

**APPLICATION OF THE BLOCK MAXIMA METHOD IN ANALYSIS OF
CRUDE BRENT OIL FUTURES, USING MATLAB ⁶**

Byulent Idirizov, PhD Student

Department of Mathematics,
University of Ruse
E-mail: bidirizov@uni-ruse.bg

Assoc. Prof. Iliya Bryanov

Chief Actuary at Allianz Bulgaria, Sofia, Bulgaria
Department of Applied Mathematics and Statistics,
University of Ruse
E-mail: ibryanov@yahoo.com

Abstract: The paper reviews the block maxima (BM) approach in the analysis of extreme values of Crude Brent Oil with set of data for the period from 01.01.1982 to 31.12.2019. The Block Maxima method divides sample data into equal blocks. Predictions are based on the maximum values of the observations. A model is proposed to calculate the parameters of the distribution function of the maxima using the third order Householder's method.

Keywords: Crude, Brent, Maximums, Block, Minimums, Extremum, Model, Oil, Analysis, London Brent, Brent Sweet, Light Crude, Oseburg, Ekofisk, Forties

ВЪВЕДЕНИЕ

Суров Брент (Crude Brent) е водещият световен ценови показател за суров петрол от Атлантическия басейн. Над половината от международно търгувания суров петрол се котират като производни на Брент, тъй като тази суровина е най-широко търгуваната суровина на международния петролен пазар. Представен е модел и анализ на екстремалните стойности на Суров Брент Петрол използвайки метода на Блок Максимумите.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Методът на Блок Максимумите е теория за екстремните стойности, състояща се в разделяне на наблюдаваните периоди в припокриващи се със сходни размери, ограничавайки вниманието на максималното наблюдение през всеки период. Така създадените нови наблюдения следват - при екстремни условия - приблизително екстремно разпределение на стойността. След това към тези наблюдения се прилагат параметрични статистически методи за разпределение на екстремните стойности. Обикновено се приема за дадено, че максимумите на блока следват много добре разпределението на екстремалните стойности.

1. Граничен закон за блок максимумите

Ако с $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ са обозначени Блок Максимумите, където X_1, X_2, \dots, X_n са независими еднакво разпределени случайни величини, n е размера на всеки блок, P е вероятност и H е екстремална функция на разпределение. То при определени обстоятелства може да се докаже, че съществуват нормализиращи константи d_n и C_n такива, че:

$$P\left\{\frac{M_n - d_n}{C_n} \leq x\right\} = F(c_n x + d_n)^n \rightarrow H(x);$$

⁶ Докладът е представен на конференция на Русенския университет на 13 ноември 2020 г. в секция Математика информатика и физика с оригинално заглавие на български език: ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОДА НА БЛОК МАКСИМУМИТЕ ПРИ АНАЛИЗ НА ФЮЧЪРСИ НА СУРОВ БРЕНТ ПЕТРОЛ, ИЗПОЛЗВАЙКИ MATLAB.

Граничният закон за блок максимумите се представя от следната теорема:

Теорема: (Fisher-Tippett (1928), Boris Vladimirovich Gnedenko (1943)) Нека (X_n) да бъде последователност от независими случайни величини. Ако съществуват константи $C_n > 0$, $d_n \in \mathbb{R}$ и някоя недегенеративна функция на разпределение H такива, че:

$$\frac{M_n - d_n}{C_n} \xrightarrow{d} H,$$

тогава H принадлежи към една от трите стандартни екстремални функции на разпределение:

$$\text{Frechet: } \Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-x^{-\alpha}}, & x > 0 \end{cases} \alpha > 0;$$

$$\text{Weibull: } \Psi_\alpha(x) = \begin{cases} e^{-(-x)^\alpha}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \alpha > 0;$$

$$\text{Gumbel: } \Lambda(x) = e^{-e^{-x}}, x \in \mathbb{R};$$

На които разпределения Jenkinson (1955) и Von Mises (1954) предлагат еднопараметрично представяне, наричано обобщена функция на разпределение на екстремалната стойност:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} e^{-(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}}}, & \text{ако } \xi \neq 0 \\ e^{-e^{-x}}, & \text{ако } \xi = 0 \end{cases} \text{ където, } 1 + \xi x > 0;$$

