

FRI-1.417-1-MEMBT-05

MODELS FOR INVESTIGATING NONLINEARITY ERRORS OF STATIC CHARACTERISTICS⁵

Prof. Dimitar Dichev, DSc

Department of Mechanical and Precision Engineering,
Technical University of Gabrovo, Bulgaria
Phone: 066 827 360
E-mail: dichevd@abv.bg

Assist. Prof. Fotini Kogia

Technological Education Institute of Eastern Macedonia and Thrace, Kavala, Greece
Phone: 066 827 360
E-mail: fkogia@yahoo.gr

Assoc. Prof. Hristo Hristov, PhD

Department of Power Engineering,
Technical University of Gabrovo, Bulgaria
Phone: 066 827 222
E-mail: hristo_n_hristov@abv.bg

Chief Assist. Prof. Tsanko Karadzhov, Ph.D.

Department of Mechanical and Precision Engineering,
Technical University of Gabrovo, Bulgaria
Phone: 066 827 360
E-mail: karadjov_st@abv.bg

***Abstract:** The paper views the static characteristic properties which influence the measurement result. The terms "measuring instrument error" and "nonlinearity error of the static characteristic" are considered in terms of the logical sequence of operations used within the measurement procedures. In addition, the methods for investigating the nonlinearity error and those for experimentally determining the true static characteristic of a "Parr 6400" calorimeter are presented. The analysis of the experimentally obtained results is based on the five models been developed to investigate the static characteristic.*

***Keywords:** metrology, static characteristic, nonlinearity error, metrological characteristics, investigating models.*

ВЪВЕДЕНИЕ

При извършване на текущите метрологични дейности е особено важно да се знае степента на съответствие на получаваната информация за измерваната величина, съдържаща се в показанията на измервателните средства, и нейната истинска стойност. С тази цел за всяко измервателно средство се въвеждат определени метрологични характеристики.

Чрез метрологичните характеристики на измервателните средства могат да се решават някои от следните задачи:

- да се определят резултатите от измерване и да се оценява инструменталната съставляваща на грешката при измерване в реални условия на работа на измервателните средства;
- да се извършва оптимален избор на измервателно средство, осигуряващо необходимото качество на измерване за зададените експлоатационни условия;

⁵ Докладът е представен в секция Механика и машиностроителни технологии на 26 октомври 2018 с оригинално заглавие на български език: МОДЕЛИ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА ГРЕШКАТА ОТ НЕЛИНЕЙНОСТ НА СТАТИЧНАТА ХАРАКТЕРИСТИКА

- да се сравняват различни видове измервателни средства в зависимост от условията на приложение.

Съществуват множество метрологични характеристики, а конкретното приложение на всяка една от тях се определя от: условията на метрологичната задача (точност на измерване, времетраене на измервателния процес и др.); експлоатационните условия; вида на измервателните средства; характеристиките на измервания обект и др.

Едно от тези метрологични свойства, имащо важно значение в измервателната теория и практика, е статичната характеристика на средствата за измерване. Тази характеристика оказва основно влияние при формирането на резултата от измерване, защото може да бъде разглеждана като изходна величина, фокусираща в себе си резултатите от повечето действителни свойства на измервателните уреди, включително и точностните характеристики (Baptishev, D., 1998). Ето защо статичната характеристика има съществено значение както за етапа на проектиране на измервателните средства, така и за етапа на тяхната експлоатация.

В съвременните измервателни средства грешката от нелинейност на статичната характеристика се отстранява обикновено в цифровата част на уреда, където се реализира съответстващият алгоритъм за изчисляване на резултата от измерване (Dichev, D., F. Kogia, & H. Koev, 2016). Затова като основно условие в настоящата работа се разглежда не толкова изискването за линейност на статичната характеристика в апаратната част на уреда, колкото нейната стабилност, т.е. неизменността на тази характеристика в променящите се условия на реалното му използване.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Характеристика на грешката от нелинейност

