

MATHEMATICAL EXPLAINING AND SCHEMATIC REALIZATION OF APPROXIMATION OF TRIANGLE TO SINE WAVE³

Assist. Snezhinka Zaharieva, PhD

Department of Electronics,
 Technical University of Ruse "Angel KancheV", Bulgaria
 Tel.: 082 888 382
 E-mail: szaharieva@uni-ruse.bg

Master of Engineering Dimitar Yordanov

Department of Electronics,
 Technical University of Ruse "Angel KancheV", Bulgaria
 Tel.: 0888058255
 E-mail: yordanov_93@abv.bg

Assoc. Prof. Svilen Hristov Stoyanov, PhD

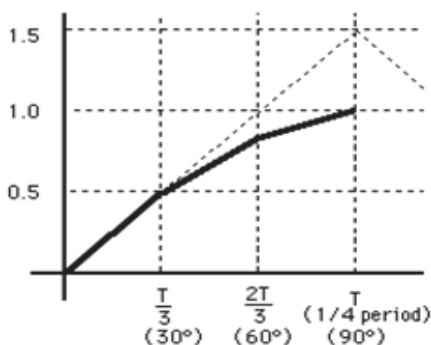
Dobrudza Technological College, Dobrich
 Technical University Varna
 Phone: 058 602 712
 E-mail: svilen.stoyanov@tu-varna.bg

Abstract: In the practical exercise with the students usually is used variety of waveform, sine is one of them. The simplicity of schematic is the main purpose, so that we can use one signal to get two, for example to transform triangle wave to sine. There are many methods to transform triangle to sine wave, one of them is piecewise approximation. The aim of the report is to show mathematical explanation and practical realization of that method.

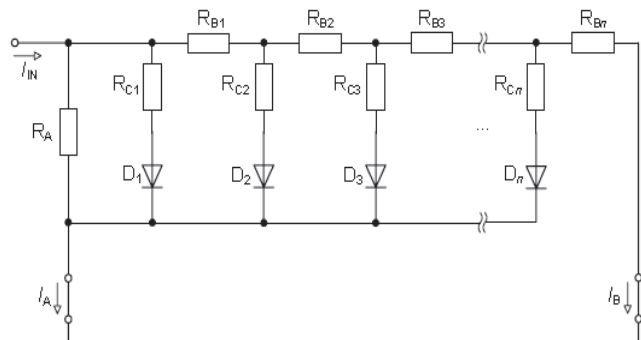
Keywords: approximation of triangle to sine wave.

ВЪВЕДЕНИЕ

Преобразуването на триъгълен сигнал в синусоидален в някои случаи може много да улесни схемното решение, като не е необходимо да се изгражда нова схема за реализация на конкретния генератор, а може да се преобразува съществуващ сигнал, в случая триъгълен в синусоидален. Един от методите за преобразуване на триъгълен сигнал в синусоидален е чрез частична линейна апроксимация, като на фиг.1 е показана графика илюстрираща процеса [3].



Фиг.1 Частичната линейна апроксимация



Фиг.2 Принципна електрическа схема на диодна матрица

³ Докладът е представен на сесия на секция „Електротехника, електроника и автоматика“ на 27 октомври 2017 с оригинално заглавие на български език: ПРИЛАГАНЕ НА АКТИВНИ МЕТОДИ ЗА СЕИЗМИЧНА ЗАЩИТА

Точността на този вид апроксимация се определя от бройката на използваните отсечки. Математически този процес се описва с ред на Фурие и в зависимост от броя на членовете се определя точно до колко синусоидата се доближава до оригиналния триъгълен сигнал.

Схематично метода се изразява чрез използване на така наречена диодна матрица, чиято принципна схема е показана на фиг.2 [2].

