

FRI-10.326-1-EEEE-02

A MODEL FOR SIMULATION OF SEPARATELY EXCITED DC MOTORS IN VIRTUAL ENVIRONMENTS²

Assoc. Prof. Boris Evstatiev, DSc

Department of Electronics,
University of Ruse Angel Kanchev
Tel.: +359 82 888 547
E-mail: bevstatiev@uni-ruse.bg

Assist. Prof. Katerina Gabrovska-Evstatieva, PhD

Department of Computer Science,
University of Ruse Angel Kanchev, Bulgaria
E-mail: kgg@ami.uni-ruse.bg

***Abstract:** The paper presents the development of an equivalent electrical circuit, which can be used for simulation of separately excited DC motors in virtual environments, such as EVEEE, MicroCap, etc. In the accepted system analogy, the rotation speed corresponds to voltage and the torque – to current. The mass moment of inertia corresponds to the electric capacitance of the circuit and the constant, which represents the friction corresponds to the electric resistance. The study presents simulation results for two scenarios – when the motor is operated at nominal rate and when the motor is less loaded. All results indicate that the developed equivalent circuit allows to perform simulations, which correspond to the operation characteristics of separately excited DC motors.*

***Keywords:** system analogy, DC motor, equivalent electric circuit, transient response, virtual environments.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Електрическите машини имат основна роля при осигуряване работата на съвременните промишлени предприятия. Ето защо изучаването на принципите и начините на тяхната работа традиционно е заложено във всички области на инженерното образование - електротехническо, машинно, транспортно, аграрно-индустриално и др.

От друга страна през 2020 и 2021 г. висшето образование беше изведено в дистанционна форма на обучение, във връзка със ситуацията ковид, което създаде редица проблеми за инженерното образование. Това показва, че университетите следва да са готови за такива сценарии с възможността за дистанционно и/или симулационно изследвания, включително по отношение на електрическите машини.

Съществуват редица начини за симулация на електрически машини, с помощта на различни софтуери, като например Матлаб. Но това включва редица ограничения, свързани с необходимостта студентите да инсталират локално (на домашните си компютри) съответните софтуерни приложения, които често са платени. От друга страна, съществуват редица напълно безплатни софтуери за симулация на електрически вериги, както такива които се инсталират локално, така и такива, които са уеб базирани.

Настоящото изследване е насочено към разработване на еквивалентни модели на електрически машини, които могат да бъдат приложени в софтуери за симулация за електрически вериги. Съществуват редица изследвания, които представят възможностите за създаване на системни аналогия между различни области на физиката. В Chaturvedi & Dharwadkar (2011) е разгледана аналогията между топлотехника и електротехника. Аналогично, в Ivanov (2016), Shneidman (2021) и Brick (2021) е представена системната аналогия между електротехника и механика при трансляционни (линейни) движения.

² Докладът е представен на 28 октомври 2022 с оригинално заглавие на български език: МОДЕЛ ЗА СИМУЛАЦИЯ НА ПОСТОЯННОТОКОВИ ДВИГАТЕЛИ С НЕЗАВИСИМО ВЪЗБУЖДАНЕ ВЪВ ВИРТУАЛНИ СРЕДИ

Съществуват и изследвания, разглеждащи системната аналогия между електротехниката и механиката при ротационни (въртеливи) движения (Mungan, 2012; Sannibale, 2012; Pavlov & Dimitrova, 2019).

