FRI-2G.302-1-CSN-04

REGRESSION MODELS FOR PREDICTION OF PARAMETERS OF TELETRAFFIC SYSTEM M/M/1/K [4]

Prof. Mihail Iliev, DcS
Telecommunications Department,
"Angel Kanchev" Univesity of Ruse
Tel.: 082-888 673
E-mail: miliev@uni-ruse.bg

Assoc. Prof. Ivelina Balabanova, PhD
Department of Communications Equipment and Technologies,
Technical University of Gabrovo
Phone: 0896 640 473
E-mail: ivstoeva@abv.bg

Eng. Georgi Georgiev, PhD Student
Telecommunications Department,
"Angel Kanchev" Univesity of Ruse
Phone: 0877 522 029
E-mail: givanow@abv.bg

Abstract: *In this paper presents the results in modeling and investigaton of Markov chain M / M / 1 / k as the object of experimental research related to obtaining models for predicting of the traffic parameters - Arrival Time and Exit System. A technical approach based on simulation of the system in defined parameters Average Arrival Rate, Average Service Time and Maximum Station Capacity and different types of design of experiments was applied. The best plan of experint is selected by regression analysis. Regression models for prediction of targeted teletraffic parameters were obtained..*

Keywords: *Design of experiment, Markov chain, Regression analysis, Teletraffic parameters,Regression prediction models*

ВЪВЕДЕНИЕ

Регресионният анализ е направление, заложено в основата на експерименталните изследвания и математическата статистика, който дава възможност за анализ на връзките между конкретни зависими yi и набор от независими x1, x2.... xn променливи и извеждане на модели за, отразяващи тяхното взаимодействие и предизвикващи изменение на параметрите yi. Пример за това са редица изследвания.

В (Damasio B., & Nicolau J., 2014) комбинирането на анализа с многомерните вериги на Марков (Multivariate Markov Chains - MMC) е предпоставка в иновативна концепция за подобряване на грешката от прогнозиране, базирано на предимството на информацията относно състоянията на миналите взаимодействия между MMC категориите при прогнозиране на стойностите на зависимите крайни отделни променливи и целевата независима променлива. Интересен е процесът на оценяване на вероятностите за преход при моделиране на набор от футболни показатели (свободни удари, ъглови удари, голове и др.) като марковски процес посредством регресионен анализ (Damour G., & Lang Ph., 2015) или методичната комбинация Логистична регресия/Маркова верига (Logistic Regression Markov Chain - LRMC) при прогнозиране на резултатите от турнири по баскетбол в NCAA (Kvam P., & Sokol J., 2006). В сферата на медицината приложението на регресионните и Маркови

[4] Докладът е представен на научна сесия на 26 октомври 2018 с оригинално заглавие на български език: РЕГРЕСИОННИ МОДЕЛИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ НА ПАРАМЕТРИ НА ТЕЛЕТРАФИЧНА СИСТЕМА M/M/1/K

процеси се свързва с моделиране и анализ на електронни здравни услуги въз основа на здравните досиета на възрастни пациенти с хронични заболявания по отношение на фактори като оценка на качеството на здравни грижи, получена персонална и обща помощ и други (Hindenes L., 2017). Съществува възможност за обучение на скрити модели на Марков (Hidden Markov Model) за извършване на регресионни процедури, спомагащи определянето на отличителни характеристики, върху информационни последователности от масиви от биологични данни (Noto, K., & Craven, M., 2008). Интересна е приложимостта на многочленния логистичен регресионен анализ върху вериги на Марков, моделиращи сложни динамични системи на годишните състояния на посевите и изследване на промените на нивата на валежите, температурата на въздуха, цените на началните и крайни земеделски продукти върху тях в областта на селското стопанство (Paton L., Troffaes M., Boatman N., Hussein M, & Hart A., 2014). В сферата на банковото дело логистичните регресионни и маркови модели служат за идентификация на риска при даване на кредитни карти като се извършва оценка на приходите по линия между клиентите и институциите (Régis D., & Artes R., 2016). Друга възможност е те да бъдат използвани при анализиране на данните за ежедневните валежи за селектирани географски райони като за идентифициране на значимостта на моделите и техните параметри, както и селектиране на модел са въведени вероятностен критерии и предположение на базата на AIC и BIC процедури (Sinha N., Islam M., & Ahamed K., 2011). В (Uchwat Ch., & MacLeod D., 2012) са представени основните възможности за моделиране на поведението на пътната настилка в сферата на транспорта като е извършен сравнителен анализ между регресионния апарат и веригите на Марков, според който първият е определен като по-лесен за употреба, но и за който са необходими сравнително повече опитни данни за установяване и прогнозиране на параметричните тенденции. При обработката на набори от данни, при които имаме бързо нарастване на броя на променливите, е установено успешното приложение на адаптивни MCMC (Markov Chain Monte Carlo) алгоритми спрямо стандартните MCMC методи при извършване на линейни регресионни процедури (Griffin J., Łatuszynski K., & Steel M., 2018).

