

## DIFFERENT APPROACHES IN DETERMINING THE VEHICLES SPEED IN ROAD ACCIDENTS<sup>1</sup>

**Assoc. Prof. Daniel Lyubenov, PhD**

Department of Transport,  
“Angel Kanchev” University of Ruse  
Phone: (+359) 082 888 605  
E-mail: dliubenov@uni-ruse.bg

***Abstract:** in this work is presented metematichen model to determine the vehicle speed based on the Law of conservation of momentum. Two different approaches to determining vehicle speeds at the beginning of an impact are presented. A real example from expert practice has shown that both approaches can be used, and it should be noted that each of them has advantages, which are expressed to different degrees depending on the specific accident.*

***Keywords:** Momentum 360, Vehicle Accident Reconstruction, Collision Speed.*

***JEL Codes:** L91*

### ВЪВЕДЕНИЕ

Движението по улиците и пътищата поражда сериозни проблеми за обществото – загинали, ранени, материални щети и др. През 2019 година по пътища на България при пътнотранспортни произшествия (ПТП) са загинали 628 души (SARS 2019).

Разкриването на обективната истина в гражданския или наказателния процес изисква да бъдат изяснени обстоятелствата, свързани с ПТП - механизма на тяхното развитие, причините за възникване и възможностите за предотвратяване. Това се постига чрез експертно изследване на ПТП и изготвяне на атотехнически експертизи. Те се извършват с помощта на методите и средствата на научните изследвания, съчетани с логическия анализ и инженерни изчисления (Gelkov, J., & Lyubenov, D., 2014; Lyubenov, D., Kirilov, F., 2019).

### ИЗЛОЖЕНИЕ

За определяне на скоростите на превозните средства в различни моменти от механизма на произшествието се използват различни методи (Lyubenov, D. Gelkov, J, 2017; Karapetkov, S., Dimitrov, L., Uzunov, Hr., Dechkova, S., 2019; Wood, D., 1992; Brach, R., & Brach, M., 2011; Lyubenov, D., 2019). В експертната практика е много важно експертите да познават същността и приложимостта на всеки от тях.

Един от често използваните в България методи се основава на *Закона за запазване на количеството на движение* на система от двата автомобила (Аускок, 2015; Lyubenov, 2019; Struble, 2014). В експертната практика този метод е известен под името *Momentum 360*. Този закон има следния вид

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (1)$$

където  $m_{1,2}$  са масите на автомобилите;  $V_{1,2}$  и  $u_{1,2}$  – векторите на скоростите на масовите центрове на автомобилите преди и след удара.

Този метод може да се използва, ако се знае точното направление на движение на автомобилите преди удара. Направлението на скоростите на масовите центрове след удара се

<sup>1</sup> Докладът е представен на пленарната сесия на 13 ноември 2020 с оригинално заглавие на български език: РАЗЛИЧНИ ПОДХОДИ ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СКОРОСТТА НА ПРЕВОЗНИ СРЕДСТВА ПРИ ПЪТНИ ПРОИЗШЕСТВИЯ

приема по правата, свързваща масовия център на дадения автомобил в момента на удара и този след ПТП. Ако траекторията на масовия център е крива, ъгълът на скоростта му след удара трябва да се коригира. При ПТП от вида на челните удари методът може да има ограничено приложение. Точността на този метод се определя основно от избора на средния коефициент на съпротивление и достоверността на въведените ъгли (Karapetkov, 2005).

### Математичен модел

Методиката и използваният математичен модел при този метод могат да бъдат разделени на три основни етапа.

#### Определяне на скоростите след удара

Скоростите на автомобилите след удара могат да бъдат определени по зависимостта

$$u = \sqrt{2g(\varphi S + \varphi R\gamma)} \quad (2)$$

където  $\varphi$  е коефициентът на сцепление;  $g$  – земното ускорение,  $m/s^2$ ;  $S$  - преместването на масовия център на автомобилите след удара,  $m$ ;  $R$  – радиусът на завъртане на автомобилите,  $m$ ;  $\gamma$  – ъгълът на завъртане на автомобилите след удара,  $rad$ .