Разпределението на Frechet се получава при $\xi = \alpha^{-1}$, разпределението на Weibull при $\xi = -\alpha^{-1}$, а разпределението на Gumbel като граница се получава като граничен случай при $\xi \rightarrow 0$. Това представяне може да се обобщи като се използва следното три-параметрично представяне:

$$H_{\psi, \xi, \mu}(x) = H_\xi\left(\frac{x - \mu}{\psi}\right) = e^{-\left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\psi}\right)_+^{-\frac{1}{\xi}}},$$

където $(y)_+ = \max(y, 0)$ и

$$x \in D, D = \begin{cases} \left[-\infty, \mu - \frac{\psi}{\xi}\right], & \xi < 0; \\ [-\infty, \infty], & \xi = 0; \\ \left[\mu - \frac{\psi}{\xi}, \infty\right], & \xi > 0; \end{cases}$$

където μ е параметър за местоположението, $\psi > 0$ е мащабиращ параметър и ξ е параметър на формата. Величините, с които може да се оцени риска са квантилите измерващи нивото на доходност:

$$R^k = H_{\psi, \xi, \mu}^{-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right),$$

където \hat{R}^k е оценка на риска при ниво на доходност за период от k години. Като заместим ξ , μ и ψ с техните оценки $\hat{\xi}$, $\hat{\mu}$ и $\hat{\psi}$ получаваме:

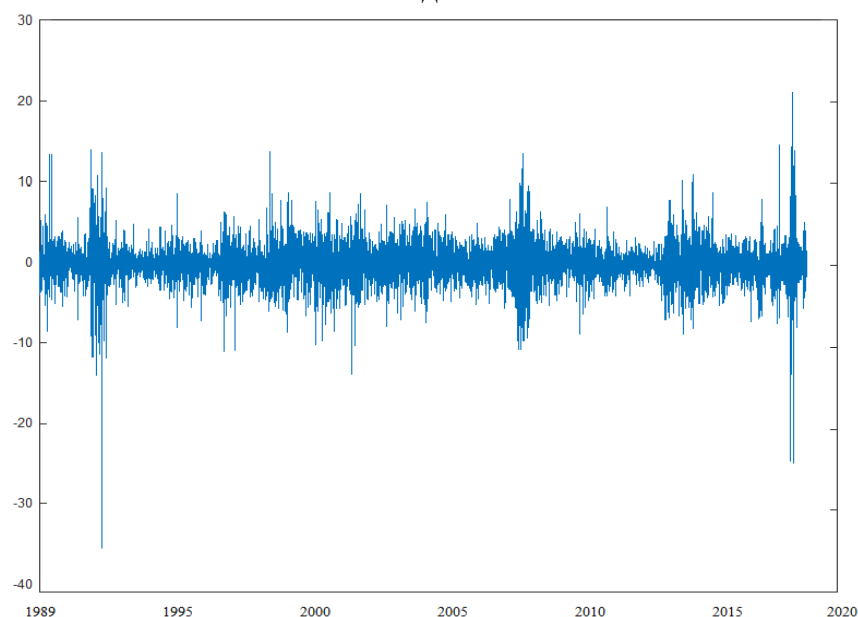
$$\hat{R}^k = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\psi}}{\hat{\xi}} \left(1 - \left(-\ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right)^{-\hat{\xi}}\right), & \hat{\xi} \neq 0; \\ \hat{\mu} - \hat{\psi} \left(-\ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right), & \hat{\xi} = 0. \end{cases}$$