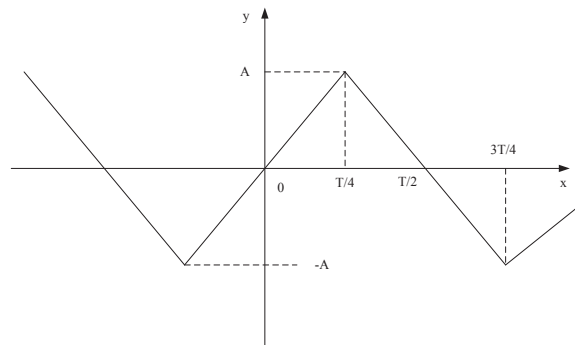
Всеки един диод създава точка на пречупване, като в зависимост от това колко точна трябва да е синусоидата се определя и броя на диодите. Диодната формираща схема става по-практична, когато съпротивленията са оразмерени към по-удобни стандартни стойности, и когато веригата на делителя на напрежение замества захранващия източник.

Когато съпротивленията във веригата са подходящо оразмерени диодите могат да се разглеждат в идеализиран модел, а веригата на делителя на напрежение да се използва като източник на точно напрежение. Съпротивленията в делителя на напрежение трябва да бъдат достатъчно малки, за да могат да се съпоставят със съпротивлението на диодните клонове, с оглед намаляване на тяхното взаимодействие [1].

ИЗЛОЖЕНИЕ

Математическа обосновка на апроксимация на триъгълен сигнал в синусоида

На фиг.3 е представена графика на триъгълния сигнал, който ще се разлага [3].



Фиг.3 Триъгълен сигнал

Математическата обосновка на процеса на апроксимация се заключава в разлагане в ред на Фурие:

$$f(x) = y = \begin{cases} \frac{4A}{T}x & x \in [0, T/4] \\ -\frac{4T}{T}x + 2A & x \in [T/4; 3T/4] \\ \frac{4A}{T}x - 4A & x \in [3T/4; T] \end{cases} \quad (1)$$

където: y е периодична функция $\Rightarrow y$ е нечетна.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi nx}{T} + b_n \sin \frac{2\pi nx}{T} \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) dx \quad (3)$$

Косинусовите съставляващи се пресмятат с израза:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos \frac{2\pi nx}{T} dx \quad (4)$$

Синусовите съставляващи се пресмятат с израза:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2\pi nx}{T} dx \quad (5)$$