Целта на настоящото изследване е да се разработи модел за симулация на постояннотокови двигатели с независимо възбуждане, на основата на системна аналогия между електротехниката и механиката.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Избор на системна аналогия между механиката при въртеливи движения и електротехниката

Известно е, че при постояннотокови двигатели с независимо възбуждане преходните процеси могат да се опишат със следните зависимости (Stefanov et al, 1972):

$$M = M_y \left(1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right) + M_{\text{нач}} \cdot e^{-\frac{t}{T_M}} \quad (1)$$

$$\omega = \omega_y \left(1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right) + \omega_{\text{нач}} \cdot e^{-\frac{t}{T_M}} \quad (2)$$

където M е моментната стойност на въртящия момент на двигателя, $N \cdot m$;

$M_{\text{нач}}$ – началният момент на двигателя, $N \cdot m$;

M_y – установената стойност на въртящия момент на двигателя, $N \cdot m$;

ω – моментната стойност на скоростта на въртене на двигателя, s^{-1} ;

$\omega_{\text{нач}}$ – началната стойност на скоростта на въртене на двигателя, s^{-1} ;

ω_y – установената стойност на скоростта на въртене на двигателя, s^{-1} ;

T_M - електромеханичната времеконстанта, която характеризира електромеханичните свойства на задвижването, s .

За нуждите на разработвания модел се изхожда от следната зависимост, описваща силата на триене на двигателя:

$$\omega = B \cdot T \quad (3)$$

където B е константа, характеризираща триенето, $s \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$.

Инерционният момент на двигателя се описва чрез Втория закон на Нютон за въртливо движение:

$$T = J \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

където J е масовият инерционен момент, $kg \cdot m^2$.

За да се направи системна аналогия с електротехниката съществуват две възможности:

- Скоростта на въртене ω съответства на електрическия ток i , а въртящият момент T съответства на електрическото напрежение u ;
- Скоростта на въртене ω съответства на електрическото напрежение u , а въртящият момент T съответства на електрическия ток i .

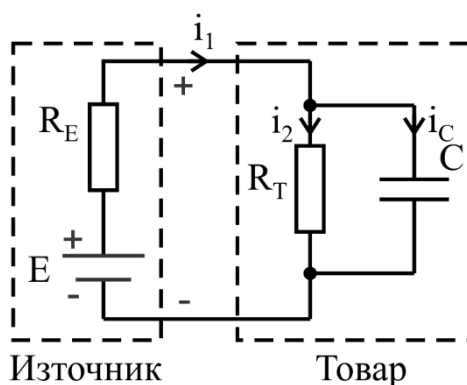
За нуждите на настоящото изследване се избира втория вариант, като пълния списък от аналогии е представен в Таблица 1.

Таблица 1. Приета системна аналогия между механика при въртливо движение и електротехника.

Механика при въртеливи движения		Електротехника	
Закон или величина	Значение	Закон или величина	Значение

$\omega = B \cdot T$	Сили на триене	$u = R \cdot i$	Закон на Ом
ω	Скорост на въртене, s^{-1}	u	Електрическо напрежение, V
T	Въртящ момент, $N \cdot m$	i	Електрически ток, A
B	Константа, характеризираща триенето, $s \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$	R	Електрическо съпротивление, Ω
$T = J \frac{d\omega}{dt}$	Втори закон на Нютон за въртливо движение	$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$	Връзка между ток и напрежение на bobина
J	Масов инерционен момент, $kg \cdot m^2$	C	Електрически капацитет, F
$E = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$	Ротационна кинетична енергия, J	$E_c = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$	Енергия, съхранявана в магнитното поле на bobина, J
$P_2 = T \cdot \omega$	Полезна мощност на двигателя	$P = u \cdot i$	Закон на Джаул-Ленц

На базата на приетата аналогия се разработва еквивалентната електрическа схема, представена на фиг. 1. Тя съдържа реален източник на напрежение и товар, като съгласно Теоремата за предаване на максимална мощност, товарът R_T може да получава максимална мощност единствено когато $R_T = R_E$ (при установен режим), а във всички останали случаи полезната мощност ще е по-малка. Ролята на кондензатора C е да забави изменението на напрежението (еквивалент на скоростта на въртене) върху свързания паралелно товар R_T .