#### Определяне на скоростите в началото на удара

Използва се система от две уравнения от следния вид

$$\sum X_i \Rightarrow m_1 V_1 \cos \alpha_1 + m_2 V_2 \cos \alpha_2 = m_1 u_1 \cos \beta_1 + m_2 u_2 \cos \beta_2; \quad (3)$$

$$\sum Y_i \Rightarrow m_1 V_1 \sin \alpha_1 + m_2 V_2 \sin \alpha_2 = m_1 u_1 \sin \beta_1 + m_2 u_2 \sin \beta_2. \quad (4)$$

където  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  са съответно ъглите на векторите на скоростите на масовия център на автомобилите преди и след удара.

След решаване на системата, скоростите в началото на удара се определят по зависимостите

$$V_1 = \frac{m_1 u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_2) + m_2 u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{m_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}; \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{m_1 u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_1) + m_2 u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_1)}{m_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (6)$$

#### Определяне на началните скорости

При наличие на данни за спиране на автомобила преди удара началните скорости могат да се определят по зависимостта

$$V_{3,4} = 0,5 t_y a + \sqrt{V_{1,2}^2 + 2a S_{cl}} \quad (7)$$

където  $t_y$  е времето за увеличаване на спирачното закъснение,  $s$ ;  $S_{cl}$  – дължината на спирачните следи,  $m$ ;  $a$  - спирачното закъснение по време на спирането,  $m/s^2$ .

$$a = \varphi g \quad (8)$$

### Подходи на работа на примера на реално ПТП

Начинът на работа за различните подходи ще бъде представен с реален пример от експертната практика.

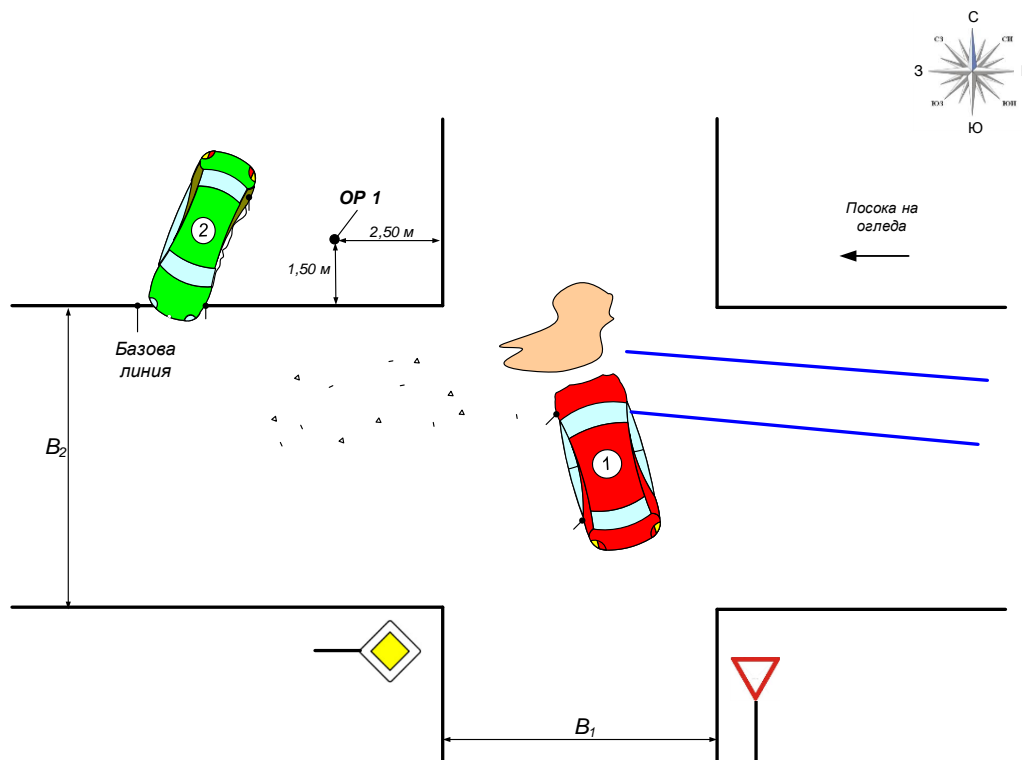
Данни от протокол за оглед на място на ПТП: Местопроизшествието е възникнало на кръстовище между две улици. Улица 1 е с широчина на платното за движение  $B_1=6,3$  m, а

улица 2 -  $B_2=7,0$  m. Пътната настилка към момента на огледа е била суха. За ориентир (ОП1) на огледа е избран стълб от уличното осветление. Той е разположен в северозападния ъгъл на кръстовището на разстояние 1,50 m от северния бордюр на улица 2 и на 2,5 m от западния бордюр на улица 1. За базова линия се прие северния бордюр на улица 2. Посоката на огледа е от изток на запад.