2. Оценка на пазарния риск на Суров Брент Петрол

Брент Петрол се добива в Северно море и стойността му се използва за определяне на близо две трети от световните доставки на суров петрол в световен мащаб. Стоката има срокове за доставка през цялата година и цената е в долари, като търговците оперират на Междуконтиненталната борса (ICE) и всеки договор се равнява на 1000 барела. Наричана е също Brent Crude или London Brent и включва няколко различни категории на суров нефт, като Brent Sweet Light Crude, Oseburg, Ekofisk и Forties. При продажбите на Запад, доставчиците на петрол в Европа, Африка и Близкия изток често оценяват своя петрол според стойността на Суров Брент на ICE. Суров Брент е сравнително стабилен от края на 80-те до началото на 2000-те - освен значителния скок през 1990 г. и спада през 1999 г., след 2004 г. започва стабилно покачване, достигайки своя пик през юли 2008 г. около \$ 145, преди отново да се понижи през следващите месеци.



Фиг. 1. Стойности на Суров Брент Петрол за периода от 01.01.1989 до 31.12.2019

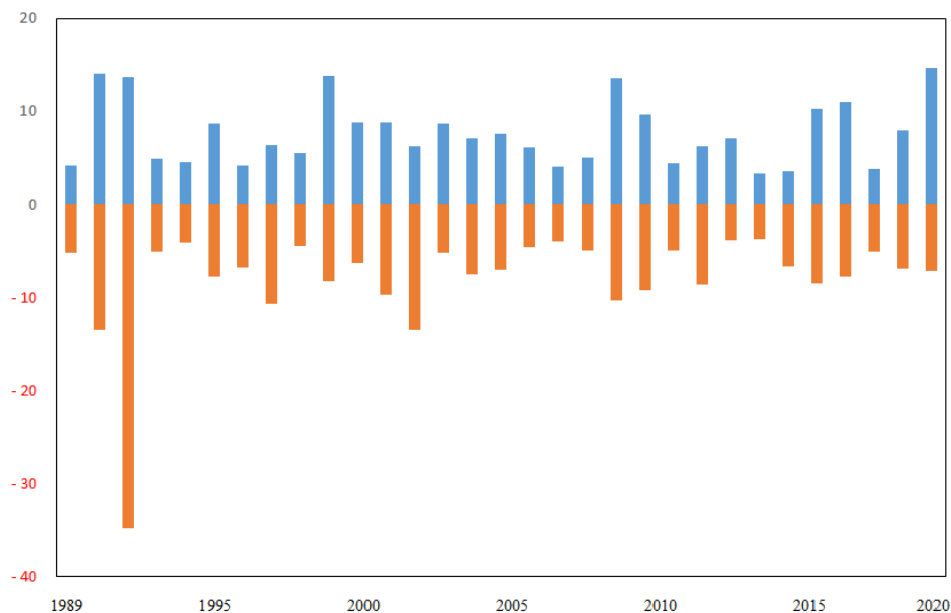


Фиг. 2 Дневни доходности на фючърса Crude Brent C1

Чрез използване на стойностите на фючърсите на Суров Брент Петрол за периода от 01.01.1989 до 31.12.2019 ще илюстрираме оценка на разпределението на опашката за серия от данни и ще използваме получените резултати за да оценим пазарния риск.

На фигура 2. са представени дневните доходности (Ret) на фючърса Crude Brent C1. Като дневните доходности са изчислявани с формула $Ret = \frac{Price(i)}{Price(i-1)} - 1$, вместо с $Ret = \ln\left(\frac{Price(i)}{Price(i-1)}\right)$, понеже има случаи, в които цената на даден фючърс може да достигне отрицателни стойности. Промяната от положителна до отрицателна стойност или от отрицателна до положителна стойност може да бъде описана използвайки първата формула.