Фиг. 1. Еквивалентна електрическа схема на постояннотоков двигател с независимо възбуждане

За фиг. 1 е в сила следния преходен процес за тока на реалния източник, при включване на източника към товара в момента от времето $t = 0$:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_c(t) = \frac{E}{R_E + R_T} (1 - e^{p \cdot t}) + \frac{E}{R_E} \cdot e^{p \cdot t} \quad (5)$$

Аналогично, преходният процес за напрежението на реалния източник е:

$$\begin{aligned}
 E - U_{RE} &= E - \left(\frac{E}{R_E + R_T} \cdot R_E + E \left(1 - \frac{R_E}{R_E + R_T} \right) \cdot e^{p \cdot t} \right) = \\
 &= E \left(1 - \frac{R_E}{R_E + R_T} \right) - E \left(1 - \frac{R_E}{R_E + R_T} \right) \cdot e^{p \cdot t} \\
 &= E \left(1 - \frac{R_E}{R_E + R_T} \right) (1 - e^{p \cdot t})
 \end{aligned} \tag{6}$$

Времеконстантата $\left(-\frac{1}{p}\right)$ от уравнения (5) и (6) може да се определи с:

$$\sigma = -\frac{1}{p} = \frac{R_E \cdot R_T \cdot C}{R_E + R_T} \tag{7}$$

Отчитайки, че началната му скорост на въртене при развъртане на двигател е $\omega_{нач} = 0 \text{ s}^{-1}$, може да се направи следния извод: съществува аналогия между уравнения (1) и (5), от една страна, и между уравнения (2) и (6), от друга. Следователно, моментната стойност на полезната мощност на постояннотоковия двигател с независимо възбуждане съответства на моментната мощност на реалния източник на напрежение от фиг. 1 (включващ елементите E и R_E):

$$\begin{aligned}
 P_2 = P = u \cdot i &= (E - U_{RE}) \cdot i_1(t) = \\
 &= E \left(1 - \frac{R_E}{R_E + R_T} \right) (1 - e^{p \cdot t}) \cdot \left(\frac{E}{R_E + R_T} \cdot (1 - e^{p \cdot t}) + \frac{E}{R_E} \cdot e^{p \cdot t} \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Методика за оразмеряване на еквивалентната електрическа схема на постояннотоков двигател с независимо възбуждане

При разработване на методиката се приема наличието на следните входни характеристики на постояннотоковия двигател:

- Полезна мощност на двигателя в номинален режим: $P_{2,Н}, W$;
- Скорост на въртене на двигателя в номинален режим: $n_H, \text{r. p. m}$;
- Въртящ момент на двигателя в номинален режим: $T_H, N. m$;
- Време за развъртане на двигател в номинален режим: $t_{раз,Н}, s$.

Методиката включва следните стъпки:

Стъпка 1. Определя се скоростта на въртене на двигателя в s^{-1} .

$$\omega_H = n_H \times 0,016666, s^{-1} \tag{9}$$

Стъпка 2. Определя се големината на константата B , характеризираща триенето на двигателя в номинален режим:

$$B = \frac{\omega_H}{T_H}, s. kg^{-1}. m^{-2} \tag{10}$$

Стъпка 3. Приема се, че резисторите R_E и R_T са числено равни на определената константа B :

$$R_E = R_T = B, \Omega \tag{11}$$

Стъпка 4. Определя се големината на еквивалентния източник E , съгласно:

$$E = 2 \cdot \omega_H, V \tag{12}$$

Стъпка 5. Определя се големината на кондензатора от фиг. 1 (съответстващ на масовия инерционен момент) при номинален режим. За целта се приема, че преходният процес приключва след 5 времеконстанти (а той също така приключва след $t_{раз,Н}, s$), т.е.:

$$5\sigma = 5 \cdot \frac{R_E \cdot R_T \cdot C}{R_E + R_T} = t_{\text{раз.Н}} \rightarrow C = t_{\text{раз.Н}} \frac{R_E + R_T}{5 \cdot R_E \cdot R_T}, F \quad (13)$$

Методика за определяне параметрите на веригата при товар, различен от номиналния:

При работа на двигателя в режим различен от номиналния е необходимо да се преоразмерят резистора R_T и кондензатора C . За целта са необходими следните допълнителни входни данни:

- Скорост на въртене на двигателя при друг товар: $n_1, r. p. m$;
- Изходна полезна мощност на двигателя при друг товар: $P_{2.1}, W$;
- Време за развъртане на двигателя при друг товар: $t_{\text{раз.1}}, s$.