Във връзка с прецизността на настоящото изследване и свързаната с това логическа организация на операциите, използвани при разработването на методиката и структурната схема на измерване, е необходимо да бъдат дефинирани ясно понятията грешка на измервателно средство и грешка от нелинейност на статичната характеристика. Според (VIM, 2008) грешката на измерване е измерената стойност на величината минус референтната стойност на величината. Грешката от нелинейност представлява разликата между действителната статична характеристика и номиналната функция, която обикновено има линейна зависимост. Номиналната функция обаче не винаги в етапите на експлоатация на измервателното средство се състои от стойности, които в точките на контрол съвпадат със съответните референтни стойности на величината. Така например построяването на номиналната статична характеристика по методите на най-малките квадрати и най-малките модули се основават на текущите данни, получени от действителната статична характеристика, които в зависимост от метода ще дефинират характеристика, различаваща се в една или друга степен от референтната. От тази гледна точка наименованието "грешка" от нелинейност на статичната характеристика не е достатъчно прецизно. Разгледано в този аспект, за по-точно дефиниране на тази величина може да се счита наименованието "отклонение". От друга страна обаче разликите между действителната статична характеристика и съответстващите стойности на референтен елемент (или на референтни елементи) могат да бъдат определени във всяка точка от измервателната скала. Тогава наименованието "грешка", установено въз основа на разликите между получената чрез интерполиране в съответните точки действителна статична характеристика и референтната, е напълно коректно. Разглеждайки по-детайлно понятието грешка в този случай можем да се изведем твърдението, че правилната дефиниционна форма е "грешка на измерване в точка на контрол". В (VIM, 2008) последното понятие се дефинира като "грешка на измерване при определена измерена стойност на величина за средство за измерване или измервателна система".

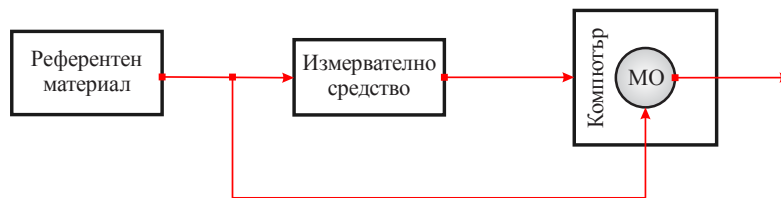
Оценката на измерваната величина в последователните точки на контрол е точкова, защото тя се представя чрез едно число. Задачата за определяне на точковите оценки е частен

случай на статистическата задача за намиране на параметрите, характеризиращи положението и разсейването на случайните величини въз основа на извадки (Dichev, D. и др. 2014).

Тъй като целите и задачите в настоящата работа са свързани с понятието грешка (грешка на измерване в точка на контрол) е необходимо измерваната величина по своята физическа същност да представлява референтен елемент. Съгласно характеристиките на изследваното измервателно средство и измерваната величина в този случай, референтният елемент е необходимо да бъде от вида "референтен материал". Последният, според (VIM, 2008), е материал, който е достатъчно хомогенен и стабилен по отношение на определени свойства и е създаден да бъде подходящ за предвиденото използване в измерване или изследване на номинални свойства.

Методика за провеждане на експерименталните изследвания и резултати от статистическата обработка на данните

Методиката за експерименталните изследвания се изпълнява в съответствие със структурната схема от фиг.1, а конкретната експериментална работа е извършена в лаборатория "Физика" на Института по технологии в град Кавала, Гърция. Изследваното измервателно средство е калориметър "Pan 6400" (Karakoulidis, K. и др. 2016).



Фиг.1. Структурна схема от затворен тип

Изходният параметър (стойността, получена в резултат на измерване) за изследваното измервателно средство е енергийният капацитет на измерваното вещество с маса m_s . Тъй като енергийният капацитет на измерваното вещество е в пряка зависимост с изменението на температурата на водата в калориметъра T_{Δ} , която се измерва в края на измервателната верига на уреда, е удачно в разработваната методика като изходен параметър да бъде използвана величината T_{Δ} .