В доклада е разработен подход в предметна област комуникационни телетрафични системи, свързан с получаване на регресионни модели за прогнозиране на изменението на времената на престой и напускане на изследваната телетрафична система от вида вериги на Марков M/M/1/k. Извеждането на моделите е базирано на селекция на най-подходяш план на екеперимента и регресионен модел от съответна степен при моделиране на системата въз основа на резултатите от проведен регресионен анализ.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Формиране на разширени матрици на експеримента при симулационно моделиране на телетрафична система M/M/1/k

В симулационна среда на продукта Java Modeling Tool (JMT) е моделирана едноканална Марковска верига с Поасонов входящ поток и експоненциално разпределена продължителност на обслужванията с ограничена опашка k места за чакане M/M/1/k. Характерно за съответната телетрафична система е, че тук заявките пристигат с интензивност на постъпване χ, докато техния брой в системата е неповече от k. След достигане на дължината на опашката пристигащите заявки повече не се допускат в системата. Тя представлява една комбинирана система с чакане и със загуби.

Моделирането на веригата на Марков е изършено базирайки се на приложени различни типове планове на екеперимента. Относно обекта на изследване са дефинирани следните управляеми фактори и изходни параметри:

- ✓ x_1 - Avg.Arrival Rate (lambda)-[cust./s] – средна скорост за пристигане в системата;
- ✓ x_2 - Avg.Service Time S - [s] – средно време за обслужване;
- ✓ x_3 - Max. Station Capacity k [cust.] – максимален капацитет на опашката (местата за чакане);

- ✓ y_1 - Arrival Time, s – време за престой в системата;
- ✓ y_2 - Exit System, s – време за напускане на системата.

Приети са три нива на вариране на факторите, представени в Таблица 1.

Таблица 1. Нива на вариране на управляемите фактори

Нива на вариране	**X_1, cust./s**	**X_2, s**	**X_3, cust.**
-1	0.25	0.50	7
0	0.50	1.00	17
+1	0.75	1.50	27

Проведени са телетрафични системни симулации по:

- ✓ Композиционен план на Хартли Ha_3 (таблица 4.3);
- ✓ D–оптимален план на експеримента при *m=3* (таблица 4.4);
- ✓ Симетричен квази-*D*-оптимален план (план на Песочински) при *m=3* (таблица 4.5);
- ✓ Несиметричен квази-*D*-оптимален план при *m=3* (таблица 4.6)
- ✓ Симетричен композиционен план от вида B_3 (таблица 4.7).

и са получени опитни данни за указаните отклици на обекта.

По отношение на приложените планове са формирани разширени матрици на експеримента при проверка на адекватността на регресионни модели от нулева, пътва и втора степен:

$$y = b_o + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \tag{1}$$

$$y = b_o + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \tag{2}$$

$$y = b_o + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 \tag{3}$$

Разширените матрици на експеримента са показани от Фиг. 2 до Фиг.6.