*Разположението на двете МПС:* автомобил 1 е разположен в средата на кръстовището с предна част насочена на север. Предното ляво колело на автомобила се намира на разстояние 5,1 m преди ориентира и на разстояние 2,6 m вляво от базовата линия. Задното ляво колело се намира на разстояние 5,6 m преди ориентира и на разстояние 4,9 m вляво от базовата линия; автомобил 2 е разположен след кръстовището в западна посока с предна част насочена на югозапад. Предното ляво колело на автомобила е на разстояние 3,0 m след ориентира и върху базовата линия. Задното ляво колело е разположено на разстояние 2,0 m след ориентира и на разстояние 2,5 m вдясно от базовата линия.

*Следи и предмети по платното за движение:* по улица 2 се намериха спирачни следи с дължина 10 m. Те започват на разстояние 15 m преди ориентира и завършват на разстояние 6,0 m преди ориентира; пред автомобил 1 се намери петно от течност с размери 3 на 2 m; между двата автомобила има разпръснати множество парчета стъкла и пластмаси.

По данни от протокола за оглед за конкретното произшествие се начертава скица на мястото на ПТП (фиг. 1).



Фиг. 1. Скица на мястото на ПТП

С отчитане на доказателствата и находките, описани в протокола за оглед, деформациите по автомобилите (автомобил 1 - предната броня, фаровете, предния капак, двата предни калници; по автомобил 2 - преден ляв калник, левите врати, задния ляв калник, средната колона, стъкло предно и на левите врати, левия праг) и показанията на свидетелите (свидетел 1 „... *Наближихме кръстовището с ул. 1... Малко преди да навлезем в кръстовището видях, че по ул. 1 в посока север, се движи автомобил, червен на цвят... Удари ни странично когато влязохме в кръстовището... в лявата страна на автомобила*

ни...”; свидетел 2 „... Движейки се в дясното платно, аз приближих кръстовище. Продължих направо... В този момент по ул. 1 видях, че навлезе в кръстовището с висока скорост, червен голям автомобил ... Удари ни с предната си част в ляво на нашия автомобил. Автомобилът ни се завъртя и спря...” се определя мястото на началото на удара. След това се начертават положенията на автомобилите в началото на удара (фиг. 2).

Скоростите на автомобилите след удара и за двата подхода за конкретния пример съгласно зависимост (2) и данните от фиг. 2 и 3 са

- автомобил 1:

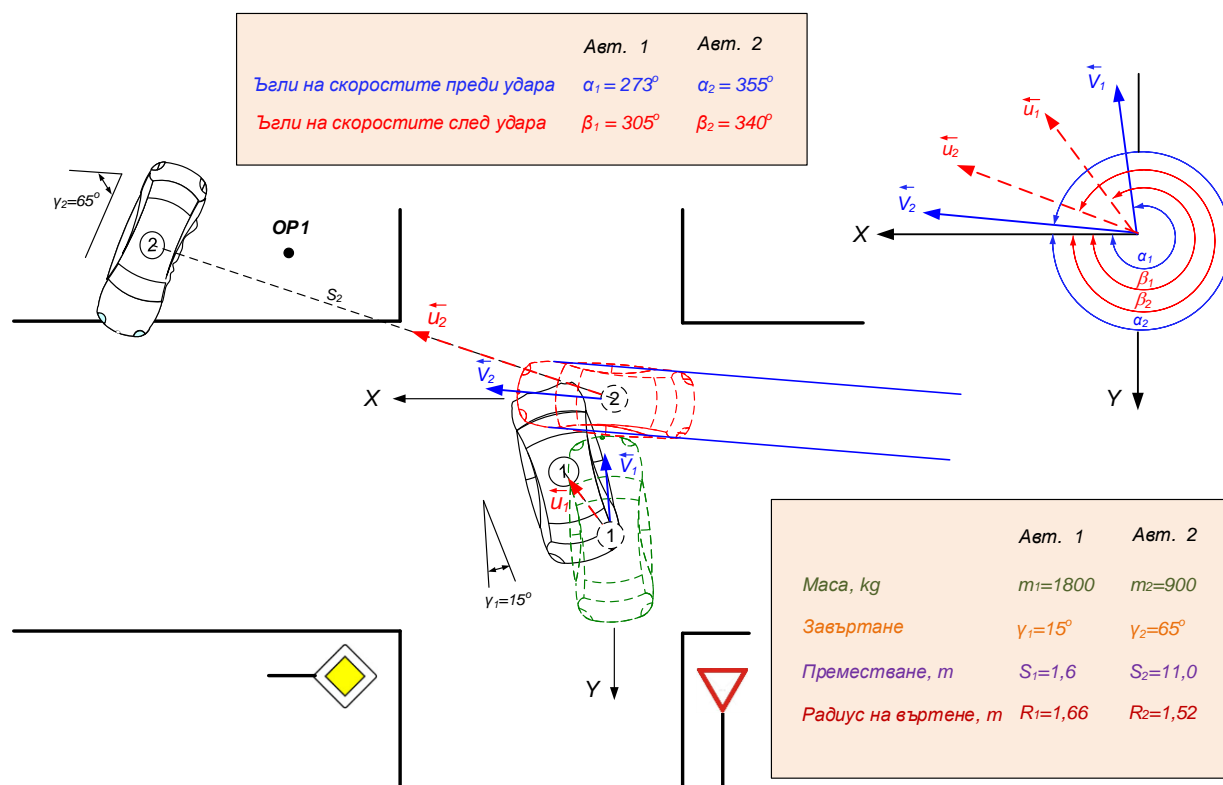
$$u_1 = \sqrt{2.9,81(0,7.1,6 + 0,7.1,66.0,26)} = 5,29 \text{ m/s} (19,03 \text{ km/h}) \quad (9)$$

- автомобил 2:

$$u_2 = \sqrt{2.9,81(0,7.1,11 + 0,7.1,52.1,13)} = 13,22 \text{ m/s} (47,59 \text{ km/h}) \quad (10)$$

### Подход 1

При този подход за определяне на скоростите в началото на удара се избира правоъгълна координатна система “ХУ”, като ос “Х” се насочва по оста на платното за движение. За конкретния случай по оста на платното за движение на автомобил 2 (фиг. 2).



Фиг. 2. Положения на автомобилите и вектори на скоростите в началото и след удара

Построяват се векторите на скоростите на автомобилите в началото и след удара. При този подход се спазва условието ъглите на скоростите на автомобилите да се измерват от ос “Х” обратно на часовниковата стрелка. При това условие за конкретния пример като се използват данните за масите, скоростите на автомобилите след удара (9 и 10) и измерените

Ъгли съгласно подход 1 (фиг. 2) се получава следната система от уравнения за скоростите на автомобилите в началото на удара

$$V_1 = \frac{m_1 u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_2) + m_2 u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{m_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} =$$

$$= \frac{2000 \cdot 5,29 \sin(305^\circ - 355^\circ) + 1000 \cdot 13,22 \sin(340^\circ - 355^\circ)}{2000 \sin(273^\circ - 355^\circ)} = \quad (11)$$