С цел избягване на сезонността са разгледани максимумите и минимумите за периоди от една година. Дължините на отделните периоди са различни, понеже броят на работните дни във всеки един период е различен. (фиг. 3)



Фиг. 3. Годишни минимуми и максимуми на доходността на фючърса Crude Brent C1

За анализ на параметрите ще използваме метода на максималното правдоподобие. Функцията на максимално правдоподобие, на която трябва да намерим максимумите е:

$$L(\xi, \mu, \psi, x) = \sum_{i=1}^n \ln(h(x_i)), x_i \in M.$$

При минимумите умножаваме x_i с -1 . Плътноста на разпределение $h(x_i)$ има вида:

$$h(\xi, \mu, \psi, x) = \begin{cases} \frac{1}{\psi} \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\psi}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} \exp\left(-\left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\psi}\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right); & \xi \neq 0, \quad 1 + \xi \frac{x - \mu}{\psi} > 0; \\ \frac{1}{\psi} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\psi}\right) \exp\left(-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\psi}\right)\right); & \xi = 0; \end{cases}$$

За целта на анализа ще използваме разпределението на Frchet, като частен случай на обобщеното представяне, при който: $\xi = \alpha^{-1}$, $\mu > 0$ и $\psi = f(\xi, \mu)$, $\psi > 0$, където в нашия случай избираме $\psi = \xi * \mu$. В представения модел за намиране на α ще бъде използван метода на Хоусхолдър от трети ред, докато μ ще бъде определян произволно чрез симулации с равномерно разпределение на стойностите между две зададени граници. Оптималните стойности на μ и α ще бъдат избрани според определен критерий. Понеже е прието да се предполага, че екстремното наблюдение или наблюдение близко до него е налице за всеки един блок, в случая нашите критерии са:

$$\min(\text{ratio}_R), \text{ където } \text{ratio}_R = \left| \frac{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{R^i}{x_i}\right)\right)}{n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{R^i}\right)\right)}{n} \right|, \text{ при } k \in \mathbb{N}; i \in [1: n]; \text{ и } R^n \geq x_n.$$

Трябва да се обърне внимание, че разпределението на Frchet има полиномиално намаляваща опашка и следователно, е подходящо за разпределения с тежки опашки

(t-разпределение, разпределение на Парето). Адекватността на модела е право пропорционална на броя данни, с които се прави изследването.

За разпределението на Frechet ще имаме:

$$L(\alpha, \mu, x) = n * \log\left(\frac{\alpha}{\mu}\right) - (\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \ln\left(1 - \frac{\mu - x_i}{\mu}\right) - \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\mu - x_i}{\mu}\right)^{-\alpha},$$

където плътността на разпределението е:

$$h = \alpha \cdot \mu \cdot \left(1 - \frac{\mu - x}{\mu}\right)^{-(\alpha+1)} \cdot \exp\left(-\left(1 - \frac{\mu - x}{\mu}\right)^{-\alpha}\right), x > 0.$$

Тогаво максимално правдоподобната оценка за α се получава от уравнението:

$$\frac{\partial L(\alpha, \mu, x)}{\partial \alpha} = 0, \Leftrightarrow f(\alpha, \mu) = \frac{n}{\alpha} - \sum_{i=1}^n \ln\left(1 - \frac{\mu - x_i}{\mu}\right) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\mu - x_i}{\mu}\right)^{-\alpha} \ln\left(1 - \frac{\mu - x_i}{\mu}\right) = 0.$$

Ще обозначим накратко $f(\alpha, \mu)$ с f . За решаване на това нелинейно уравнение ще използваме метода на Хоусхолдър от трети ред, с $\hat{\alpha}_0 = 1$

$$\hat{\alpha}_{i+1} = \hat{\alpha}_i - \frac{6ff'^2 - 3f^2f''}{6f'^3 - 6ff'f'' + f^2f'''};$$