Методиката включва следните стъпки:

Стъпка 1. Определя се скоростта на въртене на двигателя при друг товар в s^{-1} .

$$\omega_1 = n_1 \times 0,016666, s^{-1} \quad (14)$$

Стъпка 2. Определя се въртящия момент T_1 при друг товар (съответстващ на тока i_1 на източника):

$$P_{2.1} = T_1 \cdot \omega_1 \cdot \frac{\pi}{30} \rightarrow T_1 = \frac{P_{2.1} \cdot 30}{n_1 \cdot \pi}, N. m \quad (15)$$

Стъпка 3. Определя се големината на R_T при друг товар (нов установен режим на тока на източника):

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{E}{R_E + R_T} \cdot (1 - e^{p \cdot t}) + \frac{E}{R_E} \cdot e^{p \cdot t} \rightarrow i_1(t = \infty) \\ &= \frac{E}{R_E + R_T} \\ &\rightarrow R_{T.1} = \frac{E - i_1 \cdot R_E}{i_1} \end{aligned} \quad (16)$$

Стъпка 4. Определя се големината на кондензатора при друг товар съгласно:

$$C = t_{\text{раз.1}} \frac{R_E + R_{T.1}}{5 \cdot R_E \cdot R_{T.1}}, F \quad (17)$$

Тестване на разработената схема и методика

Като обект на изследването е използван постояннотоков двигател с независимо възбуждане, чиито характеристиките в номинален режим на работа са представени в Таблица 2.

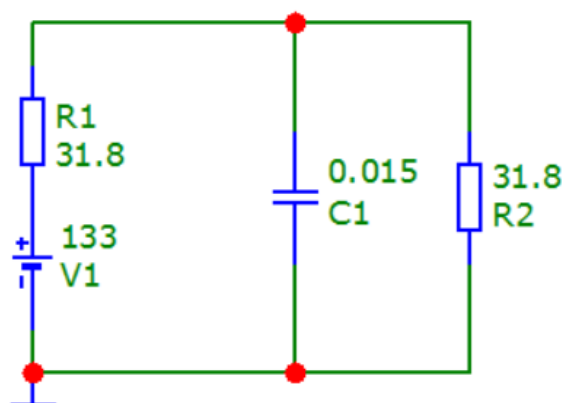
Таблица 2. Параметри на изследвания постояннотоков двигател с независимо възбуждане.

Параметър	Стойност
$P_{2.Н}$	900 W
$n_Н$	4000, r. p. m
$T_Н$	2.1, N. m
$t_{\text{раз.Н}}$	1.2, s
n_1	6000, r. p. m
$P_{2.1}$	500 W
$t_{\text{раз.1}}$	0.8, s

Използвайки разработената методика за оразмеряване на еквивалентната електрическа схема в номинален режим на работа са оразмерени нейните елементи, както е показано на таблица 3. Схемата е реализирана в софтуера MicroCap v. 12, както е показано на фиг. 2.

Таблица 3. Оразмеряване на еквивалентната електрическа схема за номинален режим на работа.