Измерванията се извършват в серии, всяка една от които се състои от десет последователни точки ($k = 10$) по размерната скала на входната величина. Последната е масата на референтния материал, чиято начална стойност е $m_0 = 1g$. Всяка следваща точка от скалата на входната величина се получава от равенството $m_{j+1} = m_j + \Delta m$, където $\Delta m = 0,1g$. Броят на провежданите серии измервания е $N = 35$.

Измерванията започват с първата серия в десетте последователни точки ($k = 10$) по размерната скала на входната величина. Първата маса, за която се провеждат измервания е $m_1 = 1,1g$. Резултатите се записват в масив от данни на променливата y_i^j , в който управляващата променлива j на този цикъл (означена в обработващия алгоритъм като външна променлива), организираща промяната на масата m_j , се изменя чрез брояча $j = j + 1$, докато достигне стойност $j = k = 10$.

Масивите от данни се записват във вид на матрици M_i^j , които са с размерност $I \times J$. Броят на колоните J в тези матрици е равен на броя на точките от размерната скала на входната величина m_j , т.е. $j = 1, 2, 3, \dots, k=10$. Броят на редовете се определя от броя на стойностите на измерваната величина за всяка една от последователните точки на контрол, т.е. $i = 1, 2, 3, \dots, n=35$. Записването на данните в матрици от вида M_i^j дава възможност да се определят статистическите характеристики за всяка една от колоните J , което дава решение за основните параметри на търсените величини. При което оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в j -та точка на контрол ще бъде:

$$\tilde{y}_i^j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i^j, \quad (1)$$

където y_i^j - i -та стойност, измерена от изследваното измервателно средство в j -та точка на контрол, когато входната величина има стойност m_j .

Оценката на средно-квадратичното отклонение на величината y_i^j в j -та точка на контрол се изчислява по формулата

$$\tilde{\sigma}_j(y_i^j) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i^j - \tilde{y}_i^j)^2}. \quad (2)$$

Тъй като основната цел на изследването е оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в j -та точка, то е необходимо да се определи нейното средно-квадратично отклонение, като за целта се използва формулата

$$s_j(\tilde{y}_i^j) = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j). \quad (3)$$

Границите на оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в j -та точка на контрол, определени за доверителна вероятност $\alpha = 95\%$ и нормално разпределение могат да се изчислят чрез

$$\tilde{y}_{imax}^j = \tilde{y}_i^j + 2 \cdot s_j(\tilde{y}_i^j); \quad \tilde{y}_{imin}^j = \tilde{y}_i^j - 2 \cdot s_j(\tilde{y}_i^j), \quad (4)$$

а съответните граници на величината y_i^j (i -та стойност, измерена от изследваното измервателно средство в j -та точка на контрол, когато входната величина има стойност m_j) ще се определят от изразите

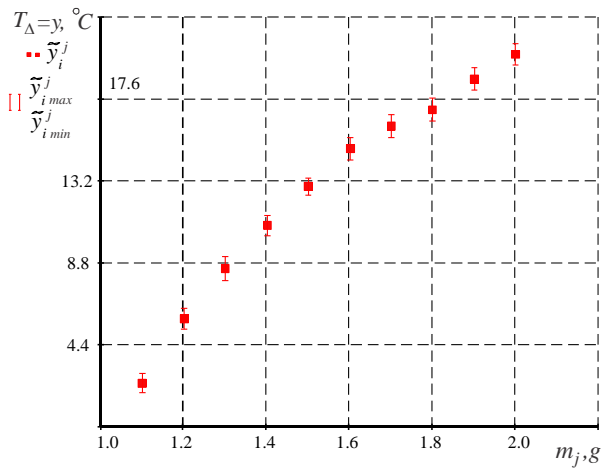
$$y_{imax}^j = \tilde{y}_i^j + 2 \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j); \quad y_{imin}^j = \tilde{y}_i^j - 2 \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j). \quad (5)$$

След провеждане на измерванията съгласно приведената по-горе методика и обработването на данните за получаване на оценката (1) са получени резултати, които са представени в графичен формат на фигури 2 и 3. Разпределението на границите на оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина при доверителна вероятност $\alpha = 95\%$ и нормално разпределение спрямо последователните точки на контрол от размерната скала на входната величина m_j е показано на фигура 2, а на фиг. 3 са представени границите на величината y_i^j в точките на контрол при изследване с конкретен вид референтен материал.