Оценката на R_n^k се опростява до:

$$\hat{R}^k = \hat{\mu}(-\ln(1 - k^{-1}))^{-\hat{\alpha}^{-1}}.$$

3. Анализ на фючърсен портфейл при хеджиране с фючърси на Суров Брент Петрол

Надеждните фючърсни портфейли трябва да имат достатъчно голям свободен капитал, така че да могат да покрият загуби породени от големи рискове, които могат да настъпят веднъж на няколко години. За изчисляване на нужния свободен капитал на фючърсните портфейли търгувачи с Фючърси на Суров Брент Перол С1, ще използваме следната формула:

$$P_N = P_0 + SP * \hat{R}^k * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i),$$

където P_N е крайната стойност на портфейла, P_0 е началният свободен капитал на портфейла, SP е текуща цена за търгувана единица (spot price), V_i е количество търгувани единици за заета позиция, L_i е лъвиридж на заета позиция, $p = +1$ при дълга позиция и $p = -1$ при къса позиция, n е общия брой позиции, и i е № позиция. С условието, че P_N трябва да бъде по-голямо от 0 ($P_N > 0$ и $P_0 > 0$). Съответно:

$$P_N = P_0 + SP * \hat{R}^k * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) > 0, \text{ когато } \hat{R}^k \text{ е оценка на максимумите;}$$

и

$$P_N = P_0 + SP * -\hat{R}^k * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i) > 0, \text{ когато } \hat{R}^k \text{ е оценка на минимумите.}$$

При анализ на портфейл, състоящ се от къси позиции трябва да се използва \hat{R}^k оценката на максимумите, докато при анализ на портфейл, състоящ се от дълги позиции трябва да се използва \hat{R}^k оценката на минимумите, следователно:

$$P_0 > -SP * \hat{R}^k * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i), \text{ при } \hat{R}^k = \text{оценка на максимумите;}$$

и

$$P_0 > -SP * -\hat{R}^k * \sum_{i=1}^N (p_i * L_i * V_i), \text{ при } \hat{R}^k = \text{оценка на минимумите.}$$

Тук остава отворен въпроса при определяне на SP, дали тя да бъде реално текущата цена или да бъде нейна оценка от направен анализ на поведението на спот цената за минал период от време?

4. Резултати

За провеждане на анализа на блок максимумите са извършени изчисления с в Програмна среда Матлаб. Оценките и анализа на получените резултати са описани в следващите подточни.

4.1. Анализ на разпределението на Максимумите - Q-Q плот

Повечето финансови серии са с тежки опашки. Графиката на квантилите дава възможност да се оцени качеството на приближението на сериите с параметричния модел.

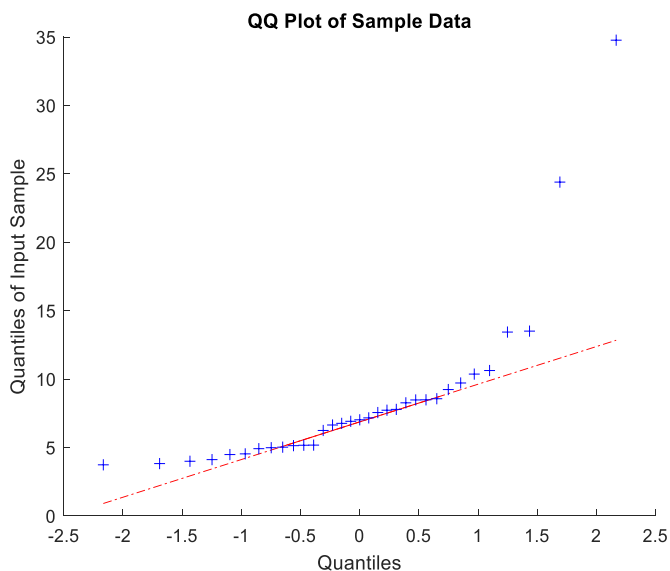
Нека X_1, X_2, \dots, X_n са независими еднакво разпределени случайни величини, където $X_{n,n} < \dots < X_{1,n}$ са подредените данни с емпирична функция на разпределение F_n . Тогава $F_n(X_{k,n}) = (n - k + 1)/n$.

