S_m(y) \frac{\sin(\alpha_m x)}{\cos(\alpha_m x)} \quad r(x, y) = \sum_m r_m(y) \frac{\sin(\alpha_m x)}{\cos(\alpha_m x)} \quad (m=1, 2, \dots, \infty).$$

В изразите (12) $S(x, y)$, $r(x, y)$ е обобщено означение за усилие, реакция в плочата, $S_m(y)$, $r_m(y)$ са коефициентите на тригонометричните редове за същите усилия, реакции. Умножението с $\sin(\alpha_m x)$, $\cos(\alpha_m x)$ се съгласува с диференциалните зависимости на усилията в плочата.

2. ЧИСЛОВИ РЕЗУЛТАТИ

Изчисленията са извършени със съставена програма. Резултати от изчисленията при задържан брой членове $m=11$ са показани в табл. 1-5.

Табл. 1.

m	$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}$	$\theta_m = \alpha_m b$	$ch\theta_m$	$sh\theta_m$	$D A_m$	DB_m	DC_m	DD_m	$D \bar{Y}_m$
1	0.3927	1.9635	3.6323	3.4919	-2141.5616	1160.4804	-316.9779	420.4946	2141.5616
3	1.1781	5.8905	180.7919	180.7891	-8.8130	8.6216	-5.1627	5.1913	8.8130
5	1.9635	9.8175	9175.8459	9175.8458	-0.6853	0.6849	-0.6727	0.6728	0.6853
7	2.7489	13.7445	4.6571e5	4.6571e5	-0.1274	0.1274	-0.1751	0.1751	0.1274
9	3.5343	17.6715	2.3637e7	2.3637e7	-0.0363	0.0363	-0.0641	0.0641	0.0363
11	4.3197	21.5984	1.1997e9	1.1997e9	-0.0133	0.0133	-0.0287	0.0287	0.0133

Табл. 2.

m	$DY_m(y)$, $DY'_m(y)$, $DY''_m(y)$, $DY'''_m(y)$									
	$y=0$				$y=0.25b$				$y=0.5b$	
1	0.0000	138.7417	-5.6843e-14	-76.3682	153.1432	93.2944	-62.9614	-29.1441	213.6868	0.0000
3	0.0000	4.9944	-1.7764	-7.3988	4.9907	2.5790	-2.3607	0.4572	6.5349	2.8422e-14
5	0.0000	0.6720	0.0000	-2.5963	0.5522	0.1961	-0.2847	0.3135	0.6504	1.1369e-13
7	0.0000	0.1751	0.0000	-1.3234	0.1162	0.0249	-0.0534	0.1034	0.1262	-1.1369e-13
9	0.0000	0.0641	0.0000	-0.8006	0.0349	0.0042	-0.0121	0.0330	0.0362	-9.0949e-13
11	0.0000	0.0287	0.0000	-0.5359	0.0131	8.3042e-4	-0.0030	0.0107	0.0133	1.8190e-12

m	$M_{x_m}(y), M_{y_m}(y), M_{xy_m}(y)$								
	y=0			y=0,25b			y=0,5b		
1	-9.6634e-15	-5.6843e-14	54.4837	-34.3200	-66.9762	36.6366	-46.6039	-85.9004	0.0000
3	-0.0000	-1.7764e-15	5.8839	-7.3279	-3.5382	3.0383	-9.3892	-3.4208	3.3484e-14
5	0.0000	0.0000	1.3195	-2.1771	-0.6465	0.3850	-2.5236	-0.5220	2.2322e-13
7	0.0000	0.0000	0.4814	-0.8875	-0.2027	0.0686	-0.9552	-0.1690	-3.1251e-13
9	0.0000	0.0000	0.2265	-0.4375	-0.0861	0.0148	-0.4524	-0.0775	-3.2144e-12
11	0.0000	0.0000	0.1241	-0.2445	-0.0445	0.0036	-0.2481	-0.0422	7.8575e-12