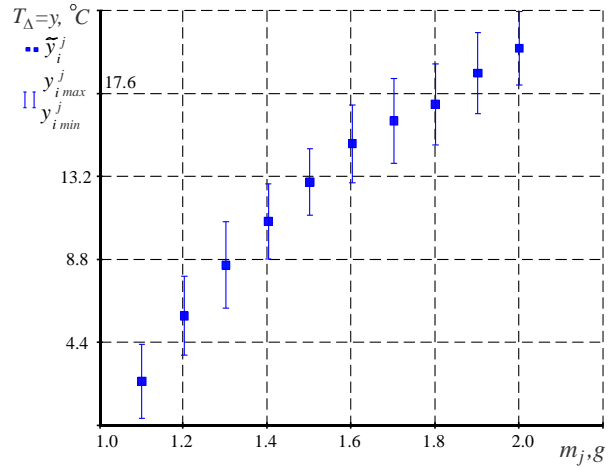
Характеристика на видовете модели за изследване на грешката от нелинейност

В зависимост от факторите, влияещи за образуването на грешката от нелинейност на статичната характеристика, тя може да бъде систематизирана в следните два вида:

- адитивна;
- мултипликативна.



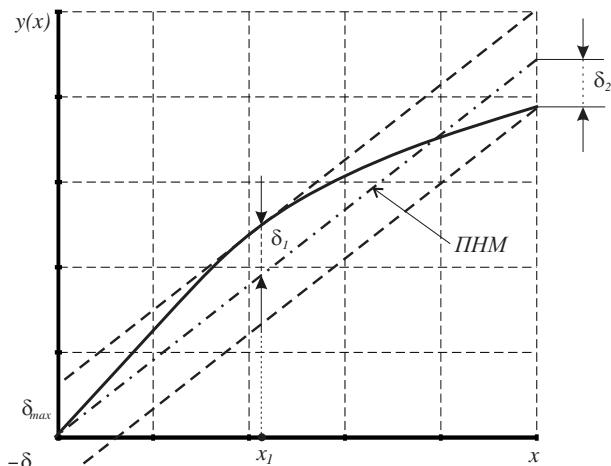
Фиг. 2. Граници на оценката \tilde{y}_i^j



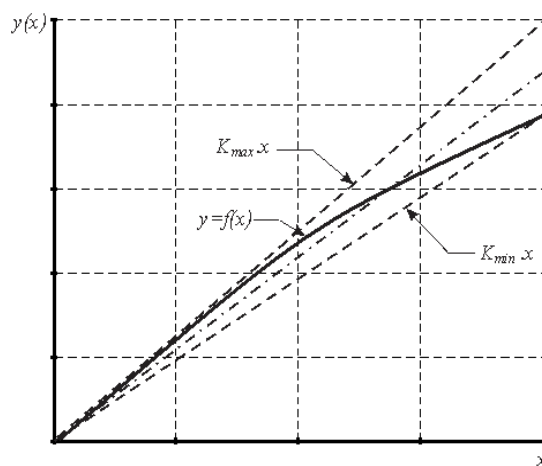
Фиг.3. Граници на величината y_i^j ,

Методите за изследване на цитираните по-горе две съставляващи на грешката от нелинейност за различни, което се поражда от различния характер на формирането на тези грешки и специфичната им динамика на изменение по координатата на измерваната величина.