Стъпка	Параметър	Стойност
1	$\omega_H = n_H \times 0.016666$	$66,6, s^{-1}$
2	$B = \frac{\omega}{\tau}$	$31,8, s \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$
3	$R_E = R_T = B$	$31,8, \Omega$
4	$E = 2 \cdot \omega_H$	$133, V$
5	$C = t_{\text{раз.н}} \frac{R_E + R_T}{5 \cdot R_E \cdot R_T}$	$0,0152, F$

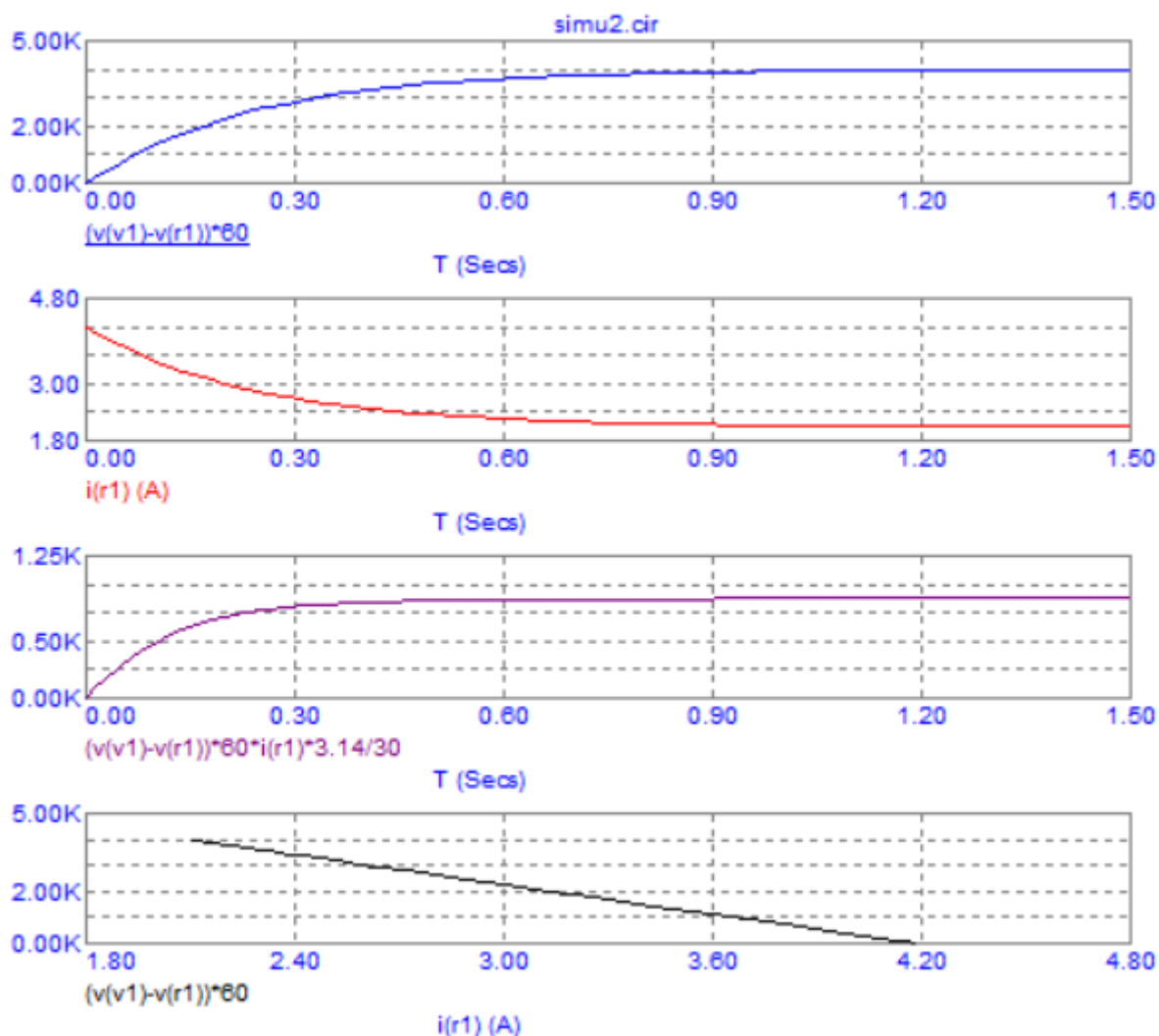


Фиг. 2. Еквивалентна електрическа схема на изследвания постоянен ток двигател с независимо възбуждане при номинален режим на работа, реализирана в MicroCap

Реализирана е симулация на преходен процес с продължителност $1.5 s$, както е показано на фиг. 3. На първата времедиаграма е представено напрежението на реалния източник, съответстващо на скоростта на въртене на двигателя. Вижда се, че то се установява на 4000 rpm за около $1.2 s$, което съответства на използваните входни данни. Втората времедиаграма показва изменението на въртящия момент, като той започва от 4.2 N.m в момента на включване на двигателя и достига 2.1 N.m в номинален режим, също аналогично на входните данни.