Графиката на квантилите (Q-Q графика) се определя от множеството точки, където F е оценената функция на разпределение на данните:

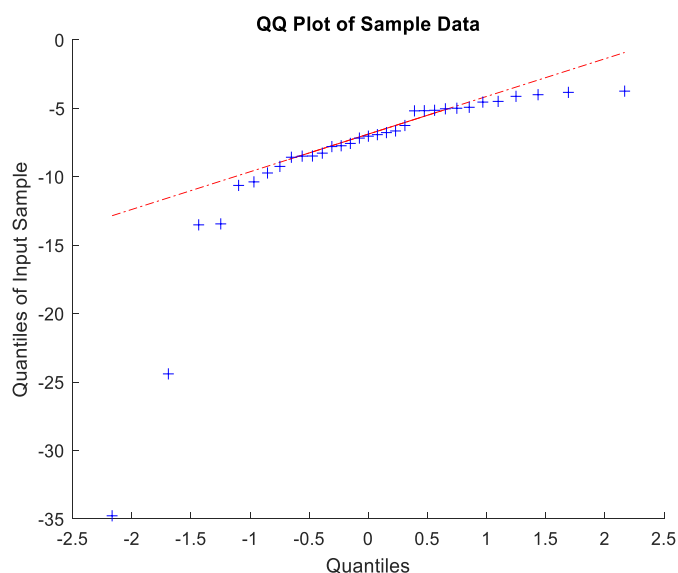
$$\left\{ X_{k,n}, F^{-1} \left(\frac{n - k + 1}{n} \right), k = 1, 2, \dots, n \right\}$$

При параметричен модел добре отговарящ на данните, тази графика трябва да има линейна форма. По този начин, графиката дава възможност да се сравнят различните оценени модели и да се избере най-добрият. Колкото по - линейна е Q-Q графиката, толкова по-добре приближава моделът. Също така, ако оригиналното разпределение на данните е повече или по-малко известно, Q-Q графиките могат да помогнат за откриването на крайни стойности (outliers). Този анализ също така дава възможност да се прецени доколко избраният модел приближава опашката на емпирично разпределение. Например, ако серията е оценена с нормално разпределение и ако емпиричните данни са с тежка опашка, графиката ще е изкривена нагоре в десния край и/или надолу в левия край.

На фигури 4 и 5 е показано графично, че разпределенията на екстремалните стойности са с тежки опашки, където серията от данни са оценени с нормално разпределение. Графиката на максимумите е изкривена нагоре в десния край, докато графиката на минимумите надолу в левия край, което показва че минимумите и максимумите на данните се описват с разпределение с тежки опашки, което е по-подходящо при моделиране на вероятности за по-големи и катастрофични стойности, характеризиращи се с по-силно изразена асиметрия.



Фиг. 4 Q-Q Графика на максимумите (скоковете)



Фиг. 5. Q-Q Графика на минимумите (спадовете)

4.2. Таблицы и анализ пазарен риск

Резултатите от анализа на пазарния риск на Суров Брент са показани в Таблица 1. При анализа на максимумите за $k = 10$, получаваме за нашите данни $\hat{R}^{10} = 11.2$, което означава, че максималното наблюдавано дневно повишение надхвърля 11.2% средно веднъж на десет години. По същия начин от $\hat{R}^{20} = 15.07$ можем да изведем, че максималното наблюдавано дневно повишение надхвърля 15.07% средно веднъж на двадесет години, от $\hat{R}^{25} = 16.56$, че максималното наблюдавано дневно повишение надхвърля 16.56% средно веднъж на двадесет и пет години или казано с други думи, веднъж на четвърт век. При анализа на минимумите, получаваме за нашите данни, че максималният наблюдаван дневен спад надхвърля 14.17% средно веднъж на десет години, средно веднъж на двадесет години максималният наблюдаван дневен спад надхвърля 24.65% и 29.38% средно веднъж на двадесет и пет години. Най-голямото дневно повишение на цената за наблюдаваните 31 години (1989 – 2019) е 14.61% през 2019г., докато най-голямият дневен спад е -34.77% през 1991 г.