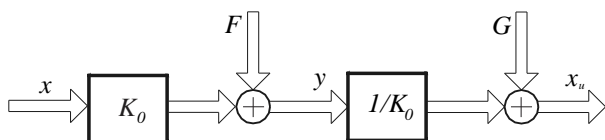
Границите на изменение на адитивната грешка са показани на фиг. 4. Тези граници съответстват на структурна схема на измервателното средство, към която по специфичен начин са приложени смуцаващите фактори, водещи до появата на адитивната грешка от нелинейност на статичната характеристика. При което, линеаризираната структурна схема, съответстваща на адитивна грешка от нелинейност на статичната характеристика, ще има вида, показан на фиг.5. В този случай се приема, че инерционността на измервателното средство не влияе върху резултата от измерване, т.е. $W_0(p)=1$.



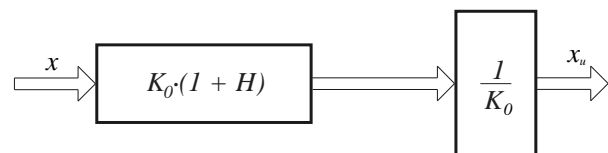
Фиг.4. Граници на изменение на адитивната грешка



Фиг.6. V-образно изменение на границите



Фиг.5. Линеаризирана структурна схема адитивна грешка от нелинейност



Фиг.7. Линеаризираната структурна схема мултипликативна грешка от нелинейност

Ако грешката от нелинейност има мултипликативен характер, границите на изменение на тази грешка се изменят, както е показано на фиг.6, а линеаризираната структурна схема, съответстваща на мултипликативната грешка от нелинейност, ще има вида, показан на фиг.7.

Анализ на грешката от нелинейност на статичната характеристика

Анализът на грешката от нелинейност е проведен на базата на пет основни модела.

Модел 1

Първият модел е съставен за линеаризирана структурна схема на измервателното средство с фактори, предизвикващи появата на адитивната съставляваща в грешката от нелинейност. Апроксимиращата права е построена по метода на най-малките модули с уравнение $y(x) = B \cdot x$. Измерваната величина е зададена в интервала $0 \leq x \leq 1g$. При нормален закон на разпределение на статичната грешка в резултата от измерване, диференциалната функция на тази грешка, определена въз основа на модел 1, се илюстрира графично от кривата, показана на фиг.8.

Модел 2

Модел 2 се различава от модел 1 по това, че е зададено допълнително условие, според което изборът на коефициента на наклона на апроксимиращата права $y(x) = K_0 \cdot x$ се подчинява на изискването за нулева стойност на систематичната съставляваща на статичната грешка в резултата от измерване, т.е. $m_{se} = 0$. Графичният вид на разпределението на вероятностите на абсолютната статична грешка на резултата от измерване за изследваните стойности и теоретично разпределение на тази грешка по закона на Гаус е показан на фиг.9.

Модел 3

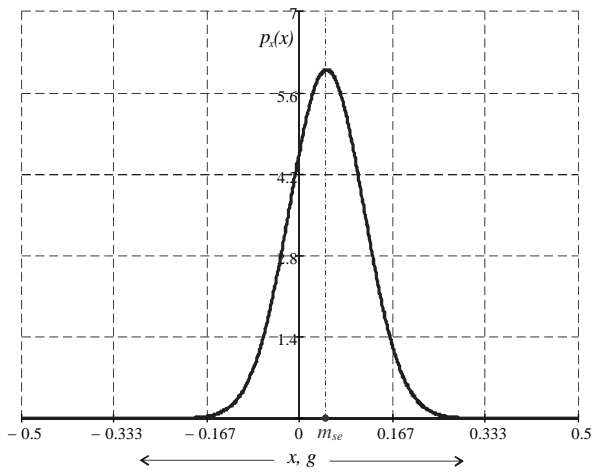
В този модел, за разлика от предните два модела, изборът на уравнението на правата на най-малките модули не се ограничава от условието $f(0) = 0$. При нормален закон на разпределение на грешката в резултата от измерване на изследваното измервателно средство, функцията, описваща това разпределение, ще има вида, показан на фиг.10. Вижда се, че както систематичната, така и случайната съставляваща на грешката в резултата, приемат по-малки стойности при апроксимиране на статичната характеристика в условията на този модел в сравнение с първия модел. Дисперсията на случайната съставляваща в този случай е с повече от два пъти по-малка от стойността на тази величина, изчислена в условията на модел 2.