Data: Hartli_plan (12v by 11c)

	1 x1	2 x2	3 x3	4 x12	5 x13	6 x23	7 x123	8 x11	9 x22	10 x33	11 y1	12 y2
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	416,33	416,73
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	121,24	121,66
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	377,9	378,44
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	144,27	145,33
5	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	397,73	399,4
6	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	132,26	132,53
7	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	203,94	204,36
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	196,81	197,09
9	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	205,92	207,84
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	188,73	189,21
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	207,35	211,09

Фиг. 2. Разширена матрица на експеримента
при Композиционен план на Хартли

Data: D-optimalen_plan (12v by 10c)

	1 x1	2 x2	3 x3	4 x12	5 x13	6 x23	7 x123	8 x11	9 x22	10 x33	11 y1	12 y2
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	431,25	431,34
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	121,24	121,66
3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	205,92	207,84
4	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	377,9	378,44
5	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	120,71	122,06
6	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	413,69	413,88
7	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	196,81	197,09
8	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1	1	207,69	207,76
9	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	366,17	368,57
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	144,27	145,33

Фиг. 3. Разширена матрица на експеримента при D–оптимален план

Data: Sim_kvazi_D_optimalen_plan (12v by 13c)

	1 x1	2 x2	3 x3	4 x12	5 x13	6 x23	7 x123	8 x11	9 x22	10 x33	11 y1	12 y2
1	0	-1	-1	0	0	1	0	0	1	1	215,8	215,82
2	0	1	-1	0	0	-1	0	0	1	1	228,09	228,41
3	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1	1	207,69	207,76
4	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	213,93	215,18
5	-1	0	-1	0	1	0	0	1	0	1	413,69	413,88
6	1	0	-1	0	-1	0	0	1	0	1	141,9	142,28
7	-1	0	1	0	-1	0	0	1	0	1	406,46	408,21
8	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	156,47	156,93
9	-1	-1	0	1	0	0	0	1	1	0	399,23	399,37
10	1	-1	0	-1	0	0	0	1	1	0	139,42	140,2
11	-1	1	0	-1	0	0	0	1	1	0	363,18	363,61
12	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	162,34	162,83
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	207,35	211,09

Фиг. 4. Разширена матрица на експеримента при Симетричен квази-D-оптимален план

Data: Nesim_kvazi_D_optimalen_plan (12v by 10c)

	1 x1	2 x2	3 x3	4 x12	5 x13	6 x23	7 x123	8 x11	9 x22	10 x33	11 y1	12 y2
1	-1	1	0	-1	0	0	0	1	1	0	363,18	363,61
2	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	130,83	131,73
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	120,71	122,06
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	121,24	121,66
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	144,27	145,33
6	-1	0	1	0	-1	0	0	1	0	1	406,46	408,21
7	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1	1	207,69	207,76
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	207,35	211,09
9	-1	-1	0	1	0	0	0	1	1	0	399,23	399,37
10	-1	0	-1	0	1	0	0	1	0	1	413,69	413,88

Фиг. 5. Разширена матрица на експеримента при Несиметричен квази-D-оптимален план

Data: Sim_Komp_plan_B3 (12v by 14c)

	1 x1	2 x2	3 x3	4 x12	5 x13	6 x23	7 x123	8 x11	9 x22	10 x33	11 y1	12 y2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	144,27	145,33
2	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	366,17	368,57
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	130,83	131,73
4	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	416,33	416,73
5	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	120,71	122,06
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	377,9	378,44
7	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	121,24	121,66
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	431,25	431,34
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	132,26	132,53
10	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	397,73	399,4
11	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	196,81	197,09
12	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	203,94	204,36
13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	188,73	189,21
14	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	205,92	207,84

Фиг. 6. Разширена матрица на експериментапри Симетричен композиционен план от вида B_3

Регресионен анализ относно разширените матрици на експеримента при изследване на верига на Марков M/M/1/k

Представени са резултатите от регресионен анализ върху всяка от формираните разширени матрици на експеримента. Анализът е направен посредством софтуерен продукт Statistica.

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Hartli_plan)
R= ,94698973 R?= ,89678955 Adjusted R?= ,85255650
F(3,7)=20,274 p<,00079 Std.Error of estimate: 41,655

N=11	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(7)	p-value
Intercept			235,680	12,55937	18,76527	0,000000
x1	-0,945143	0,121426	-132,365	17,00547	-7,78367	0,000109
x2	-0,026812	0,121426	-3,755	17,00547	-0,22081	0,831542
x3	0,052684	0,121426	7,378	17,00547	0,43388	0,677434

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Hartli_plan)
R= ,94758516 R?= ,89791764 Adjusted R?= ,85416806
F(3,7)=20,524 p<,00076 Std.Error of estimate: 41,441