Третата времедиаграма представя изменението на полезната мощност на двигателя, която започва да се увеличава от 0 W при включването му и достига около 900 W при номинален режим.

На най-долната графика от фиг. 3 е представена зависимостта на скоростта на въртене ω от въртящия момент T . Вижда се, че тя също съответства на теоретичните очаквания, като самата зависимост е линейна и обратнопропорционална.

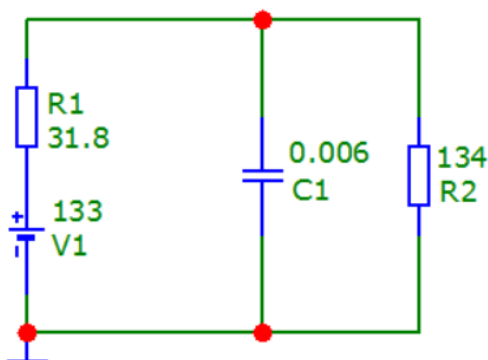


Фиг. 3. Резултати от симулацията при развъртане на изследвания постояннотоков двигателя до номинален режим

Използвайки разработената методика за оразмеряване на еквивалентната схема при друг товар са преоразмерени елементите R_T и C , както е показано на таблица 4. Схемата също е реализирана в софтуера MicroCap v. 12, както е показано на фиг. 2.

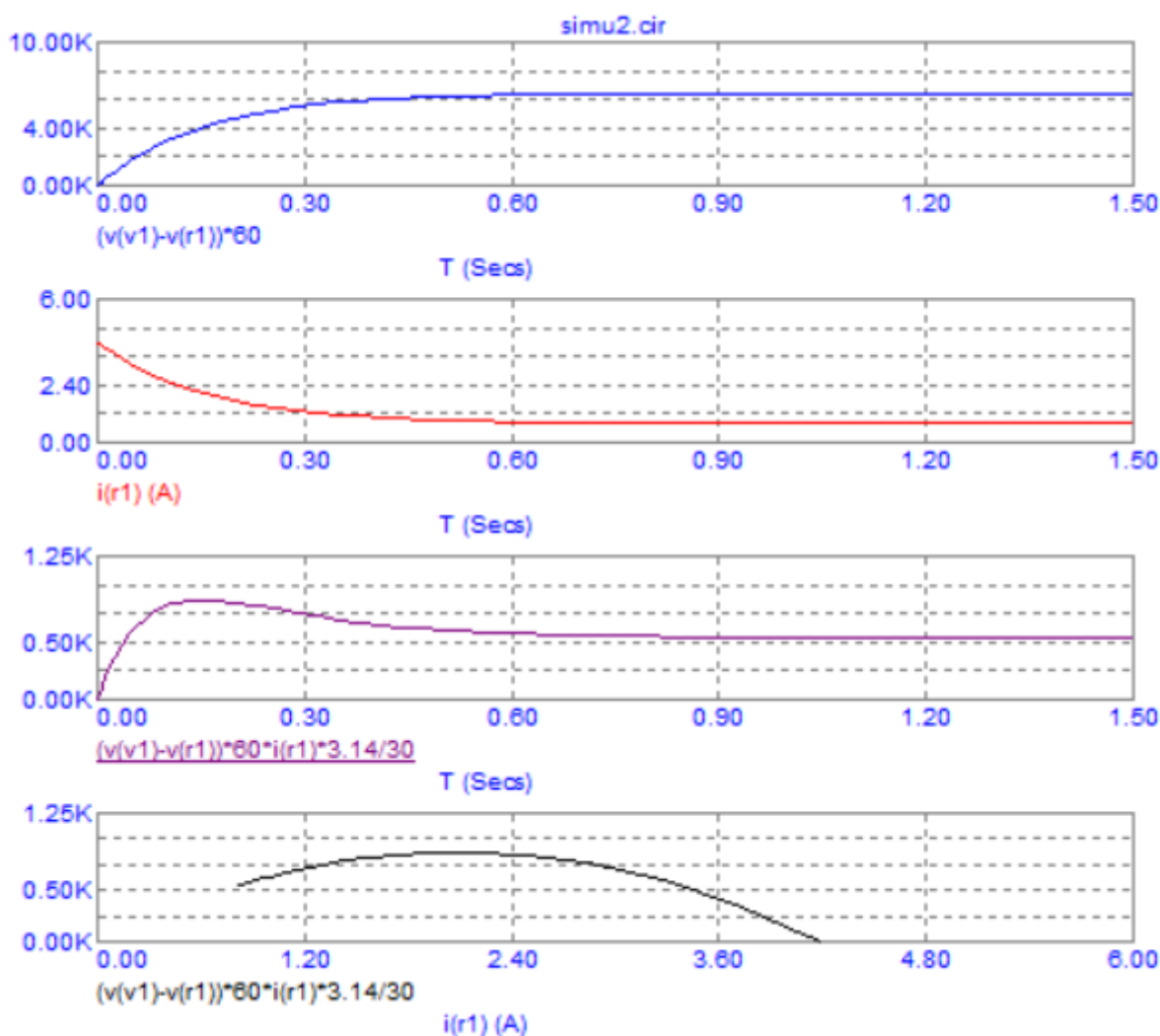
Таблица 4. Оразмеряване на еквивалентната електрическа схема при друг товар.