Модел 4

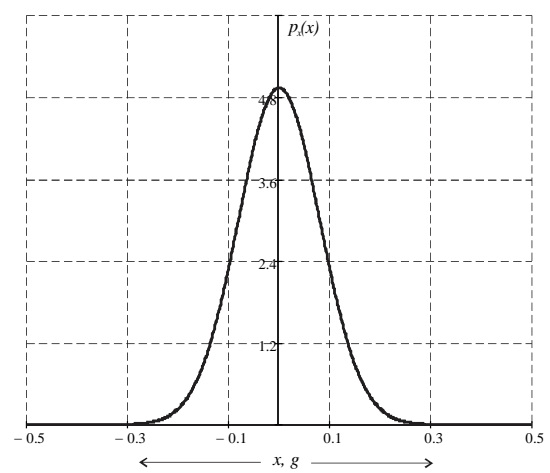
Изборът на параметрите A и B на апроксимиращата права $y_n(A, B) = A + B \cdot x$ за този модел се подчинява на следните две условия: $m_{se} = 0$; $D_{se} = \min$. Ясно е, че изпълнението на тези условия може да се реализира само чрез прилагане на оптимизационен критерий в задачата за построяване на апроксимиращата права. В този случай правата на статичната характеристика може да бъде построена по метода на най-малките квадрати, чието средноквадратично отклонение от кривата $y = f(x)$ в интервала $x_{min} \leq x \leq x_{max}$ има минимум. Изведените в този модел формули позволяват да се определи такава апроксимираща права, при която систематичната и случайната съставляващи на абсолютната грешка на резултата от измерване имат най-малки значения. Това твърдение е илюстрирано в графичен вид на фиг.11, където е представено вероятностното разпределение на случайната грешка.

Модел 5

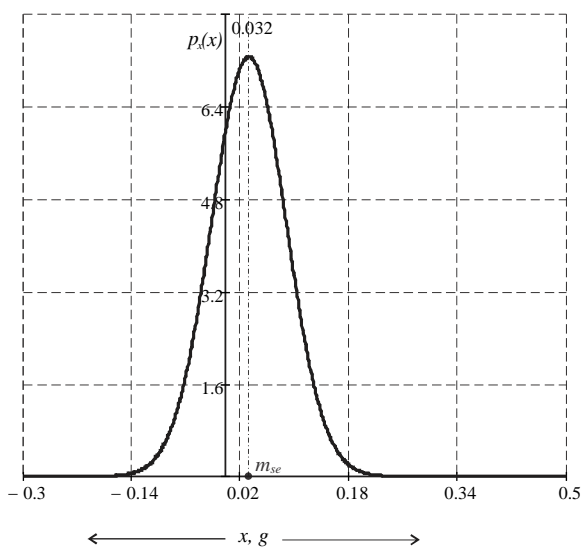
Модел 5 съответства на мултипликативен характер на грешката от нелинейност и V -образно изменение на границите, обвиващи кривата на статичната характеристика на измервателното средство (фиг.12). Както се вижда от представеното на фиг.13 вероятностно разпределение на грешката в резултата от измерване, систематичната съставляваща е изместена в ляво от нулата на абсисната ос, а вероятностните граници на изменение на случайната съставляваща имат най-големи стойности в сравнение с аналогичните грешки в предходните модели.