m	$Q_{x_m}(y), Q_{y_m}(y)$						
	y=0			y=0,25b		y=0,5b	
1	-2.2322e-14	-97.7639		-33.9991	-43.5312	-44.4738	0.0000
3	-2.0927e-15	-14.3306		-10.9414	-3.1222	-12.8987	-9.6290e-14
5	0.0000	-5.1871		-4.7387	-0.4424	-5.1111	1.6449e-14
7	0.0000	-2.6468		-2.5615	-0.0851	-2.6413	-9.5992e-13
9	0.0000	-1.6011		-1.5818	-0.0193	-1.6007	4.0847e-12
11	0.0000	-1.0718		-1.0670	-0.0048	-1.0718	-9.2149e-11

m	$Q_{x_m}^*(y), Q_{y_m}^*(y)$						
	y=0			y=0,25b		y=0,5b	
1	-4.0850e-14	-115.5224		-54.5207	-55.4726	-70.6462	0.0000
3	-3.8297e-15	-20.0841		-13.2497	-6.0930	-14.7359	-1.2903e-13
5	0.0000	-7.3374		-5.2026	-1.0698	-5.2671	-3.4734e-13
7	0.0000	-3.7451		-2.6833	-0.2415	-2.6569	-2.4690e-13
9	0.0000	-2.2656		-1.6172	-0.0627	-1.6024	1.3514e-11
11	0.0000	-1.5166		-1.0778	-0.0177	-1.0720	-1.2032e-10

Табл. 3.

m	$Dw(x,y)$								
	x = 0			x=0,25a			x=0,5a		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	108.2886	151.0994	0.0000	153.1432	213.6868
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.5289	4.6209	0.0000	-4.9907	-6.5349
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.3904	-0.4599	0.0000	0.5522	0.6504
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0822	-0.0893	0.0000	-0.1162	-0.1262
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0247	0.0256	0.0000	0.0349	0.0362
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0092	0.0094	0.0000	-0.0131	-0.0133
\sum_m	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	111.3788	155.2061	0.0000	148.6102	207.6990

Табл. 4.

m	$M_x(x,y)$								
	x=0			x=0,25a			x=0,5a		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	-9.6634e-15	0.0000	0.0000	6.8330e-15	24.2679	32.9539	9.6634e-15	34.3200	46.6039
3	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.1816	6.6392	-0.0000	-7.3279	-9.3892
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.5395	-1.7845	0.0000	2.1771	2.5236
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.6275	-0.6754	0.0000	-0.8875	-0.9552
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3094	0.3199	0.0000	0.4375	0.4524
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1729	0.1754	0.0000	-0.2445	-0.2481
\sum_m	0.0000	0.0000	0.0000	7.0466e-15	27.7648	37.6286	5.5067e-14	63.9234	82.8678

m	$M_y(x,y)$		
	x=0		x=0,25a
			x=0,5a

PROCEEDINGS OF UNIVERSITY OF RUSE - 2016, volume 55, book 2
НАУЧНИ ТРУДОВЕ НА РУСЕНСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ - 2016, том 55, серия 2

	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	0.0000	0.0000	0.0000	4.0194e-14	47.3593	60.7407	5.6843e-14	66.9762	85.9004
3	0.0000	0.0000	0.0000	1.2561e-15	2.5019	2.4188	-1.7764e-15	-3.5382	-3.4208
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.4572	-0.3691	0.0000	0.6465	0.5220
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1434	-0.1195	0.0000	-0.2027	-0.1690
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0609	0.0548	0.0000	0.0861	0.0775
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0315	0.0299	0.0000	-0.0445	-0.0422
\sum_m	0.0000	0.0000	0.0000	4.1450e-14	49.3530	62.7556	5.5067e-14	63.9234	82.8678