Стъпка	Параметър	Стойност
1	$\omega_1 = n_1 \times 0.016666$	$100, s^{-1}$
2	$T_1 = \frac{P_{2.1} \cdot 30 / \pi}{n_1}$	$0,80 N \cdot m$
3	$R_{T.1} = \frac{E - i_1 \cdot R_E}{i_1}$	$134, \Omega$
4	$C_1 = t_{\text{паз.1}} \frac{R_E + R_{T.1}}{5 \cdot R_E \cdot R_{T.1}}$	$0.006, F$



Фиг. 4. Еквивалентна електрическа схема на изследвания постояннотоков двигател с независимо възбуждане при режим различен от номиналния, реализирана в MicroCap

Новоизчисленото еквивалентно съпротивление $R_2 = 134 \Omega$ съответства на товар на двигателя, който е по-малък от номиналния, т.е. връзката между съпротивлението R_2 и товара на двигателя е обратно пропорционална. Казано с други думи, товара на двигателя всъщност е правопрпорционален на проводимостта на резистора R_2 от фиг. 4. Резултатите от проведената симулация са представени на фиг. 5.



Фиг. 5. Резултати от симулацията при развъртане на изследвания постояннотоков двигател при режим различен от номиналния

Вижда се, че установената скорост на въртене се увеличава, в сравнение с номиналния режим, като достига около 6000 rpm. Освен това, преходния процес на развъртане приключва по-бързо (за около 0.8 s), което съответства на входните данни.

На втората времедиаграма е показано изменението на въртящия момент, чиято установена стойност намалява на 0.7 N.m, което също съответства на очакванията. Също така, от третата времедиаграма се вижда, че установената полезна мощност е по-малка от номиналната - около 500 W. Вижда се, че мощността достига своя максимум (около 900 W) в момента на развъртане, когато въртящия момент е равен на номиналния, след което започва да намалява.