N=11	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(7)	p-value
Intercept			236,698	12,49507	18,94333	0,000000
x1	-0,945824	0,120761	-132,508	16,91840	-7,83220	0,000104
x2	-0,026041	0,120761	-3,648	16,91840	-0,21564	0,835415
x3	0,051547	0,120761	7,222	16,91840	0,42685	0,682308

б)

Фиг. 7. Резултати при проверка на модел (1) за а) y_1 и б) y_2
при Композиционен план на Хартли

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Hartli_plan)
R= ,97417283 R?= ,94901270 Adjusted R?= ,83004234
F(7,3)=7,9769 p<,05789 Std.Error of estimate: 44,722

N=11	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(3)	p-value
Intercept			218,963	16,90335	12,95382	0,000993
x1	-0,947785	0,225804	-132,735	31,62327	-4,19738	0,024673
x2	-0,025456	0,225804	-3,565	31,62327	-0,11273	0,917362
x3	-0,061372	0,225804	-8,595	31,62327	-0,27179	0,803412
x12	0,139690	0,225804	23,960	38,73043	0,61863	0,579954
x13	-0,001662	0,225804	-0,285	38,73043	-0,00736	0,994591
x23	0,003236	0,225804	0,555	38,73043	0,01433	0,989467
x123	0,213809	0,130368	45,972	28,03103	1,64004	0,199529

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Hartli_plan)
R= ,97432323 R?= ,94930575 Adjusted R?= ,83101916
F(7,3)=8,0255 p<,05742 Std.Error of estimate: 44,610

N=11	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(3)	p-value
Intercept			220,217	16,86081	13,06089	0,000969
x1	-0,952438	0,225154	-133,435	31,54368	-4,23017	0,024169
x2	-0,025946	0,225154	-3,635	31,54368	-0,11524	0,915538
x3	-0,066489	0,225154	-9,315	31,54368	-0,29530	0,787020
x12	0,144564	0,225154	24,805	38,63296	0,64207	0,566522
x13	-0,000117	0,225154	-0,020	38,63296	-0,00052	0,999619
x23	0,008101	0,225154	1,390	38,63296	0,03598	0,973559
x123	0,210713	0,129993	45,323	27,96049	1,62096	0,203473

б)

Фиг. 8. Резултати при проверка на модел (2) за а) y_1 и б) y_2
при Композиционен план на Хартли

Според резултатите, Композиционен план на Хартли Ha_3 за модел (3) не може да бъде приложен поради незначимост на всички коефициенти на регресия bi. Относно моделите от нулева и първа степен се наблюдават коефициенти на определеност R_i^2 на нива около „0.89“ и „0.94“ за параметрите y_1 и y_2, показани на Фиг. 7 и Фиг. 8. Сравнявайки нивата на R_i^2 като по-подходящ за използване е модел (2).

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (D-optimalen_plan)
R= ,96317805 R?= ,92771195 Adjusted R?= ,89156793
F(3,6)=25,667 p<,00080 Std.Error of estimate: 41,041

N=10	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			244,715	13,90270	17,60198	0,000002
x1	-0,961543	0,109866	-136,868	15,63857	-8,75194	0,000123
x2	-0,035173	0,111736	-4,770	15,15464	-0,31479	0,763582
x3	-0,041187	0,111736	-5,586	15,15464	-0,36861	0,725074

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (D-optimalen_plan)
R= ,96337862 R?= ,92809837 Adjusted R?= ,89214755
F(3,6)=25,816 p<,00079 Std.Error of estimate: 40,897

N=10	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			245,472	13,85397	17,71853	0,000002
x1	-0,961974	0,109572	-136,815	15,58375	-8,77936	0,000121
x2	-0,031974	0,111437	-4,333	15,10152	-0,28692	0,783824
x3	-0,040958	0,111437	-5,550	15,10152	-0,36754	0,725833

б)

Фиг. 9. Резултати при проверка на модел (1) за а) y_1 и б) y_2 при D–оптимален план

От Фиг. 9 се вижда, че при линеен тип регресионен модел са получени коефициенти $R^2 = 0.96317805$ и $R^2 = 0.96337862$ за параметрите y_1 и y_2, съгласно които модел (1) се определя като напълно адекватен. При D–оптимален план при m=3 модели (2) и (3) не могат да бъдат използвани поради незначимост на всички коефициенти на регресия bi и невъзможност за инвертиране на матрицата с коефициенти bi.