Таблица 1

	Maximums	Minimums (-)
ξ	0.41302503	0.76865802
ψ	1.82570257	1.93209288
$\hat{\mu}$	4.42031948	2.51359229
$\hat{\alpha}$	2.42116078	1.30096866
\hat{R}^{10}	11.19727003	14.17494294
\hat{R}^{20}	15.07408355	24.65001062
\hat{R}^{25}	16.56491120	29.37934702
\hat{R}^{30}	17.88585720	33.88857842
\hat{R}^{40}	20.17802415	42.41448250
\hat{R}^{45}	21.19629959	46.48426140

От спада на цените губят играчите, заели дълги позиции, а печелят заелите къси позиции. Докато от повишението на цените губят играчите, заели къси позиции, а печелят заелите дълги позиции.

В таблица 2 са представени максималното наблюдаваните дневни промени (повишение и понижение) през периода от 01.01.2020 г. до 23.10.2020 г.

Таблица 2

	Maximum	Minimum (-)
2020	21.01859337	24.40359796

Максималното наблюдавано дневно повишение на цената на Суровият Брент Петрол през периода от 01.01.2020 г. до 23.10.2020 г. е 21.02%, което е равносилно на резултата получен, при $k = 45 (\hat{R}^{45})$ в гореописаният модел. През този период максималният наблюдаван дневен спад е 24.40%, равносилен на резултата от гореописаният модел, при $k = 20 (\hat{R}^{20})$.

Таблица 3

Година	Волатилност	Година	Волатилност	Година	Волатилност	Година	Волатилност
1989	1.5268%	1997	1.6622%	2005	1.8932%	2013	1.0647%
1990	3.4522%	1998	2.6309%	2006	1.6247%	2014	1.2498%
1991	3.3617%	1999	2.2433%	2007	1.6921%	2015	2.8059%
1992	1.1861%	2000	2.7115%	2008	3.4719%	2016	2.7976%
1993	1.3530%	2001	2.5234%	2009	2.8329%	2017	1.5086%
1994	1.7239%	2002	2.0773%	2010	1.6410%	2018	1.8813%
1995	1.2511%	2003	2.2030%	2011	1.8650%	2019	1.9690%
1996	2.3065%	2004	2.3234%	2012	1.4416%	2020	4.6593%

В таблица 3 са представени годишните волатилности на С1 Фючърс на Суров Брент Петрол за периода от 01.01.1989 г. до 23.10.2020 г. Прави впечатление, че през наблюдавания период най-висока е волатилността на фючърса през 2020 г. (01.01.2020 г. – 23.10.2020 г.). През 2020 г., при наличието на най-високата наблюдавана волатилност до сега, Методът на Блок Максимумите напълно успешно предвижда настъпилите драстични промени до текущият период на 2020 г. и екстремалните промени в цената не се разминават от предвижданията направени с описания модел, прилагащ Метода на Блок Максимумите.

4.3. Таблици и анализ на фючърси

Взимайки предвид цената на Суров Брент Петрол на 23.10.2020 г. ($SP = 41.77 USD/$ барел), и оценките на максимумите и минимумите в Таблица 1, е изчислен нужният начален свободен капитал за портфейл със заета 1 позиция ($n = 1$), ливъридж 1 ($L = 1$) и 1 лот търгувани единици (1 лот = 1000 барела), който трябва да покрива рискове възможни да настъпят веднъж на 10, 20, 25, 30, 40 и 45 години, съответно за максимумите при заети къси позиции ($p = -1$) и за минимумите при заети дълги позиции ($p = +1$). Резултатите за нужният начален свободен капитал при гореописания портфейл са представени в Таблица 4.