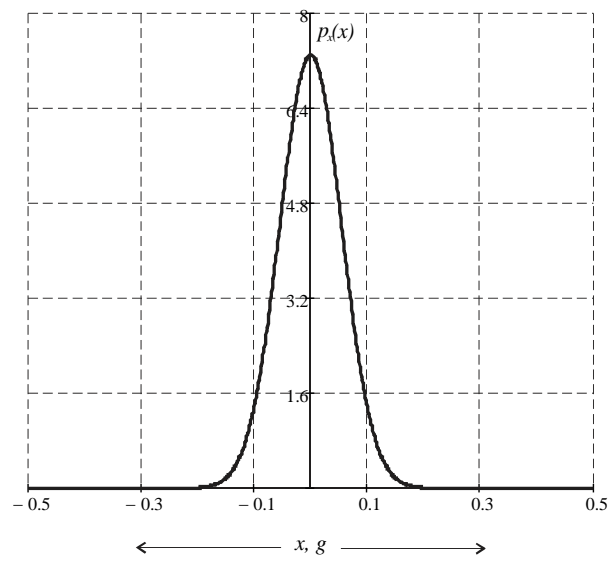
Фиг.8. Разпр. на грешката за модел 1



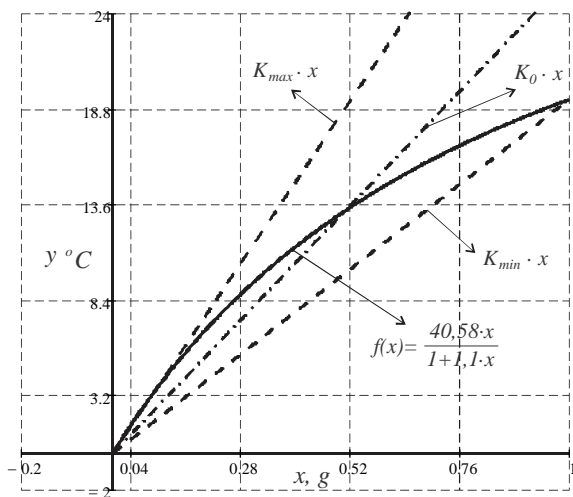
Фиг.9. Разпр. на грешката за модел 2



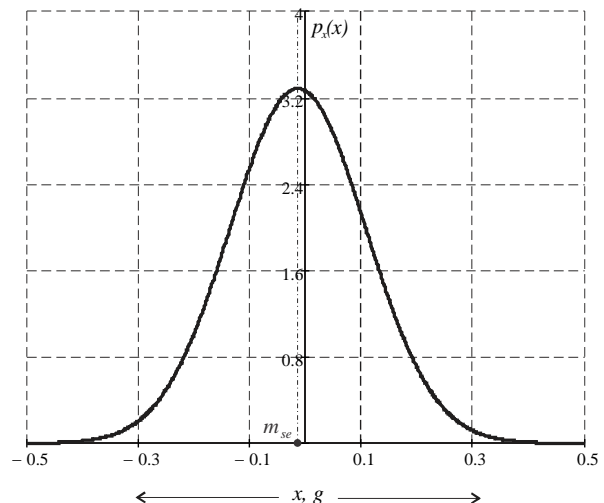
Фиг.10. Разпр. на грешката за модел 3



Фиг.11. Разпр. на грешката за модел 4



Фиг.12. Грешка от нелинейност при мултипликативен характер на изменение

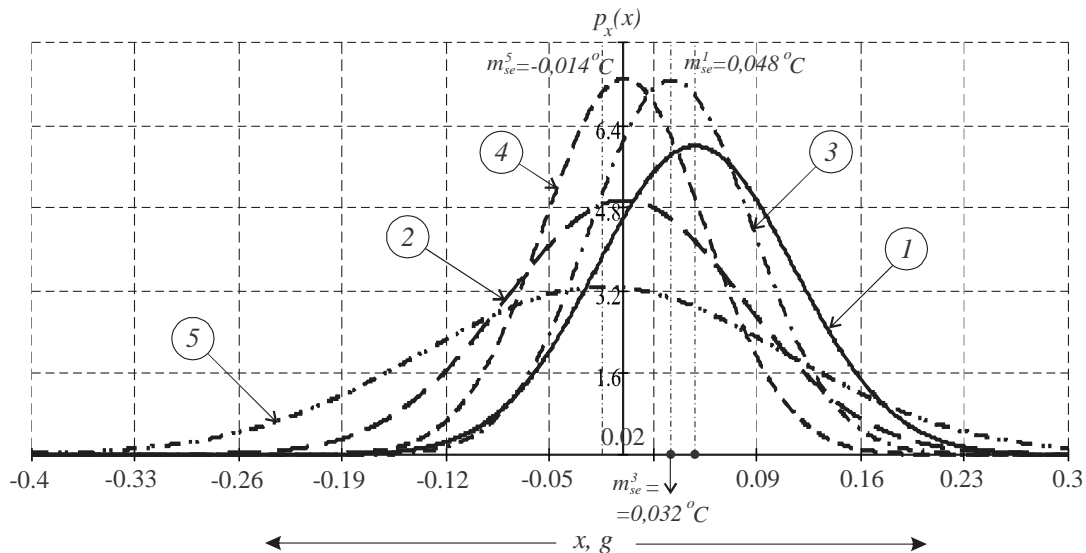


Фиг.13. Разпр. на грешката за модел 5

ИЗВОДИ

Проведените изследвания на характеристиките на грешката на измерване въз основа на дефинираните по-горе пет модела обхващат пълния спектър от фактори, влияещи върху формирането на тази грешка. На фиг.14 са показани графиките на плътността на разпределение на вероятностите на грешката на измерване ε_{se} за разгледаните пет способа за апроксимация на статичната характеристика на измервателното средство при изследване с референтен материал А. Номерата на кривите от фиг.14 съответстват на номерата на моделите, разгледани в преходната точка. Във всичките пет модела е прието законът за разпределение на грешката на измерване да съвпада със закона на Гаус.

Най-благоприятният случай, характеризиращ се с най-малки стойности на систематичната и случайната съставляващи, е модел 4. Точността на този модел се обуславя от оптимизационния критерий, въведен при апроксимацията на статичната характеристика на измервателното средство. Критерият се основава на метода на най-малките квадрати и беше разгледан подробно в глава 3. От кривите на фиг.14 се вижда, че апроксимацията чрез модел 3 дава резултати, отнасящи се до случайната съставляваща, близки до тези на модел 4. Способът за апроксимиране на статичната характеристика по модел 2 намалява систематичната грешка до нулеви стойности, но това води до увеличаване на размера на случайната компонента. Завишени стойности на систематичната грешка се забелязват в модел 1.