При анализа някои променливи при Симетричен квази-D-оптимален план (план на Песочински) при m=3 е налице невъзможност за вариране при приложение на модели (2) и (3) и тези модели се определят като неадекватни. Според резултатите от модел (1), показани на Фиг.10, за коефициентите R_i^2 се наблюдават стойности малко над „0.9“ и за двата параметъра y_1 и y_2.

N=13	Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Sim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,95163163 R?= ,90560275 Adjusted R?= ,87413700 F(3,9)=28,781 p<,00006 Std.Error of estimate: 37,385					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(9)	p-value
Intercept			250,427	10,36886	24,15182	0,000000
x1	-0,951507	0,102414	-122,804	13,21776	-9,29081	0,000007
x2	0,005230	0,102414	0,675	13,21776	0,05107	0,960387
x3	-0,014460	0,102414	-1,866	13,21776	-0,14119	0,890828

а)

N=13	Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Sim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,95236559 R?= ,90700021 Adjusted R?= ,87600028 F(3,9)=29,258 p<,00006 Std.Error of estimate: 37,093					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(9)	p-value
Intercept			251,198	10,28780	24,41705	0,000000
x1	-0,952268	0,101653	-122,854	13,11442	-9,36784	0,000006
x2	0,006666	0,101653	0,860	13,11442	0,06558	0,949148
x3	-0,011927	0,101653	-1,539	13,11442	-0,11733	0,909173

б)

Фиг.10. Резултати при приложение на модел (1) за а) y_1 и б) y_2
при Симетричен квази-D-оптимален план

N=10	Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Nesim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,97751910 R?= ,95554359 Adjusted R?= ,93331538 F(3,6)=42,988 p<,00019 Std.Error of estimate: 33,184					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			251,958	10,62730	23,7086	0,000000
x1	-0,977190	0,086078	-133,189	11,73222	-11,3524	0,000028
x2	0,018390	0,086820	2,699	12,74168	0,2118	0,839258
x3	-0,015233	0,086820	-2,236	12,74168	-0,1755	0,866491

а)

N=10	Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Nesim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,97804884 R?= ,95657954 Adjusted R?= ,93486931 F(3,6)=44,061 p<,00018 Std.Error of estimate: 32,741					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			252,983	10,48541	24,1271	0,000000
x1	-0,977685	0,085069	-133,036	11,57558	-11,4928	0,000026
x2	0,020857	0,085802	3,056	12,57156	0,2431	0,816037
x3	-0,014135	0,085802	-2,071	12,57156	-0,1647	0,874563

б)

Фиг. 11. Резултати при проверка на модел (1) за а) y_1 и б) y_2
при Несиметричен квази-D-оптимален план

От показаните резултати (Фиг. 11 и Фиг. 12), следва че за прогнозиране изменението на изходните параметри y_1 и y_2 най-подходящи вихa били моделите, получени въз основа на регресионен анализ относно Несиметричен квази-D-оптимален план при m=3 при проверка на степента на адекватност на модел (2) спрямо тези при модел (1). При (3) е установена невъзможност за инвертиране на матрицата с коефициенти, поради което този модел се изключва.

N=10	Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Nesim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,98804468 R?= ,97623229 Adjusted R?= ,89304528 F(7,2)=11,735 p<,08074 Std.Error of estimate: 42,025					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(2)	p-value
Intercept			256,329	14,00848	18,29812	0,002973
x1	-0,977190	0,109013	-133,189	14,85824	-8,96397	0,012218
x2	-0,050414	0,123995	-7,399	18,19755	-0,40658	0,723697
x3	0,015919	0,123995	2,336	18,19755	0,12838	0,909591
x12	0,067518	0,115626	10,626	18,19755	0,58394	0,618348
x13	0,037814	0,115626	5,951	18,19755	0,32704	0,774696
x23	0,335184	0,294173	58,374	51,23160	1,13941	0,372609
x123	-0,284722	0,287275	-54,881	55,37338	-0,99112	0,426085

а)