От това, че $f(x)$ е нечетна следва, че $a_n = 0$

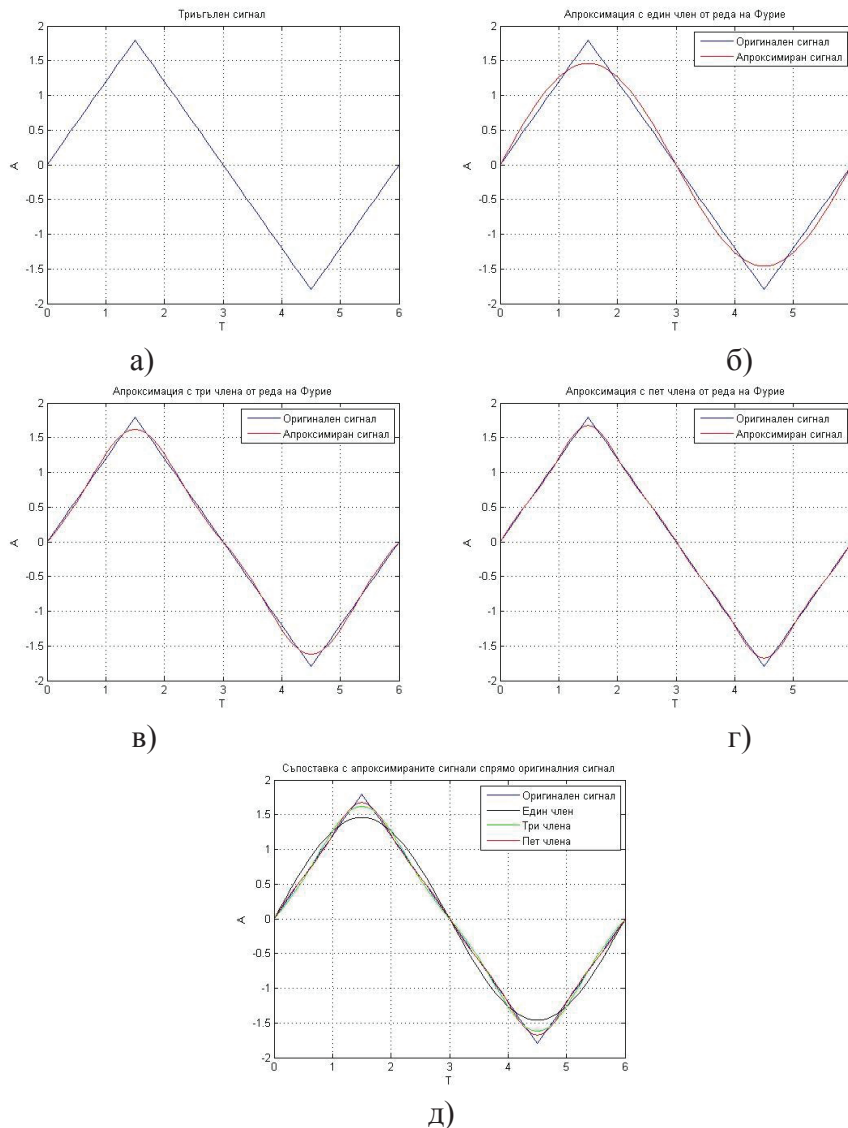
Изчисляване на коефициентите на реда на Фурие:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2\pi nx}{T} dx = \frac{2}{T} \left[\int_0^{T/4} \frac{4A}{T} x \sin \frac{2\pi nx}{T} dx + \int_{T/4}^{3T/4} \left(-\frac{4A}{T} x + 2A \right) \sin \frac{2\pi nx}{T} dx + \int_{3T/4}^T \left(\frac{4A}{T} x - 4A \right) \sin \frac{2\pi nx}{T} dx \right] = \frac{4A}{\pi^2 n^2} \left(\frac{\sin 2\pi n}{2} + \frac{\sin \pi n}{2} - \frac{\sin 3\pi n}{2} \right) \quad (6)$$

където: n е номер в реда на Фурие.

$$f(x) = \frac{8A}{\pi^2} \sin \frac{2\pi x}{T} - \frac{8A}{\pi^2 3^2} \sin \frac{2\pi 3x}{T} + \frac{8A}{\pi^2 5^2} \sin \frac{2\pi 5x}{T} - \frac{8A}{\pi^2 7^2} \sin \frac{2\pi 7x}{T} + \dots = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \sin \frac{2(2n-1)x}{T} \quad (7)$$

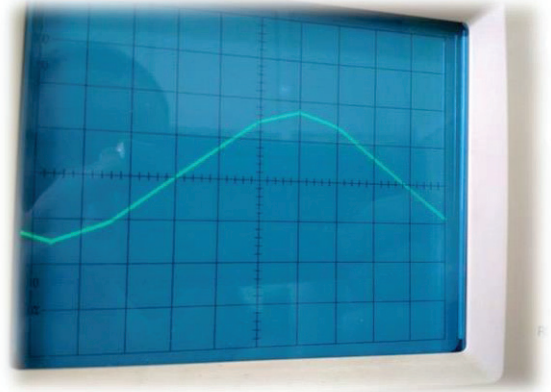
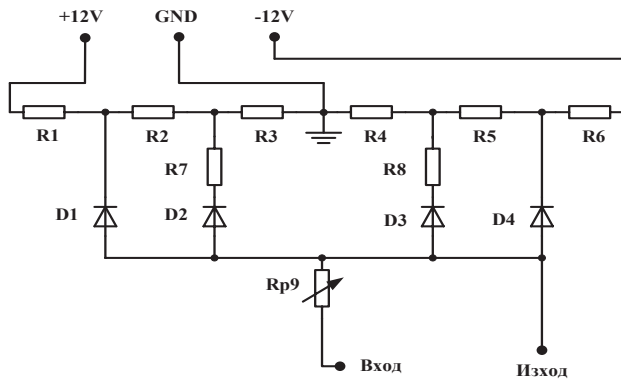
Поради факта че функцията е нечетна и с получените резултати от решаването на интеграла се оказва, че тя се описва само с нечетни членове. В конкретния случай са пресметнати и в последствие построени графики с един, три и пет члена на Фурие в програмна среда Matlab (фиг. 4 а), б), в), г) и д). Номерацията е такава, защото конкретните членове отговарят на математическата подредба в реда на Фурие [5].