Фиг.14. Семейство криви на плътността на разпределение на вероятностите на грешката на измерване

От направения сравнителен анализ следва, че най-добри резултати, свързани с оценката на грешката на измерване, се получават при апроксимиране на статичната характеристика по модели 4 и 3. Най-голяма е случайната съставляваща на грешката в резултата от измерване при построяване на статичната характеристика по модел 5, а систематичната съставляваща - по модел 1.

БЛАГОДАРНОСТИ

Тази работа беше подкрепена от проект договор № BG05M2OP001-1.001-0008 на тема: "Национален център по мехатроника и чисти технологии", както и от договор № 1705М към фонд "Университетски проекти за научни изследвания, финансирани от държавната субсидия".

REFERENCES

Baptishev, D. (1998). *Methods of optimum design*. Moscow: Radio i sviyaz. 1998.

Dichev, D., F. Kogia, H. Koev. (2016). *Models for the Analysis of Static Characteristics of Measuring Instruments*. In XXVI National Scientific Symposium: Metrology and Metrology Assurance. Sazopol, Bulgaria, 2016, pp. 57-64.

Joint Committee for Guides in Metrology. (2008). *International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. JCGM 200:2008. International Standardization Organization. Geneva, Switzerland.

Dichev, D., H. Koev, T. Bakalova, P. Louda. (2014). A Model of the Dynamic Error as a Measurement Result of Instruments Defining the Parameters of Moving Objects. *Measurement Science Review*, Issue 4, Vol. 14, pp. 183-189, ISSN 1335-8871.

Karakoulidis, K., Fantidis, J. G., Potolias, C., Kogias, P., Bandekas., D. V. (2016). The Temperature Measurement of a Single Phase Induction Motor under Different Conditions. *ARPJN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 11 (19), pp. 11495-11502. ISSN 1819-6608.