N=10	Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Nesim_kvazi_D_optimalen_plan) R= ,98883181 R?= ,97778835 Adjusted R?= ,90004758 F(7,2)=12,578 p<,07561 Std.Error of estimate: 40,559					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(2)	p-value
Intercept			257,438	13,51980	19,04154	0,002747
x1	-0,977685	0,105384	-133,036	14,33991	-9,27734	0,011420
x2	-0,049072	0,119867	-7,190	17,56273	-0,40939	0,721934
x3	0,018769	0,119867	2,750	17,56273	0,15658	0,889953
x12	0,068036	0,111777	10,690	17,56273	0,60868	0,604663
x13	0,035545	0,111777	5,585	17,56273	0,31800	0,780616
x23	0,342892	0,284380	59,618	49,44440	1,20575	0,351205
x123	-0,292657	0,277712	-56,318	53,44170	-1,05382	0,402486

б)

Фиг. 12. Резултати при приложение на модел (2) за а) y_1 и б) y_2
при Несиметричен квази-D-оптимален план

По отношение на формираната матрица при Симетричен композиционен план от вида B_3 при изследване на телетрафична система M/M/1/k могат да бъдат обобщени следните резултати за (1), (2) и (3):

- ✓ резултати за модел (1), показани на Фиг. 13 - съгласно критерийте на Фишър $F(3;10) = 41.432$ и $F(3;10) = 41.506$ и съответните им вероятности $p < 0.0001 << 0.05$, където 0.05 е стойността на приетото равнище на значимост α, се определя като приложим при решаване на задачата за прогнозиране на измененията y_1 и y_2. Постигнати са сравнително високи коефициети на определеност, равняващи се на R^2=0.9255373 и R^2=0.92565975 за изходните параметри. Коефициентите b_0=245.292 и b_1=-134.007 при Y1, b_0=246.164 и b_1=-134.117 за y2 се определят като значими;

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,96204850 R?= ,92553732 Adjusted R?= ,90319851
F(3,10)=41,432 p<,00001 Std.Error of estimate: 38,112

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(10)	p-value
Intercept			245,292	10,18595	24,0814	0,000000
x1	-0,959470	0,086292	-134,007	12,05218	-11,1189	0,000001
x2	-0,069973	0,086292	-9,773	12,05218	-0,8109	0,436302
x3	-0,007654	0,086292	-1,069	12,05218	-0,0887	0,931073

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,96211213 R?= ,92565975 Adjusted R?= ,90335768
F(3,10)=41,506 p<,00001 Std.Error of estimate: 38,102

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(10)	p-value
Intercept			246,164	10,18331	24,1732	0,000000
x1	-0,959716	0,086221	-134,117	12,04906	-11,1309	0,000001
x2	-0,067501	0,086221	-9,433	12,04906	-0,7829	0,451838
x3	-0,006991	0,086221	-0,977	12,04906	-0,0811	0,936974

б)

Фиг. 13. Резултати при проверка на модел (1) за а) y_1 и б) y_2
при Симетричен композиционен план от вида B_3

✓ резултати за модел (2), представени на Фиг. 14 - наблюдават се по-високи стойности на коефициентите на определеност спрямо модел (1), съответно R^2=0.93677704 и R^2=0.93652518 за параметрите на обекта y_1 и y_2. Постигнати са добри показатели по отношение на критериите на Фишър F(7;6) = 12.700 и F(7;6) = 12.647 и вероятности им $p < 0.00323 << 0.05$ и $p < 0.00327 << 0.05$ за времената Y_1 и Y_2. Значимите коефициенти на регресия са идентични и за двата изходни мараметъра. Като незначими коефициенти се определят b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23} и b_{123}.

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,96787243 R?= ,93677704 Adjusted R?= ,86301691
F(7,6)=12,700 p<,00323 Std.Error of estimate: 45,338

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			245,292	12,11697	20,24369	0,000001
x1	-0,959470	0,102651	-134,007	14,33699	-9,34694	0,000085
x2	-0,069973	0,102651	-9,773	14,33699	-0,68166	0,520881
x3	-0,007654	0,102651	-1,069	14,33699	-0,07456	0,942987
x12	0,093194	0,102651	14,552	16,02924	0,90787	0,398941
x13	0,047870	0,102651	7,475	16,02924	0,46634	0,657426
x23	0,013737	0,102651	2,145	16,02924	0,13382	0,897922
x123	0,008629	0,102651	1,347	16,02924	0,08407	0,935739