Фиг.4 Графики на броя на членовете върху апроксимацията на триъгълния сигнал

Схемотехническа реализация и практически резултати на апроксимация на триъгълен сигнал в синусоида.

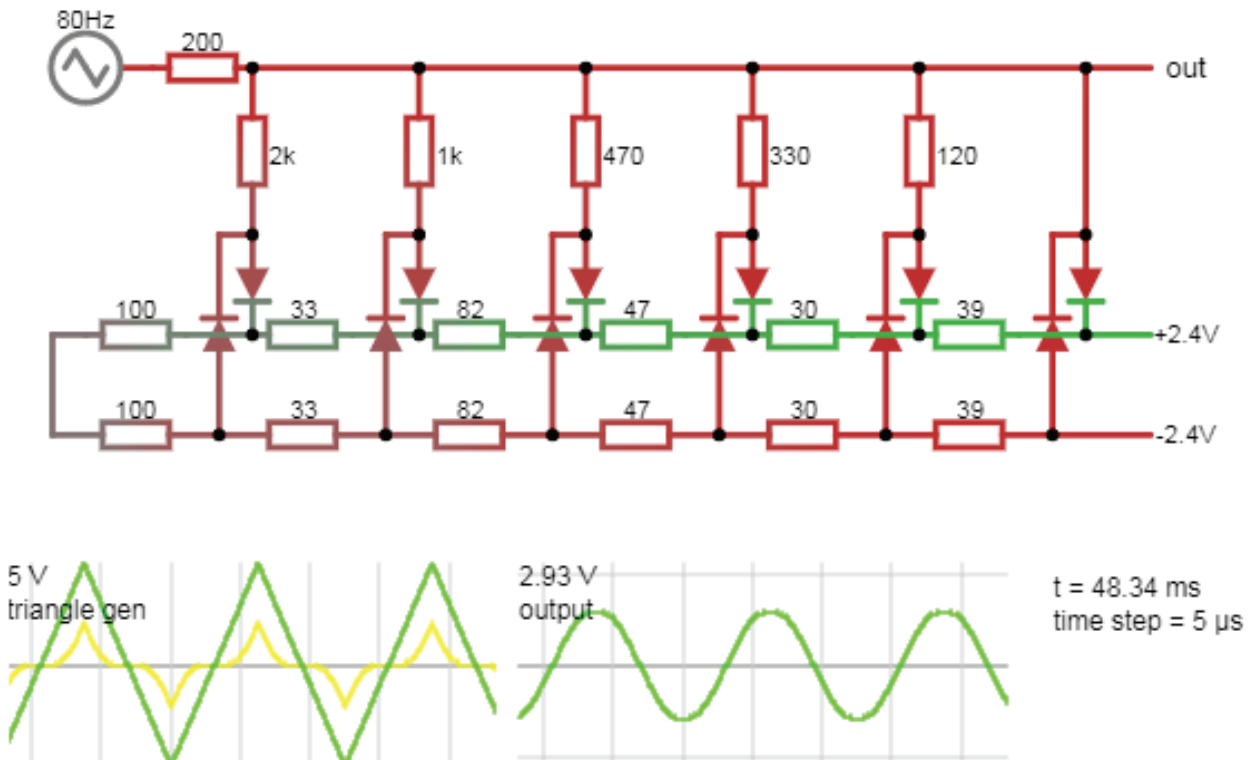
Практически е реализирана схемата показана на фиг.4. Чрез потенциометъра Rp9 се определя до каква степен да бъде апроксимиран сигнала в определени граници, като на фиг.6 е показан фотос на апроксимирания синусоидален сигнал.