$$= 5,82 \text{ m / s } (20,95 \text{ km / h})$$

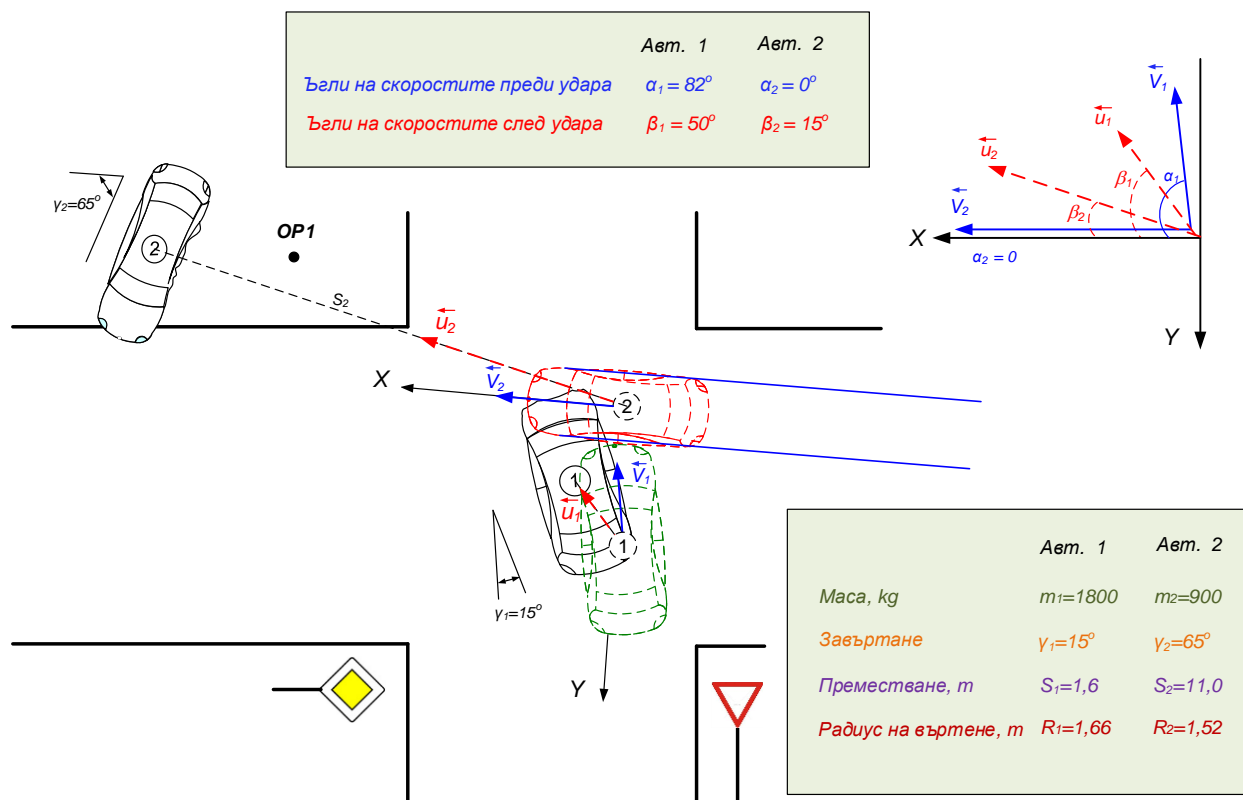
$$V_2 = \frac{m_1 u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_1) + m_2 u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_1)}{m_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)} =$$

$$= \frac{2000 \cdot 5,29 \sin(305^\circ - 273^\circ) + 1000 \cdot 13,22 \sin(340^\circ - 273^\circ)}{1000 \sin(355^\circ - 273^\circ)} = \quad (12)$$

$$= 17,95 \text{ m / s } (64,62 \text{ km / h})$$

### Подход 2

При този подход за определяне на скоростите в началото на удара се избира правоъгълна координатна система “XY”, като ос “X” съвпада с вектора на скоростта преди удара на един от автомобилите. За конкретния пример с вектора на скоростта на автомобил 2 (фиг. 3).



Фиг. 3. Положения на автомобилите и вектори на скоростите в началото и след удара

При този подход се спазва условието ъглите на скоростите на автомобилите да се измерват до ос “X”. При това условие за конкретния пример, като се използват данните за масите, скоростите на автомобилите след удара (9 и 10) и измерените ъгли съгласно подход 2

(фиг. 3), с отчитане, че всички вектори са в един квадрант и за удобство може да бъдат представени със знак плюс при проектиране по ос Y, се получават следните проекции на различните вектори върху двете оси:

- по ос Y:

$$\sum Yi \Rightarrow m_1 V_1 \sin \alpha_1 + m_2 V_2 \sin \alpha_2 = m_1 u_1 \sin \beta_1 + m_2 u_2 \sin \beta_2 .$$

$$2000 V_1 \sin 82^\circ + 1000 V_2 \sin 0^\circ = 2000 \cdot 5,29 \sin 50^\circ + 1000 \cdot 13,22 \sin 15^\circ \quad (13)$$

$$1980,54 V_1 + 0 = 11526,34$$

$$V_1 = 5,82 \text{ m/s} (20,95 \text{ km/h})$$

- по ос X:

$$\sum Xi \Rightarrow m_1 V_1 \cos \alpha_1 + m_2 V_2 \cos \alpha_2 = m_1 u_1 \cos \beta_1 + m_2 u_2 \cos \beta_2$$