Таблица 4

k	Maximums	Minimums
10	4 677.10	5 920.87
20	6 296.44	10 296.31
25	6 919.16	12 271.75
30	7 470.92	14 155.26
40	8 428.36	17 716.53
45	8 853.69	19 416.48

Където може да се забележи, че взимайки предвид цената от на Суров Брент Петрол към 23.10.2020 г., с цел покриване на рискове настъпващи веднъж на 10 години, портфейл със заета 1 къса позиция, при ливъридж 1 и 1000 барела търгувани единици, трябва да има минимален свободен начален капитал от USD 4 677.10, а за рискове настъпващи веднъж на 45 години, съответният портфейл трябва да има минимален свободен начален капитал от USD 8 853.69. Аналогично за покриване на рискове настъпващи веднъж на 10 години, портфейл със заета 1 дълга позиция, при ливъридж 1 и 1000 барела търгувани единици, трябва да има минимален свободен начален капитал от USD 5 920.87, а за рискове настъпващи веднъж на 45 години, съответният портфейл трябва да има минимален свободен начален капитал от USD 19 416.48.

ИЗВОДИ

Предвид гореизложените резултати от анализа на блок максимумите можем да направим извода, че Суровият Брент Петрол има по-голям потенциал към рязко понижаване на своята стойност, отколкото към драстично повишение, съответно дългите позиции със малък резервен капитал крият голям риск при хеджиране на фючърси на суров брент. С развитието на технологиите и с появяването на алтернативни горива, склонността за ниски цени на петрола ще се увеличава. Постепенно се очаква да се наблюдават все повече драстични спадове в цената, възстановяването от които да става бавно, докато накрая не се задържи при достатъчно ниска цена, породена от свиването в потреблението и търсенето. Причините за ниското търсене могат да бъдат определени освен като икономически и като развитие на нови технологии. Днес, все повече се говори за зеления водород, който се очаква да замести напълно фосилните горива от пазарите в енергийния сектор.

Докладът отразява резултати от работата по проект № 2020-ФПНО-03 „Изследване на математически и дидактически модели с аналитични и числени методи”, финансиран от фонд „Научни изследвания“ на Русенския университет.

REFERENCES

- Bensalah, Y., (2000) Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review. Bank of Canada Working Paper 2000-20, Canada
- Brayanov, I., (2018) Financial and Insurance Risk Analysis, In "Mathematical modeling in finance, insurance and social affairs" in University of Ruse "Angel Kanchev"
- Caires, S. (2009) A comparative simulation study of the annual maxima and the peaks-over-threshold methods. SBW-Belastingen: subproject 'Statistics'. Deltares Report 1200264-002.
- Chestney, N., Abnett, K., (2020) Green hydrogen's time has come, say advocates eyeing post-pandemic world – Reuters (May 7, 2020)
- Ferreira, A., Haan, L. (2006) Extreme Value Theory: An Introduction. Springer, Boston, USA
- Dombry, C., Ferreira, A. (2019) Maximum likelihood estimators based on the block maxima method. Bernoulli 25, no. 3, 1690--1723. doi:10.3150/18-BEJ1032
- Ferreira A., Haan, L., (2015) On the block maxima method in extreme value theory, University of Lisbon, Portugal and Erasmus Univ Rotterdam, The Netherlands
- Gumbel, E. J. (1958) Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, USA
- Idrizov, B., (2019) Analysis of the hedging of portfolio with futures, University of Ruse, Ruse, Bulgaria
- Long, D., (1995) Oil Trading Manual, Published by Woodhead Publishing Ltd., Cambridge, England
- <https://www.onefinancialmarkets.com/market-library/uk-brent-oil> (Accessed on 10.10.2020)