Фиг.5 Принципна електрическа схема на диодната матрица и експериментално получена апроксимирана синусоида

При сравнение между симулираната в програмна среда Matlab апроксимация и експериментално получената синусоида, може да се заключи, че фиг.3б се доближава най-много до практически получения резултат от фиг. 6.

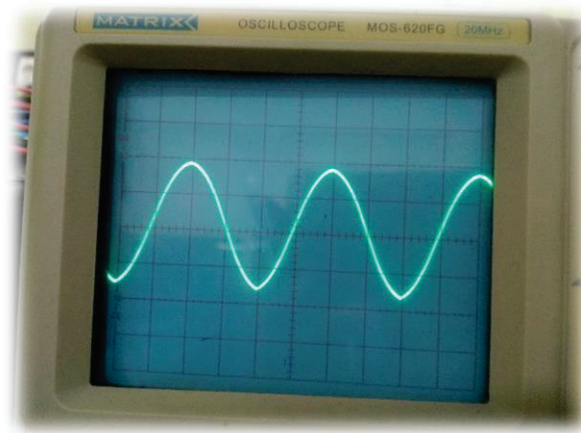
На фиг. 6 е показана симулация в онлайн програмна среда на диодна матрица с дванадесет диода [6].



Фиг. 6 Симулация в онлайн програмна среда

На база направените симулационен анализ в програмна среда Matlab и разработената практически диодна матрица с 12 диода (фиг. 7), може да се констатира, че се получава

близка до идеалната синусоида, което отговаря на апроксимацията с пет члена от реда на Фурие.



Фиг. 7. Практически получена идеална синусоида с диодна матрица

Разработена е и диодна матрица по схемата от фиг. 6, като са използвани дванадесет диода тип Шотки. Получава се същата синусоида, но за разлика от фиг. 7 захранващото напрежение е по-ниско и диодите се отпушват по-бързо.

Заклучение

Метода на линейна частична апроксимация има няколко предимства като: проста схематехническа реализация (елементи с ниска себестойност, като диоди и резистори), прицезно настройване на апроксимацията, чрез различен брой използвани диоди в схемата и потенциометър в изхода.

Разработени са три диодни матрици, като от получените резултати става ясно, че колкото повече са резисторно-диодните клетки, толкова по-прецизна синусоида се получава.

Разгледаният метод може да бъде използван за нуждите на дисциплината: „Измервания в електрониката“, към катедра: „Електроника“.

Целта е студентите да се запознаят с конкретния метод и да оценят неговите предимства и недостатъци спрямо други методи за получаване на синусоидален сигнал от триъгълник.

ЛИТЕРАТУРА

Gigov Hr. (2010). *Measurements in electronics*, Varna.

Dimitrov V., Pseuderski, St. (2000). *Measurements in electronics*, University of Ruse, Ruse.

Osikovski B., I. Evstatiev, Y. Neikov, (2002). *Signals and systems*, University of Ruse

URL: <http://www.electronics.dit.ie> (Accessed on 19.03.2017).

Signals and systems using Matlab –

URL: http://web.itu.edu.tr/hulyayalcin/Signal_Processing_Books/2011_Chapparro_Signals_and_Systems_with_Matlab.pdf (Accessed on 01.03.2017).

<http://www.falstad.com/circuit/e-sinediode.html> (Accessed on 10.04.2017).

Изследванията са подкрепени по договор на Русенски университет "Ангел Кънчев" с № BG05M2OP001-2.009-0011-C01, „Подкрепа за развитието на човешките ресурси в областта на научните изследвания и иновации в Русенски университет "Ангел Кънчев", финансиран по Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж“ 2014-2020”, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз“.