m	$M_{xy}(x,y)$								
	$x=0$			$x=0,25a$			$x=0,5a$		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	-45.2215	-30.4084	0.0000	-31.9764	-21.5020	0.0000	-2.7689e-15	-1.8619e-15	0.0000
3	-4.8837	-2.5218	-2.7791e-14	3.4533	1.7832	1.9651e-14	0.0000	0.0000	0.0000
5	-1.0952	-0.3195	-1.8528e-13	0.7744	0.2259	1.3101e-13	-0.0000	-0.0000	-0.0000
7	-0.3996	-0.0569	2.5939e-13	-0.2825	-0.0402	1.8341e-13	0.0000	0.0000	-0.0000
9	-0.1880	-0.0123	2.6680e-12	-0.1329	-0.0087	1.8865e-12	-0.0000	-0.0000	0.0000
11	-0.1030	-0.0030	-6.5217e-12	0.0728	0.0021	4.6115e-12	0.0000	0.0000	0.0000
\sum_m	-51.8909	-33.3219	-3.8074e-12	-28.0914	-19.5397	6.8322e-12	-1.8872e-15	-1.4716e-15	0.0000

m	$Q_x(x,y)$								
	$x=0$			$x=0,25a$			$x=0,5a$		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	2.2322e-14	33.9991	44.4738	1.5784e-14	24.0410	31.4477	0.0000	2.0818e-15	2.7231e-15
3	2.0927e-15	10.9414	12.8987	-1.4798e-15	-7.7367	-9.1207	-0.0000	-2.0098e-15	-2.3694e-15
5	0.0000	4.7387	5.1111	0.0000	-3.3507	-3.6141	0.0000	1.4508e-15	1.5648e-15
7	0.0000	2.5615	2.6413	0.0000	1.8112	1.8677	0.0000	-1.0979e-15	-1.1321e-15
9	0.0000	1.5818	1.6007	0.0000	1.1185	1.1318	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	1.0670	1.0718	0.0000	-0.7545	-0.7579	0.0000	-2.6140e-15	-2.6258e-15
\sum_m	2.4415e-14	54.8894	67.7972	1.4305e-14	15.1288	20.9545	0.0000	-1.3175e-15	-0.0000

m	$Q_y(x,y)$								
	$x=0$			$x=0,25a$			$x=0,5a$		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	0.0000	0.0000	0.0000	69.1296	30.7812	0.0000	97.7639	43.5312	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	10.1333	2.2077	6.8088e-14	-14.3306	-3.1222	-9.6290e-14
5	0.0000	0.0000	0.0000	-3.6678	-0.3128	1.1631e-14	5.1871	0.4424	-1.6449e-14
7	0.0000	0.0000	0.0000	-1.8715	-0.0602	-6.7877e-13	-2.6468	-0.0851	-9.5992e-13
9	0.0000	0.0000	0.0000	1.1322	0.0137	-2.8883e-12	1.6011	0.0193	-4.0847e-12
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.7579	0.0034	6.5160e-11	-1.0718	-0.0048	-9.2149e-11
\sum_m	0.0000	0.0000	0.0000	75.6135	32.6330	6.1672e-11	86.5029	40.7808	-9.7307e-11

m	$Q_x^*(x,y)$								
	$x=0$			$x=0,25a$			$x=0,5a$		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	2.2322e-14	33.9991	44.4738	1.5784e-14	24.0410	31.4477	0.0000	2.0818e-15	2.7231e-15
3	2.0927e-15	10.9414	12.8987	-1.4798e-15	-7.7367	-9.1207	-0.0000	-2.0098e-15	-2.3694e-15
5	0.0000	4.7387	5.1111	0.0000	-3.3507	-3.6141	0.0000	1.4508e-15	1.5648e-15
7	0.0000	2.5615	2.6413	0.0000	1.8112	1.8677	0.0000	-1.0979e-15	-1.1321e-15
9	0.0000	1.5818	1.6007	0.0000	1.1185	1.1318	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	1.0670	1.0718	0.0000	-0.7545	-0.7579	0.0000	-2.6140e-15	-2.6258e-15
\sum_m	4.4680e-14	78.3514	95.9804	2.6177e-14	27.7831	38.0640	0.0000	0.0000	0.0000

m	$Q_y^*(x,y)$		
	$x=0$	$x=0,25a$	$x=0,5a$

PROCEEDINGS OF UNIVERSITY OF RUSE - 2016, volume 55, book 2
НАУЧНИ ТРУДОВЕ НА РУСЕНСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ - 2016, том 55, серия 2