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,96774231 R?= ,93652518 Adjusted R?= ,86247123
F(7,6)=12,647 p<,00327 Std.Error of estimate: 45,453

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(6)	p-value
Intercept			246,164	12,14793	20,26383	0,000001
x1	-0,959716	0,102855	-134,117	14,37362	-9,33077	0,000086
x2	-0,067501	0,102855	-9,433	14,37362	-0,65627	0,535991
x3	-0,006991	0,102855	-0,977	14,37362	-0,06797	0,948017
x12	0,092053	0,102855	14,383	16,07020	0,89498	0,405268
x13	0,046259	0,102855	7,227	16,07020	0,44975	0,668685
x23	0,014353	0,102855	2,242	16,07020	0,13954	0,893587
x123	0,006768	0,102855	1,058	16,07020	0,06581	0,949671

б)

Фиг. 14. Резултати при проверка на модел (2) за а) y_1 и б) y_2
при Симетричен композиционен план от вида B_3

✓ резултати за модел (3), дадени на Фиг. 15 - при прието равнище на значимост α=0.05 коефициентите на регресия b_0=199.554, b_1=-134.007, b_2=-9.773, b_{12}=14.552 и b_{11}=65.441 за параметър y_1; b_0=200.366, b_1=-134.117, b_2=-9.433, b_{12}=14.386 и b_{11}=65.599 за параметър y_2 се приемат за значими. Получените високи коефициенти R^2=0.998759945 и R^2=0.99867372 показват, че 99.8759945% и 99.867372% от измененията на времената за престой и напускане на телетрафична система M/M/1/k се дължат на управляемите фактори, а останалите 0.1240055% и 0.132628% на неуправляемите такива. Модел (3) може да бъде считан за напълно адекватен съгласно изчислените критерии на Фишър F(10;3) = 241.53 и F(10;3) = 225.90 и съответните им вероятности $p < 0.00039 << 0.05$ и $p < 0.00043 << 0.05$ за времената y_1 и y_2.

Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,99937953 R?= ,99875945 Adjusted R?= ,99462429
F(10,3)=241,53 p<,00039 Std.Error of estimate: 8,9814

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(3)	p-value
Intercept			199,554	5,724520	34,8595	0,000052
x1	-0,959470	0,020335	-134,007	2,840157	-47,1829	0,000021
x2	-0,069973	0,020335	-9,773	2,840157	-3,4410	0,041206
x3	-0,007654	0,020335	-1,069	2,840157	-0,3764	0,731672
x12	0,093194	0,020335	14,552	3,175392	4,5829	0,019508
x13	0,047870	0,020335	7,475	3,175392	2,3540	0,099939
x23	0,013737	0,020335	2,145	3,175392	0,6755	0,547761
x123	0,008629	0,020335	1,347	3,175392	0,4244	0,699898
x11	0,250450	0,021908	65,441	5,724520	11,4317	0,001436
x22	0,003143	0,021908	0,821	5,724520	0,1435	0,895020
x33	-0,008530	0,021908	-2,229	5,724520	-0,3893	0,723021

а)

Regression Summary for Dependent Variable: y2 (Sim_Komp_plan_B3)
R= ,99933664 R?= ,99867372 Adjusted R?= ,99425279
F(10,3)=225,90 p<,00043 Std.Error of estimate: 9,2918

N=14	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(3)	p-value
Intercept			200,366	5,922358	33,8322	0,000057
x1	-0,959716	0,021026	-134,117	2,938313	-45,6442	0,000023
x2	-0,067501	0,021026	-9,433	2,938313	-3,2103	0,048943
x3	-0,006991	0,021026	-0,977	2,938313	-0,3325	0,761388
x12	0,092053	0,021026	14,383	3,285133	4,3781	0,022056
x13	0,046259	0,021026	7,227	3,285133	2,2001	0,115165
x23	0,014353	0,021026	2,242	3,285133	0,6826	0,543833
x123	0,006768	0,021026	1,058	3,285133	0,3219	0,768651
x11	0,250911	0,022653	65,599	5,922358	11,0765	0,001576
x22	0,001372	0,022653	0,359	5,922358	0,0606	0,955507
x33	-0,007043	0,022653	-1,841	5,922358	-0,3109	0,776228