$$2000 V_1 \cos 82^\circ + 1000 V_2 \cos 0^\circ = 2000 \cdot 5,29 \cos 50^\circ + 1000 \cdot 13,22 \cos 15^\circ \quad (14)$$

$$2000 \cdot 5,82 \cdot 0,139 + 1000 V_2 \cdot 1 = 2000 \cdot 5,29 \cdot 0,643 + 1000 \cdot 13,22 \cdot 0,966$$

$$V_2 = 17,95 \text{ m/s} (64,62 \text{ km/h})$$

При този подход поради условието, че ос "X" съвпада с вектора на скоростта преди удара, при проектиране по ос "Y" се получава уравнение с едно неизвестно, което математически е лесно решимо.

Съгласно данните от протокола за оглед са намерени спирачни следи. Скоростта на автомобил 2 в началото на спирането е

$$V_3 = 0,5 t_y a + (V_2^2 + 2 a S_{cl})^{1/2} = 0,5 \cdot 0,47 + (17,95^2 + 2 \cdot 7 \cdot 10)^{1/2} =$$

$$= 22,90 \text{ m/s} (82,40 \text{ km/h}) \quad (15)$$

където  $t_y$  е времето за увеличаване на спирачното закъснение, s;  $S_{cl}$  – дължината на спирачните следи, m;  $a$  - спирачното закъснение в конкретните условия, m/s<sup>2</sup>.

Сравнявайки резултатите от двата подхода (зависимости 11 и 12 с 13 и 14) се установява, че резултатите за скоростите в началото на удара са еднакви. Това доказва приложимостта и на двата подхода за конкретното ПТП. Разгледаните подходи имат предимства, които се изразяват в различна степен в зависимост от конкретните произшествия при които се използват.

## ИЗВОДИ

Представен е математичен модел за определяне на скоростите на превозни средства, базиран на *Закона за запазване на количеството на движение*.

Представени са два различни подхода за определяне на скоростите на превозни средства в началото на удара.

Чрез реален пример от експертната практика е установено, че и двата подхода могат да бъдат приложими за определени ПТП, като следва да се отбележи, че всеки един от тях има предимства и ограничения, които се изразяват в различна степен в зависимост от конкретното произшествие.

Докладът отразява резултатите от работата по проект №2020-ФТ-02, финансиран от фонд „Научни изследвания“ на Русенския университет.

## REFERENCES

Aycock, E. (2015). *Accident Reconstruction Fundamentals. A Guide for Understanding Vehicle Collisions*. Amazon.

Brach, R., & Brach, M. (2011). *Vehicle Accident Analysis and Reconstruction Methods*.

Gelkov, J., & Lyubenov, D. (2014). Traffic safety. University of Ruse, Ruse. (**Оригинално заглавие:** Гелков, Ж.Р., Любенов Д., 2014. Безопасност на движението. РУ, Русе).

Karapetkov, S., Dimitrov, L., Uzunov, Hr., & Dechkova, S. (2019). *Identifying vehicle and collision impact by applying the principle of conservation of mechanical energy*. Transport and Telecommunication Vol. 20, no. 3, 2019, 191–204, DOI 10.2478/ttj-2019-0016.

Karapetkov, S., Dimitrov, L., Uzunov, Hr., & Dechkova, S. (2019). *Examination of vehicle impact against stationary roadside objects*. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 659 (2019) 012063 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/659/1/012063.

Lyubenov, D. (2019) *Expert Investigation of Cars Accidents*. University of Ruse. (**Оригинално заглавие:** Любенов Д., 2019. Експертно изследване на пътнотранспортни произшествия с автомобили. Издателство Русенски университет, Русе).

Lyubenov, D., & Gelkov, J. (2017). *Road Accidents Analysis and Reconstruction*. University of Ruse. (**Оригинално заглавие:** Любенов Д., Гелков Ж., 2017. Анализ и реконструкции на пътнотранспортните произшествия. Издателство Русенски университет, Русе).

Lyubenov, D., & Kirilov, F. (2019). *A Study of the Influence of Input Parameters on Output Results for the Delta V Method*. Proceedings of University of Ruse 2019, Volume 58, Book 4, p. 170-176.

Struble, D. (2014). *Automotive Accident Reconstruction. Practices and Principles*. Taylor & Francis Group.

<https://www.sars.gov.bg/> 2019 Annual activity report of State Agency