	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	0.0000	0.0000	0.0000	81.6867	39.2250	0.0000	115.5224	55.4726	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000	14.2016	4.3084	9.1239e-14	-20.0841	-6.0930	-1.2903e-13
5	0.0000	0.0000	0.0000	-5.1883	-0.7565	-2.4561e-13	7.3374	1.0698	3.4734e-13
7	0.0000	0.0000	0.0000	-2.6482	-0.1708	-1.7458e-13	-3.7451	-0.2415	-2.4690e-13
9	0.0000	0.0000	0.0000	1.6020	0.0443	-9.5559e-12	2.2656	0.0627	-1.3514e-11
11	0.0000	0.0000	0.0000	1.0724	0.0125	8.5080e-11	-1.5166	-0.0177	-1.2032e-10
\sum_m	0.0000	0.0000	0.0000	90.7262	42.6631	7.5195e-11	99.7796	50.2528	-1.3386e-10

Табл. 5.

m	$r_x(x,y)$					
	$x=0$			$x=a$		
	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$	$y=0$	$y=\frac{b}{4}$	$y=\frac{b}{2}$
1	4.0850e-14	54.5207	70.6462	4.0850e-14	54.5207	70.6462
3	3.8297e-15	13.2497	14.7359	3.8297e-15	13.2497	14.7359
5	0.0000	5.2026	5.2671	0.0000	5.2026	5.2671
7	0.0000	2.6833	2.6569	0.0000	2.6833	2.6569
9	0.0000	1.6172	1.6024	0.0000	1.6172	1.6024
11	0.0000	1.0778	1.0720	0.0000	1.0778	1.0720
\sum_m	4.4680e-14	78.3514	95.9804	4.4680e-14	78.3514	95.9804

m	$r_y(x,y)$					
	$x=0$		$x=0.25a$		$x=0.5a$	
	$y=0$	$y=b$	$y=0$	$y=b$	$y=0$	$y=b$
1	0.0000	0.0000	81.6867	-81.6867	-115.5224	115.5224
3	0.0000	0.0000	14.2016	-14.2016	20.0841	-20.0841
5	0.0000	0.0000	-5.1883	5.1883	-7.3374	7.3374
7	0.0000	0.0000	-2.6482	2.6482	3.7451	-3.7451
9	0.0000	0.0000	1.6020	-1.6020	-2.2656	2.2656
11	0.0000	0.0000	1.0724	-1.0724	1.5166	-1.5166
\sum_m	0.0000	0.0000	-90.7262	90.7262	-99.7796	99.7796

Изчисленията продължават, докато разликата между първата и последната ненулева стойност на преместването, усилието стане достатъчно малка.

За проверка се записват условия за равновесие за плочата или за части от нея.

Поради симетрията на подпирането и натоварването, резултати за преместванията и усилията са записани само за част от плочата.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Товарът върху плочата може да бъде с произволно разпределение.

Сравнения на получените резултати с извършени от други решения доказват вярност на изчисленията.

Сравнение на усилията в плочата със съответна греда - ивица, подпряна и натоварена по същия начин като плочата, показва добро съвпадение.

Точността и сходимостта на резултатите за преместванията и усилията се обуславя от броя на задържаните членове в тригонометричните редове и гъстотата на дискретизациянна мрежа в направленията на плочата, в която се определят преместванията и усилията.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Върбанов Хр., А. Тепавичаров, Т. Ганев, Теория на еластичността и пластичността, Техника, София, 1992.
- [2]. Ц. Кръстев, Т. Карамански и др., Ръководство за решаване на задачи по теория на еластичността, устойчивост и динамика на еластичните системи, Техника, София, 1974.

- [3]. Тимошенко С. П., С. Войновский-Кригер, Пластиинки и оболочки, Москва, 1966.
- [4]. Szilard R, Theory and Analysis of Plates, Classical and Numerical Method, Prentice-Hall, New Jersry, 1976.
- [5]. Вайнберг D.B., Е.Д. Вайнберг, Расчет пластин, Будивельник, Киев, 1970.

За контакти:

Лилия Петрова, Доц. д-р инж. мат., Е-mail: lbphr@abv.bg

Кат. "Механика", ВТУ „Т. Каблешков”, 158 Гео Милев, София, 1574, България