На последната времедиаграма е показана зависимостта на полезната мощност от въртящия момент, като се вижда, че тя има максимум при $T = 1.2 \text{ N.m}$ (в номинален режим на работа), което съответства на входните данни за двигателя.

Подобни симулации биха могли да се направят и за сценария изключване на захранването на въртящ се двигател, като за целта в момента $t = 0$ големината на източника става $E = 0 \text{ V}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящето изследване е представено разработването на еквивалентен модел на постояннотоков двигател с независимо възбуждане, на базата на системна аналогия между електротехниката и механиката при въртеливи движения. Избрана е аналогия, при която на скоростта на въртене ω съответства електрическото напрежение u , а на въртящият момент T - електрическият ток i .

Разработена е еквивалентна електрическа схема, съдържаща реален източник на напрежение и реален товар (резистор плюс кондензатор), като токът на реалния източник съответства на въртящия момент на двигателя, а напрежението на реалния източник – на скоростта му на въртене. Респективно, производението на двете величини дава възможност да се определи полезната мощност. Разработени са методики за оразмеряване елементите на еквивалентната схема, съобразно данните за реален постояннотоков двигател.

Методиката е приложена с данните от реален двигател, като са проведени симулации в софтуера MicroCap v. 12. Резултатите от симулацията показват пълно съответствие между получените криви на развъртане на двигател в номинален и в друг режим на работа с теоретичните очаквания.

Разработената еквивалентна електрическа схема и методика могат да бъдат приложени при изследване на постояннотокови двигатели с независимо възбуждане във виртуални среди.

БЛАГОДАРНОСТИ

Настоящото изследване е подкрепено по договор с № 2022-ФЕЕА-02 „Електронни системи за мониторинг и управление чрез приложение на Интернет на Нещата (IoT)“, финансиран от Фонд „Научни изследвания“ при Русенски университет „Ангел Кънчев“.

REFERENCES

Brick, J. (2021). *An Integrated, Quantitative Introduction to the Natural Sciences, Part 1: Dynamical Models*. Princeton University, Princeton, NJ.

Chaturvedi, S. K., & Dharwadkar, K. A. (2011). *Simulation and Visualization Enhanced Engineering Education- Development and Implementation of Virtual Experiments in a Laboratory Course*. MECHANICAL & AEROSPACE ENGINEERING, 87, 1-15.

Ivanov, I. (2016) *Lecture notes in Construction mechanics for the specialty "Construction engineering"*. Online: <http://ivivanov.orgfree.com/courses.html>. (Оригинално заглавие: Иванов, И., 2016. Записки на лекции по Строителна механика за специалността "Строително инженерство").

Mungan, C. E. (2012). *Frictional torque on a rotating disc*. Eur. J. Phys., 33, 1119-1123.

Pavlov, V., & Dimitrova, R. (2019). *Selection of Stepper Motors for Open Scheme Robots*. IN: Compilation of Reports from the Twenty-Eighth International Scientific and Technical Conference "Automation of Discrete Production", Sozopol. (**Оригинално заглавие:** Павлов, В., & Димитрова, Р., 2019, Избор на стъпкови двигатели за роботи при отворена схема на управление. IN: Сборник доклади от двадесет и осмата международна научно-техническа конференция "Автоматизация на Дискретното Производство". Созопол).

Sannibale, V. de O. (2012). *Freshman Physics Laboratory (PH003). Classical Mechanics. The Maxwell Top: Chapter 2*. California Institute of Technology, Physics Mathematics AND Astronomy Division.

Shneidman, V. A. (2021). *Lecture notes for Phys 111. Mechanics*. Department of Physics, New Jersey Institute of Technology, Newark, NJ.

Stefanov, I., Stoyanov, S., Hristov, L., Kucev, M., Robev, M. & Hristov, N. (1972), *Spravochnik na energetika*, Sofia, Tehnika (Оригинално заглавие: Стефанов, И., Стоянов, С., Христов, Л., Куцев, М., Робев, Б., & Христов, Н., 1972, Справочник на енергетика, София, Техника).