б)

Фиг. 15. Резултати при проверка на модел (3) за а) y1 и б) y2
при Симетричен композиционен план от вида B_3

При проведения регресионен анализ по Симетричен композиционен план от вида B3 се наблюдават най-високи качествени показатели при проверка на пригодността на модел (3), в сравнение с всички останали приложени планове, определящи селекцията на този план и модела от втора степен като най-подходящи при извършване на прогнозни процедурни действия относно целевите изходни параметри за обекта на изследване.

$$y_1 = 199.554 - 134.007x_1 - 9.773x_2 + 14.552x_1x_2 + 65.441x_1^2 \quad (4)$$

$$y_2 = 200.366 - 134.117x_1 - 9.433x_2 + 14.383x_1x_2 + 65.599x_1^2 \quad (5)$$

Аналитичните зависимости (4) и (5), представляват изведените крайни регесионни модели за калкулиране на параметрите y_1 и y_2 с изключване на незначимите коефициенти на регресия.

ИЗВОДИ

Получените регресионни прогнозиращи модели могат да бъдат използвани като първични звена при обезпечаване на качеството на обслужване при работа на система M/M/1/k. Резултатните високи стойности на коефициентите на определеност от анализа за селектирания най-подходящ план на експеримента дават основание да се предполага постигане на близни техни нива при проверка на пригодността на регресионни модели от по-висока степен с увеличаване на количеството входни и изходни системни параметри. Предложеният подход аналогично и усешно би могъл да бъде приложен при прогнозиране на трафика от данни при изследване на дуги типове комуникационни телетрафични системи от вида вериги на Марков.

БЛАГОДАРНОСТИ

Тази публикация отразява резултати от работата по проект № 2018 - ФЕЕА - 02, финансиран от фонд „Научни изследвания“ на Русенски университет „Ангел Кънчев“.

REFERENCES

Damasio B., & Nicolau J. (2014). Combining a regression model with a multivariate Markov chain in a forecasting problem. ELSEVIER, Statistics and Probability Letters, (90), 108-113. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.spl.2014.03.026.

Damour G., & Lang Ph. (2015). Modelling Football as a Markov Process: Estimating transition probabilities through regression analysis and investigating it’s application to live betting markets. Royal Institute of Technology School of Engineering Sciences, 1-64, URL: http://www.kth.se/sci

Griffin J., Łatuszynski K., & Steel M. (2018). In Search of Lost (Mixing) Time: Adaptive Markov chain Monte Carlo schemes for Bayesian variable selection with very large *p. Cornell University Library,* Statistics, Computation, 1-29. URL: http://arxiv.org/abs/1708.05678.

Hindenes L. (2017). Modelling and analysis of health care services using regression and Markov models. *UIT ARCTIC UNIVERSITY OF NORWAY*, 1-151. URL: http://hdl.handle.net/10037/11302.

Kvam P., & Sokol J. (2006). A Logistic Regression/Markov Chain Model For NCAA Basketball. *Naval Research Logistics*, (53), 1-25.

Noto, K., & Craven, M. (2008). *Learning Hidden Markov Models for Regression using Path Aggregation*. Uncertainty in Artificial Intelligence : Proceedings of the ... Conference. Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, 2008, 444–451.

Paton L., Troffaes M., Boatman N., Hussein M, & Hart A. (2014). Multinomial Logistic Regression on Markov Chains for Crop Rotation Modelling. *Springer International Publishing Switzerland*, IPMU, Part III, CCIS 444, 476-485.

Régis D., & Artes R. (2016). Using multi-state markov models to identify credit card risk. *PRODUCTION*, 26(2), 330-344. URL: http://dx.doi.org/10.1590/0103-6513.160814.

Sinha N., Islam M., & Ahamed K. (2011). Logistic Regression Models for Higher Order Transition Probabilities of Markov Chain for Analyzing the Occurrences of Daily Rainfall Data. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 10(1), 337-348. URL: http://digitalcommons.wayne.edu/jmasm.

Uchwat Ch., & MacLeod D. (2012). *Case Studies of Regression and Markov Chain Models*. Pavement Performance Case Studies Session of the 2012 Conference of the Transportation Association of Canada Fredericton, New Brunswick, 1-19.